Вестник Челябинского государственного университета. 2013. №19 (310)
Физика. Вып. 17. С. 72–77

А. В. Клименко, В. А. Клименко

ВАКУУМНЫЕ ФОРМЫ МАТЕРИИ

Показано, что из уравнений общей теории относительности (ОТО) следует, что вакуум не бывает пустым. Он заполнен двумя видами материи. В случае плоского пространства-времени, вакуум заполнен идеальной гравитационно-нейтральной материей. Если четырёхмерное пространство-время кривое, то, кроме гравитационно-нейтральной материи, вакуум содержит тёмную энергию. Она описывается Λ-членом уравнений Эйнштейна. Показано, что нет необходимости вводить Λ-член в уравнения Эйнштейна для вакуума как некоторое дополнительное слагаемое, поскольку он в этих уравнениях при правильной их записи уже содержится. Высказана гипотеза о том, что гравитационно-нейтральной материи во Вселенной может быть больше, чем это принято считать.

Ключевые слова: *общая теория относительности, уравнения Эйнштейна, Λ-член, уравнения Фридмана, вакуум.*

1. ВВЕДЕНИЕ

Согласно общей теории относительности (ОТО), геометрические свойства четырёхмерного пространства-времени описываются метрикой

$$ds^2 = g_{\mu\nu}\,dx^{\mu}dx^{\nu}. \tag{1}$$

Метрические коэффициенты $g_{\mu\nu}$ являются функциями пространственно-временных координат $x^{\alpha} = (x^0, x^1, x^2, x^3)$ (см., например, [1–6]). В основе ОТО лежит гипотеза о взаимосвязи гравитационного поля с геометрическими свойствми пространства-времени. Функции $g_{\mu\nu}$ дают описание этого поля.

В основополагающей работе «Основы общей теории относительности» (1916 г.) [5] Эйнштейн показал, что уравнения, описывающие гравитационное поле в вакууме (областях пространства, свободных от обычных форм материи), могут быть записаны в виде

$$B_{\mu\nu} + \lambda g_{\mu\nu} B = 0, \tag{2}$$

где λ — некоторая константа; $g^{\mu\nu}B_{\mu\nu} = B$ — след тензора Эйнштейна $B_{\mu\nu}$; $B_{\mu\nu}$ — симметричный тензор, полученный свёрткой из тензора кривизны Римана $R^{\rho}_{\mu\sigma\tau}$:

$$B_{\mu\nu} = R^{\sigma}_{\mu\sigma\nu}. \tag{3}$$

Тензор $B_{\mu\nu}$ может быть записан в виде

$$B_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}, \tag{4}$$

где $R_{\mu\nu}$ — тензор Риччи, а R — его след (см., например, [1–6]). Тензор Риччи имеет вид

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial\Gamma^{\alpha}_{\mu\alpha}}{\partial x^{\nu}} + \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}\Gamma^{\beta}_{\alpha\beta} - \Gamma^{\beta}_{\mu\alpha}\Gamma^{\alpha}_{\nu\beta}. \tag{5}$$

Символы Кристофеля $\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}$ определяются формулой

$$\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu} = g^{\alpha\beta}\Gamma_{\beta,\mu\nu} = = \frac{1}{2}g^{\alpha\beta}\left(\frac{\partial g_{\beta\mu}}{\partial x^{\nu}} + \frac{\partial g_{\beta\nu}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\beta}}\right). \tag{6}$$

Эйнштейн полагал, что с выбором уравнений гравитационного поля в виде (2) связан минимум произвола, поскольку, кроме $B_{\mu\nu}$, нет другого тензора 2-го ранга, который был бы составлен из метрического тензора $g_{\mu\nu}$ и его производных, не содержал бы производных более высокого порядка, чем второй, и был бы линейным относительно последних.

