

О ТЕПЛОВОЙ ПРИРОДЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ СИЛ ОТТАЛКИВАНИЯ

Показано, что в уравнения общей теории относительности (ОТО), кроме космологических эйнштейновских сил отталкивания, описываемых Λ -членом, могут быть введены и другие силы. Рассмотрены силы отталкивания, источником которых является тепловая энергия космической среды. Показано, что они являются центробежными по своей природе и не описывается в рамках стандартных уравнений Эйнштейна. Записаны уравнения ОТО с учётом этих сил. Предложена космологическая модель однородной изотропной Вселенной, основанная на этих уравнениях (S -модель). Показана способность этой модели правильно описывать астрономические наблюдения, для которых существенны космологические эффекты.

Ключевые слова: космология, космологические модели, космологические силы отталкивания, Λ -член.

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время есть основания считать, что динамику Вселенной определяют не только силы тяготения, но и силы отталкивания. По-видимому, первым чётким указанием на это были наблюдательные данные о зависимости между звёздной величиной и красным смещением для сверхновых типа Ia [1; 2]. Полагают, что объяснить эти данные, а также некоторые другие, в рамках ОТО без учёта космологических сил отталкивания, невозможно и поэтому считают, что эти силы играют важную роль в динамике Вселенной (см., например [3–5]).

В современной космологии считают, что источником космологических сил отталкивания являются гипотетические среды с отрицательным давлением: «тёмная энергия», «квинтэссенция», «фантомная энергия» (подробности см., например, в [3–5]).

В настоящей работе показано, что природу космологических сил отталкивания можно объяснить, не вводя этих гипотетических сред, а лишь предполагая, что источником сил отталкивания является тепловая энергия космической среды. Подавляющая часть этой энергии сосредоточена в однородно распределённой в пространстве релятивистской компоненте космической среды.

Для того чтобы наглядно пояснить смысл космологических сил отталкивания и их вза-

имосвязь с тепловым движением частиц космической среды, рассмотрим в ньютоновском приближении следующие идеализированные примеры.

Пример 1. Двумерная среда состоит из невзаимодействующих частиц. В начальный момент времени $t = 0$ частицы находятся на сфере радиуса a_0 и однородно её заполняют. В трёхмерной сферической системе координат все они имеют одинаковую радиальную скорость $V_r(0) = da/dt(0)$, направленную от центра сферы. Их тангенциальные скорости $V_t(0) = 0$. Движение частиц является свободным.

В этом примере сфера расширяется равномерно со скоростью $V_r(0)$. Уравнение, описывающее её динамику, имеет вид

$$\ddot{a}(t) = 0. \quad (1)$$

В сопутствующей двумерной системе координат, связанной с расширяющейся сферой, частицы покоятся относительно типичных наблюдателей. Среда является холодной. Имеет место однородное равномерное растяжение пространства двумерного холодного сферического мира.

Пример 2. Вначале все частицы среды также находятся на сфере радиуса a_0 . В трёхмерной сферической системе координат компоненты их скорости: $V_r(0) = 0$, $V_t(0) \neq 0$. У всех частиц значение скорости $V_t(0)$ одно и то же. Начальное распределение ча-

стиц по скоростям в каждой точке двумерной сопутствующей системы координат является изотропным. Движение частиц является свободным.

В этом примере сфера расширяется неравномерно. Функция $a(t)$, описывающая её динамику, определяется формулой

$$a(t) = \sqrt{a_0^2 + V_t^2(0)t^2}. \quad (2)$$

Она является решением уравнения

$$\ddot{a}(t) = \frac{a_0^2 V_t^2(0)}{a^3} \quad (3)$$

с начальными условиями

$$a(0) = a_0, \quad \dot{a}(0) = 0. \quad (4)$$

В сопутствующей двумерной системе координат частицы относительно типичных наблюдателей движутся со скоростью $V_t(t) = V_t(0)a_0/a(t)$. Уравнение (3) можно записать в виде

$$\ddot{a}(t) = -\frac{d}{da} \left(\frac{V_t^2}{2} \right) = \frac{V_t^2}{a}. \quad (5)$$

Формально (5) можно рассматривать как уравнение, описывающее в рамках механики сплошной среды расширение нерелятивистской оболочки под действием сил отталкивания. Как видно из (5), источником этих сил является энергия

$$V_t^2/2 = \frac{V_t^2(0)a_0^2}{2a^2}. \quad (6)$$

Эти силы являются центробежными по своей природе. Их происхождение «чисто геометрическое» и они не зависят от гравитационной постоянной G .

В трёхмерной сферической системе координат энергия, определяемая формулой (6), является центробежной. В тоже время энергия $V_t^2/2$ в сопутствующей двумерной системе координат является тепловой. Уравнение (6) можно рассматривать как первое начало термодинамики, описывающее адиабатическое расширение двумерного идеального газа.