Обычно считают (см, например, [1; 5]), что уравнения (2) для гравитационного поля в вакууме сводятся к уравнениям

$$B_{\mu\nu} = 0. \tag{7}$$

В общем случае это не так. При выполнении (7) уравнения (2) выполняются автоматически. В тоже время не все решения уравнений (2) являются решениями (7). Полный набор решений уравнений (2) для вакуума приведён в [7].

Эйнштейн считал, что уравнения (2) описывают гравитационное поле в пустых пространствах. В настоящее время считают, что вакуум не является пустым, он заполнен вакуумными формами материи (см., например, [6; 8]). В настоящей работе придерживаемся этой точки зрения.

Одним из видов вакуумных форм материи является тёмная энергия [9]. Предположение о её существовании является, по-видимому, самой нетривиальной гипотезой современной физики. Из интерпретации наблюдений в рамках стандартной ОТО, учитывающей эту гипотезу, следует, что в настоящее время Вселенная более чем на семьдесят три процента состоит из тёмной энергии [6; 8].

В настоящей работе показано, что описание тёмной энергии содержится в уравнениях (2) для гравитационного поля в вакууме. Это имеет место, когда четырёхмерное пространство-время является кривым. Возможность такого описания тёмной энергии исчезает, если считать, что уравнения (2) сводятся к уравнениям (7). Через год после написания работы [5] Эйнштейн дал описание тёмной энергии, введя в (7) так называемый Λ-член [9]. При этом он исходил из физических соображений, но вовсе не из уравнений (2). Отметим также, что влияние Λ-члена на динамику Вселенной он не связывал с существованием какой-то материи. Он трактовал его как описывающий влияние неустранимой кривизны пространства-времени. Идея истолкования Λ-члена как описывающего некоторую необычную материю возникла значительно позже [10].

В настоящей работе показано, что уравнения для гравитационного поля в вакууме (2) содержат описание не только тёмной энергии, у которой уравнение состояния $P = -\varepsilon$, но и гравитационно-нейтральной материи, уравнение состояния которой

$$P = -\frac{1}{3}\rho c^2 = -\frac{1}{3}\varepsilon. \tag{8}$$

Источником гравитационного поля в стандартной ОТО являются компоненты тензора энергии-импульса космической среды. Согласно стандартной ОТО (см., например, [2; 6]), космологическое ускорение $\ddot{a}$, с которым происходит расширение однородной изотропной Вселенной, заполненной идеальной космической средой, плотность энергии которой ε, а давление P, определяется формулой

$$\ddot{a} = -\frac{4}{3}\pi G\frac{a}{c^2}\left(\varepsilon + 3P\right), \tag{9}$$

где a — масштабный фактор Вселенной. Из (9) видно, что среда, для которой уравнение состояния $P = -\frac{1}{3}\varepsilon$, является уникальной. В отличие от любых других сред она не меняет скорости расширения Вселенной, а, следовательно, как мы полагаем, является гравитационно-нейтральной. В стандартной ОТО, по-видимому, других примеров гравитационно-нейтральных сред нет.

Гравитационно-нейтральная материя не искривляет четырёхмерного пространства-времени, но влияет на скорость его расширения (сжатия).

Учитывая идеальность гравитационно-нейтральной материи, а также уравнение её состояния (8), из первого начала термодинамики

$$d\left(\varepsilon V\right) = -P\,dV, \tag{10}$$

находим

$$\varepsilon\, V^{\frac{2}{3}} = \mathrm{const}\,. \tag{11}$$

Согласно стандартной ОТО, const в (11) принимает вполне определённое значение. В настоящей работе высказана гипотеза о том, что реальное количество гравитационно-нейтральной материи в природе может отличаться от предсказываемого стандартной ОТО. Оно определяется величиной универсальной постоянной, значение которой может быть установлено в астрономических наблюдениях.

2. ТЁМНАЯ ЭНЕРГИЯ

Покажем, что уравнения Эйнштейна для гравитационного поля в вакууме (2) содержат Λ-член и нет необходимости вводить его дополнительно.