Влияние теплового движения частиц на динамику трёхмерных однородных материальных гиперповерхностей является аналогичным рассмотренному выше в примере

2. Соответствующее исследование в рамках ОТО проведено в настоящей работе.

Ранее авторами в [6] была предложена модель равномерно расширяющейся Вселенной S -модель (S — Simple). Она основана на идее о точном равновесии в сопутствующей системе отсчёта космологических сил притяжения и отталкивания во все моменты эволюции Вселенной. В настоящей работе описана космологическая модель Вселенной, в которой такого равновесия сил не предполагается. Эта модель названа нами C -моделью. В этой модели считается, что космологические силы отталкивания связаны с кривизной пространства и тепловой энергией космической среды. Космологические силы отталкивания являются центробежными по своей природе и поэтому в названии модели используется буква C (C — Centrifugal).

В настоящей работе показано, что используя C -модель, можно объяснять важные наблюдения, в которых влияние космологического расширения является существенным.

Статья организована следующим образом. В 2 записаны уравнения Эйнштейна. Метрика однородной изотропной Вселенной приведена в 3. В 4 записаны космологические уравнения А. А. Фридмана. Уравнения Эйнштейна с Λ -членом содержатся в 5. В 6 записаны обобщённые уравнения Эйнштейна, учитывающие тепловые источники космологических сил отталкивания. Обобщённые уравнения А. А. Фридмана приведены в 7. В 8 и 9 рассмотрены идеализированные модели нерелятивистской и релятивистской вселенных, учитывающие влияние центробежных сил отталкивания. В 10 содержится описание предлагаемой нами космологической C -модели. Применение этой модели для объяснения астрономических наблюдений, в которых влияние космологического расширения Вселенной является существенным, рассмотрено в 11. В 12 перечислены основные результаты работы.

Наш метод введения космологических сил отталкивания в уравнениях общей теории относительности (ОТО) аналогичен часто используемому при введении в уравнения Эйнштейна Λ -члена. Этим методом в

космологические уравнения А. А. Фридмана силы отталкивания, обусловленные изменением тепловой энергии космической среды, были введены в [7].

Настоящая работа является уточнённым вариантом работы [7]. Уточнено описание вклада релятивистской компоненты космической среды в создание космологических сил отталкивания. Обозначения приведены в соответствие с общепринятыми. Кратко изложим важные для понимания настоящей работы положения.

2. УРАВНЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА

В основе космологии лежит ОТО. Согласно этой теории, четырёхмерное пространство-время при наличии материи является неевклидовым. Метрические свойства пространства-времени описываются метрикой

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k. \quad (7)$$

Метрические коэффициенты g_{ik} являются функциями четырёх пространственно-временных координат $x^i = (x^0, x^1, x^2, x^3)$. Они связаны с распределением материи, её термодинамическими свойствами и характером движения. величиной, определяющей свойства материи, является тензор энергии-импульса T_{ik} . Взаимосвязь между компонентами метрического тензора g_{ik} и тензора энергии-импульса T_{ik} определяется уравнениями Эйнштейна:

$$R_i^k - \frac{1}{2} \delta_i^k R = \frac{8\pi G}{c^4} T_i^k, \quad (8)$$

где R_i^k — тензор Риччи, R — его след, δ_i^k — символ Кронекера, G — гравитационная постоянная, c — скорость света. В космологии космическую среду обычно рассматривают как непрерывную и идеальную. Часто тензор энергии-импульса записывают в виде

$$T_i^k = (\varepsilon + P) u_i u^k - P \delta_i^k, \quad (9)$$

где u_i — четырёхмерная скорость макроскопического движения, ε — плотность энергии, а P — давление космической среды (см., например, [8–11]).

3. ГЕОМЕТРИЯ ОДНОРОДНОЙ ИЗОТРОПНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

3.1. Пространство Вселенной как однородная изотропная гиперповерхность

При описании геометрии однородного, изотропного нестационарного трёхмерного пространства Вселенной рассматриваем его как однородную и изотропную трёхмерную гиперповерхность в некотором фиктивном четырёхмерном пространстве (см., например, [8, § 111–113]).

Уравнение, описывающее нестационарную однородную и изотропную трёхмерную гиперповерхность в четырёхмерных декартовых координатах (x_1, x_2, x_3, x_4) , имеет вид

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = k \cdot a^2(t). \quad (10)$$

Параметр k принимает три значения: $k = +1, -1, 0$. При $k = +1$ реализуется случай пространства постоянной положительной кривизны. Значению $k = -1$ соответствует пространство постоянной отрицательной кривизны. Плоское пространство нулевой кривизны имеет место при $k = 0$. Точка $O = (0, 0, 0, 0)$ является «центром» Вселенной, а $\sqrt{k} \cdot a(t)$ — её радиусом кривизны. В нестационарной Вселенной радиус кривизны изменяется во времени. Рассмотрим геометрические свойства пространств с $k = +1, -1, 0$ в отдельности.

3.2. Сферическая Вселенная ($k = +1$)

При $k = +1$ пространство однородной и изотропной Вселенной является трёхмерной гиперсферой. Для описания этой Вселенной удобно использовать четырёхмерную сферическую систему координат (r, χ, θ, ϕ) . В этой системе центр Вселенной — это точка, где $r = 0$. Радиальную координату точек Вселенной будем обозначать буквой a . Связь между четырёхмерными декартовыми и сферическими координатами точек Вселенной определяется формулами

$$\begin{aligned} x_1 &= a \sin \chi \sin \theta \cos \phi, \\ x_2 &= a \sin \chi \sin \theta \sin \phi, \\ x_3 &= a \sin \chi \cos \theta, \\ x_4 &= a \cos \chi. \end{aligned} \quad (11)$$

Допустимые интервалы изменения сферических координат

$$\begin{aligned} 0 \leq a < \infty, \quad 0 \leq \chi \leq \pi, \\ 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi. \end{aligned} \quad (12)$$

Для описания сферической Вселенной используем также трёхмерную криволинейную систему координат — сопутствующую систему. Будем называть её также системой координат типичных наблюдателей. Типичный наблюдатель — это абстрактный объект Вселенной, совершающий относительно её центра в четырёхмерной сферической системе координат лишь радиальное движение. Система типичных наблюдателей — это бесконечное их множество, однородно заполняющее Вселенную.

Временную координату выберем так, чтобы в сопутствующей системе координат для любого типичного наблюдателя интервал между двумя бесконечно близкими событиями, происходящими в точке, где он находится, определялся формулой

$$ds^2 = c^2 dt^2. \quad (13)$$

В силу равноправности всех типичных наблюдателей введённое таким образом время будет одинаковым для всех этих наблюдателей, и поэтому его называют мировым временем.

Если (χ, θ, ϕ) и $(\chi + d\chi, \theta + d\theta, \phi + d\phi)$ — координаты двух бесконечно близких точек Вселенной, то в сопутствующей системе координат квадрат пространственного расстояния между ними:

$$dl^2 = a^2 \times \left(d\chi^2 + \sin^2 \chi \left[\sin^2 \theta (d\phi)^2 + (d\theta)^2 \right] \right). \quad (14)$$

Интервал между двумя бесконечно близкими событиями в этой системе координат с учётом (13), (14) запишется в виде

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \times \left(d\chi^2 + \sin^2 \chi \left[\sin^2 \theta (d\phi)^2 + (d\theta)^2 \right] \right). \quad (15)$$

3.3. Пространство отрицательной кривизны ($k = -1$)

Формулы, описывающие геометрию однородного трёхмерного пространства отрицательной кривизны, получаются из формул,

описывающих сферическую Вселенную, если в них формально заменить $a \rightarrow ia$, $\chi \rightarrow i\chi$. При $k = -1$ уравнение (10) описывает трёхмерную псевдосферическую Вселенную. Удобными для её описания являются псевдосферические координаты (a, χ, θ, ϕ) . Они связаны с декартовыми координатами формулами

$$\begin{aligned} x_1 &= a \operatorname{sh} \chi \sin \theta \cos \phi, \\ x_2 &= a \operatorname{sh} \chi \sin \theta \sin \phi, \\ x_3 &= a \operatorname{sh} \chi \cos \theta, \\ x_4 &= -i a \operatorname{ch} \chi. \end{aligned} \quad (16)$$

Допустимые интервалы изменения псевдосферических координат

$$\begin{aligned} 0 \leq a < \infty, \quad 0 \leq \chi < \infty, \\ 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \phi \leq 2\pi. \end{aligned} \quad (17)$$

Если (χ, θ, ϕ) и $(\chi + d\chi, \theta + d\theta, \phi + d\phi)$ — координаты двух бесконечно близких точек Вселенной, то в сопутствующей системе координат квадрат пространственного расстояния между ними

$$dl^2 = a^2 \times \left(d\chi^2 + \operatorname{sh}^2 \chi \left[\sin^2 \theta (d\phi)^2 + (d\theta)^2 \right] \right). \quad (18)$$

Интервал между двумя бесконечно близкими событиями в этой системе координат с учётом (13), (18) запишется в виде

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \times \left(d\chi^2 + \operatorname{sh}^2 \chi \left[\sin^2 \theta (d\phi)^2 + (d\theta)^2 \right] \right). \quad (19)$$