Используя соотношение (4), находим, что след тензора Эйнштейна $B = -R$, где R —

след тензора Риччи. Учитывая это, из уравнений (2) находим

$$R\,(1+4\lambda)=0. \tag{12}$$

Отсюда следует, что при всех $\lambda \neq -0,25$, скалярная кривизна четырёхмерного пространства-времени R равна нулю и уравнения (2) приводятся к виду

$$R_\mu^\nu = 0. \tag{13}$$

В тоже время, как видно из (12), при $\lambda=-0,25$ пространство в вакууме, может иметь скалярную кривизну R отличную от нуля. Это означает, что при $\lambda=-0,25$ могут существовать решения уравнений (2), не являющиеся решениями уравнений (13). Значение константы λ связано с размерностью пространства-времени n ($\lambda=-1/n$).

Покажем, что в вакууме скалярная кривизна R не может быть переменной величиной. Взяв ковариантную производную от левой части уравнения (2) и учитывая тождество Бьянки

$$\nabla_\nu \left(R_\mu^\nu - \frac{1}{2}R\delta_\mu^\nu\right)=0 \tag{14}$$

(см., например, [1; 6]), находим

$$\frac{\partial R}{\partial x^\mu}=0. \tag{15}$$

Это означает, что при $\lambda=-0,25$ скалярная кривизна четырёхмерного пространства-времени в вакууме может быть не равной нулю, но является постоянной величиной. В тоже время отметим, что это вовсе не означает, что кривизна соответствующего трёхмерного пространства остаётся постоянной (см., например, [7]).

В случае, когда скалярная кривизна R отлична от нуля, используя обозначение

$$\Lambda = -\frac{1}{4}R, \tag{16}$$

уравнение (2) запишем в виде

$$R_\mu^\nu - \frac{1}{2}R\delta_\mu^\nu = \Lambda\delta_\mu^\nu. \tag{17}$$

Обычно это уравнение называют уравнением Эйнштейна с Λ-членом для гравитационного поля в вакууме. Константа Λ называется космологической постоянной (см., [6; 8]). Не было никакой необходимости вводить Λ-член в уравнения Эйнштейна как дополнительное слагаемое. Он уже содержался в работе [5]. Как видно из (16), в вакууме эта постоянная определяется скалярной кривизной четырёхмерного пространства-времени. Эйнштейн трактовал Λ-член как описывающий неустранимую кривизну пространства-времени.

При наличии материи, уравнения Эйнштейна записывают в виде [1–6]

$$R_\mu^\nu - \frac{1}{2}R\delta_\mu^\nu = \frac{8\pi G}{c^4}T_\mu^\nu, \tag{18}$$

где T_μ^ν — тензор энергии-импульса материи. В ОТО материю описывают в рамках механики сплошных сред. Если среда является идеальной, то

$$T_\mu^\nu = (\varepsilon + P)\,u_\mu u^\nu - P\delta_\mu^\nu, \tag{19}$$

где ε и P — скаляры, плотность энергии и давление среды, соответственно; u^μ — её 4-ре скорость (см. [1; 2]).

Учитывая (17), (18) и (19), часто (см. [6; 8]) Λ-член в уравнениях Эйнштейна рассматривают как описывающий вакуумную форму материи, называемую тёмной энергией. Считают, что эта материя является идеальной, а её термодинамические свойства определяются формулами

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda\, c^2}{8\pi\, G}, \;\; P_\Lambda = -\varepsilon_\Lambda = -\rho_\Lambda\, c^2, \tag{20}$$

где ρ_Λ и P_Λ — плотность и давление тёмной энергии. В такой интерпретации Λ-члена кривое четырёхмерное пространство-время никогда не бывает пустым. Оно, по крайней мере, заполнено тёмной энергией.

Часто гипотетически и в присутствии других видов материи считают, что $\Lambda = \mathrm{const}$ и тёмную энергию рассматривают как термодинамически независимую компоненту космической среды. При этом уравнения Эйнштейна (2) записывают в виде

$$R_\mu^\nu - \frac{1}{2}R\delta_\mu^\nu = \frac{8\pi\, G}{c^4}T_\mu^\nu + \Lambda\delta_\mu^\nu, \tag{21}$$

где T_μ^ν — тензор энергии-импульса части материи, не включающий тёмную энергию [2; 6].

В современной физике полагают, что значение космологической постоянной $\Lambda \approx 10^{-56}\,\text{см}^{-2}$ [2; 6; 8]. В силу малости Λ, влияние тёмной энергии проявляется на больших масштабах. В современной космологии считают, что без тёмной энергии невозможно объяснить астрономические наблюдения, для которых важны космологические эффекты [6; 8].

Замечание. Из (21) следует, что

$$\Lambda = -\frac{1}{4}R - \frac{2\pi G}{c^4}T, \tag{22}$$

где T — след тензора энергии-импульса обычной материи. Утверждение, что $\Lambda = \text{const}$ в вакууме, было доказано в начале этого пункта. В случае присутствия электромагнитного поля, для которого $T = 0$ (см., например, [1]), утверждение, что $\Lambda = \text{const}$, также кажется правильным. В тоже время в случае присутствия материи, состоящей из частиц, масса которых не равна нулю, $T \neq \text{const}$ и параметры могут меняться в пространстве и времени (см. [1; 2]), считать, что $\Lambda = \text{const}$, по-видимому, не правильно. Косвенно на «несовершенство» варианта, предполагающего термодинамическую независимость тёмной энергии от других компонент космической среды, указывает существование нефизичных, на наш взгляд, экспоненциально расходящихся решений, описывающих динамику Вселенной, полученных в предположении $\Lambda = \text{const}$ [2; 6; 8]. Расходимости, обусловленные Λ-членом, присутствуют и при описании Вакуума [7]. На наш взгляд, это является серьёзной проблемой тёмной энергии.

3. ГРАВИТАЦИОННО-НЕЙТРАЛЬНАЯ МАТЕРИЯ

Покажем, что уравнения (2) для гравитационного поля в вакууме, кроме тёмной энергии, содержат описание ещё и гравитационно-нейтральной материи. Чтобы это показать, рассмотрим в рамках уравнений (2) задачу о динамике Вселенной, из которой убраны все обычные формы материи. Такая идеализация является хорошим приближением при описании динамики поздней открытой Вселенной. Она позволяет в «чистом» виде увидеть присутствие в вакууме как тёмной энергии, так и гравитационно-нейтральной материи.

Считаем, что трёхмерное пространство идеализированной вселенной, заполненной только вакуумными формами материи, является однородным и изотропным. Для описания геометрии этого пространства удобно исходить из геометрической аналогии, рассматривая его как однородную и изотропную трёхмерную гиперповерхность в четырёхмерном фиктивном пространстве (см., например, [1]). Геометрия этой трёхмерной гиперповерхности определяется параметром k, а также масштабным фактором a, который часто называют радиусом кривизны.

Параметр k может принимать три значения: $k = -1, 0, +1$. При $k = +1, -1, 0$ реализуются случаи трёхмерных поверхностей положительной, отрицательной и нулевой кривизны, соответственно. В нестационарных трёхмерных пространствах радиусы их кривизны a меняются во времени. В сопутствующей системе отсчёта метрику соответствующего четырёхмерного пространства-времени можно записать в виде [1; 2]:

$$\begin{gathered} ds^2 = c^2\,dt^2 - a^2(t)\times \\ \times\left\{d\chi^2 + f(\chi)\left(d\theta^2 + \sin^2\theta\,d\phi^2\right)\right\}, \end{gathered} \tag{23}$$

где

$$f(\chi) = \begin{cases} \sin^2\chi & \text{при } k = +1; \\ \operatorname{sh}^2\chi & \text{при } k = -1; \\ \chi^2 & \text{при } k = 0. \end{cases} \tag{24}$$

Используя метрику (23), уравнения (2) стандартным образом (см., например, [2; 6]), можно преобразовать в космологические уравнения Фридмана:

$$3\left(\frac{\dot a^2}{a^2} + \frac{k\,c^2}{a^2}\right) = \Lambda c^2 = \frac{8\pi G}{c^2}\varepsilon_\Lambda, \tag{25}$$

$$2\frac{\ddot a}{a} + \frac{\dot a^2}{a^2} + \frac{k\,c^2}{a^2} = \Lambda c^2 = -\frac{8\pi G}{c^2}P_\Lambda. \tag{26}$$

Рассматривая левую часть этих уравнений как «геометрическую», а правую как «материальную», заключаем, что в них содержится описание некоторой материи. Как показано в пункте 2 и как видно из уравнений (25), (26), для рассматриваемой задачи этой материей является тёмная энергия. Её параметры определяются формулами (20). Следовательно, если скалярная кривизна R четырёхмерного пространства-времени отлична от нуля, то можно считать, что вакуум заполнен тёмной энергией.

В случае, когда $R = 0$ ($\Lambda = 0$), тёмной энергии нет. Пространство является открытым, так как при $R = 0$ параметр k, как видно из (25), (26), не может быть равным $+1$.

При $R = 0$ вакуум может быть не пустым. Чтобы это увидеть явно, уравнения (25), (26) запишем в виде

$$3\left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{0 \cdot c^2}{a^2}\right) = \frac{8\pi G}{c^2}\varepsilon_k, \tag{27}$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{0 \cdot c^2}{a^2} = -\frac{8\pi G}{c^2}P_k, \tag{28}$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= -\frac{3\,c^4}{8\pi\,G}\frac{k}{a^2}, \\ P_k &= -\frac{1}{3}\varepsilon_k \quad (k = 0, -1). \end{aligned} \tag{29}$$

Из (27)–(29) видно, что при $R = 0$, $k = 0$, пространство является плоским, стационарным и пустым.

Принципиально другая ситуация при $R = 0$, $k = -1$. В этом случае уравнения (27), (28) можем трактовать как описывающие динамику плоского трёхмерного пространства однородно заполненного некоторой материей. Термодинамические свойства этой материи описываются формулами

$$\varepsilon = \frac{3\,c^4}{8\pi\,G}\frac{1}{a^2}, \quad P = -\frac{1}{3}\varepsilon. \tag{30}$$

Поскольку уравнение состояния этой материи $P = -\frac{1}{3}\varepsilon$, то эта материя является гравитационно-нейтральной. Эта материя является идеальной и её тензор энергии-импульса может быть записан в виде (19). Как видно из (27), (28), динамика идеализированной вселенной, заполненной гравитационно-нейтральной материей вида (30), определяется уравнением

$$a(t) = \pm c\,t. \tag{31}$$

Если слагаемые, описывающие гравитационно-нейтральную материю в плоском пространстве, из правой части уравнений Фридмана перенести в левую, то там они описывают кривизну. Материя исчезла, но появилась кривизна. Мы полагаем, что материя не исчезает, а кривизна трёхмерного пространства может быть истолкована как гравитационно-нейтральная материя. Это аналогично тому, как Λ-член, согласно Эйнштейну, описывает неустранимую кривизну четырёхмерного пространства-времени, а в современной космологии он трактуется как описывающий тёмную энергию.

В заключение выскажем следующую гипотезу. В общем случае термодинамические свойства гравитационно-нейтральной материи описываются уравнениями

$$\varepsilon V^{\frac{2}{3}} = \text{const}, \quad P = -\frac{1}{3}\varepsilon, \tag{32}$$

в которых значение const может отличаться от того, которое является следствием стандартной ОТО.

Считаем, что реально количество этой материи больше, чем это следует из уравнений (2). В соответствии с этим полагаем, что в случае однородной изотропной открытой Вселенной параметры гравитационно-нейтральной среды определяются формулами

$$\varepsilon = \frac{3\,c^4}{8\pi\,G}\frac{\gamma^2}{a^2}, \quad P = -\frac{1}{3}\varepsilon, \tag{33}$$

где γ — некоторая универсальная постоянная. Её значение больше единицы. Динамика идеализированной вселенной, заполненной гравитационно-нейтральной материей вида (33), определяется уравнением

$$a(t) = \pm\gamma\,c\,t. \tag{34}$$

Отметим, что величина da/dt не имеет смысла физической скорости частиц. Она определяет скорость изменения геометрических размеров материальной однородной изотропной гиперповерхности. Это наглядно продемонстрировано в работе [11] на модельном примере. Нет оснований считать, что скорость da/dt не может быть больше, чем скорость света. В [12] показано, что в сопутствующей системе отсчёта, в которой и записаны космологические уравнения Фридмана, даже при $da/dt \to \infty$ скорость частиц, пролетающих мимо любого типичного наблюдателя, не больше скорости света.

Предположение о существовании «дополнительных» количеств гравитационно-нейтральной материи во Вселенной означает, что существует вклад этой материи в тензор энергии-импульса стандартных уравнений Эйнштейна (18), связанный не только с Вакуумом, но и обычной формой материи.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Согласно точке зрения, изложенной в настоящей статье, вакуум не бывает пустым. Он заполнен двумя видами материи, определяемыми терминами тёмная энергия и гравитационно-нейтральная материя. Они являются идеальными средами. Их термодинамические свойства описываются формулами (20) и (33), соответственно. Плотность тёмной энергии определяется значением космологической постоянной Λ, а плотность гравитационно-нейтральной материи значением постоянной γ (см. (33)). Значения этих постоянных, вообще говоря, произвольные и должны находиться в процессе применения теории для объяснения наблюдений. В [11; 13] показано, что есть основания считать, что $\Lambda = 0$, а $\gamma \simeq 1,4 \div 1,5$.

Геометрические свойства однородного изотропного Вакуума описаны в [7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау, Л. Д. Теория Поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М. : Наука, 1988.
2. Зельдович, Я. Б. Строение и эволюция Вселенной / Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. М. : Наука, 1975.
3. Вайнберг, С. Гравитация и космология. М. : Платон, 2000.
4. Мизнер, Ч. Гравитация : в 3 т. / Ч. Мизнер, К. Торн, Д. Уиллер. М. : Мир, 1977.
5. Эйнштейн, А. Основы общей теории относительности // Собр. науч. тр. : в 4 т. Т. 1. М. : Наука, 1965.
6. Горбунов, Д. С. Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего большого взрыва / Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков. М. : ЛКИ, 2008.
7. Клименко, А. В. Геометрические свойства однородного изотропного вакуума / А. В. Клименко, В. А. Клименко // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 66–71.
8. Чернин, А. Д. Тёмная материя и всемирное антитяготение // УФН. 2008. Т. 178, № 3. С. 267–300.
9. Эйнштейн, А. Вопросы космологии и общая теория относительности // Собр. науч. тр.: в 4 т. Т. 1. М. : Наука, 1965.
10. Глинер, Э. Б. Раздувающаяся Вселенная и вакуумоподобное состояние физической среды // УФН. 2002. Т. 172, № 2. С. 221–228.
11. Клименко, А. В. О тепловой природе космологических сил отталкивания / А. В. Клименко, В. А. Клименко, А. М. Фридман // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 43–65.
12. Жилкин, А. Г. Динамика трёхмерных однородных изотропных релятивистских миров / А. Г. Жилкин, В. А. Клименко, А. М. Фридман // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 29–42.
13. Клименко, А. В. Частицы, античастицы и гравитация. Гравтационно-нейтральная Вселенная / А. В. Клименко, В. А. Клименко // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 89–99.