3.4. Плоское пространство ($k = 0$)

Предельным является случай, когда радиус кривизны трёхмерного пространства равен бесконечности. В этом случае пространство Вселенной является плоским (евклидовым). Интервал ds^2 для этого случая можно записать в виде

$$ds^2 = c^2 dt^2 - b^2(t) (dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (20)$$

В качестве пространственных координат удобно использовать декартовы координаты x, y, z . Зависящий от времени множитель $b(t)$ в формуле, определяющей квадрат элемента длины

$$dl^2 = b^2(t) (dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (21)$$

в плоской Вселенной не меняет евклидовость пространственной метрики. При любом заданном t множитель $b(t)$ имеет определённое значение, и простым преобразованием масштаба может быть приведён к единице. В процессе эволюции плоской Вселенной «вмороженная» в неё декартова система координат претерпевает однородную деформацию. Формально, плоское пространство можно описывать как псевдосферическое, записывая ds^2 в виде [8; 9]:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \times \left(d\chi^2 + \chi^2 \left[\sin^2 \theta (d\phi)^2 + (d\theta)^2 \right] \right). \quad (22)$$

4. КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ А. А. ФРИДМАНА

Метрика однородного, изотропного пространства содержит лишь один скалярный параметр — радиус кривизны a . Он определяет кривизну пространства. Уравнения Эйнштейна для однородной, изотропной Вселенной могут быть преобразованы в космологические уравнения А. А. Фридмана, определяющие взаимосвязь радиуса кривизны a и величин, описывающих термодинамические свойства космической среды.

При получении уравнений А. А. Фридмана используется сопутствующая система координат, относительно которой среда покоится, и поэтому компоненты четырёхмерной скорости $u^i = (1, 0, 0, 0)$. В сопутствующей системе отличными от нуля оказываются лишь следующие компоненты тензора энергии-импульса T_i^k :

$$T_0^0 = \varepsilon, \quad T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -P. \quad (23)$$

Используя выражения для интервала между двумя бесконечно близкими событиями (15), (19), (22), уравнения Эйнштейна (8) можно преобразовать к виду

$$3 \left[\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{kc^2}{a^2} \right] = \frac{8\pi G}{c^2} \varepsilon, \quad (24)$$

$$2 \frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{kc^2}{a^2} = -\frac{8\pi G}{c^2} P. \quad (25)$$

Здесь и далее точка означает производную по времени t .

Уравнения (24), (25) носят название космологических уравнений А. А. Фридмана. Подробности получения этих уравнений из уравнений Эйнштейна см., например, в [3; 9]. Уравнения (24), (25) могут быть преобразованы к виду

$$\frac{d\varepsilon}{da} + 3(\varepsilon + P) \frac{1}{a} = 0, \quad (26)$$

$$\ddot{a} = -\frac{4}{3} \pi G \frac{a}{c^2} (\varepsilon + 3P). \quad (27)$$

Из формулы (27) видно, что вклад давления (тепловой энергии) в создание гравитационного космологического ускорения может быть существенным, когда давление соизмеримо с плотностью энергии космической среды. В обычной космической среде $P > 0$ и, согласно формуле (27), эффект влияния давления заключается не в ускорении, а в замедлении скорости расширения Вселенной.

Точка зрения, что давление обычной космической среды может только замедлять расширение Вселенной, является общепринятой (см, например, [9, гл.1.]). Предположение о возможности влияния давления (тепловой энергии) в направлении увеличения скорости разлёта однородной безграничной космической среды воспринимается отрицательно. Все понимают, что в такой среде нет градиентов давления, а следовательно, нет и расталкивающих сил давления. Согласно стандартным уравнениям А. А. Фридмана, тепловая энергия однородной, изотропной среды не только не может изменить знак гравитационного космологического ускорения, но, как видно из (27), она может лишь усилить гравитацию. Этот вывод получен из стандартных уравнений А. А. Фридмана, не учитывающих влияние на однородную космическую среду космологических сил отталкивания.

В настоящей работе покажем, что в однородной изотропной Вселенной существенную роль играют центробежные космологические силы отталкивания. Их существование обусловлено не вращением Вселенной как целого, а связано с изменением тепловой энергии космической среды. При расширении Вселенной среда охлаждается. Умень-

шение тепловой энергии космической среды взаимосвязано с увеличением кинетической энергии её разлёта. Наглядный пример такого преобразования приведён во Введении. Природа этих сил чисто геометрическая. Они не зависят от гравитационной постоянной и не описываются в рамках уравнений Эйнштейна. Для описания этих сил необходимо обобщение уравнений Эйнштейна. Используемый нами метод введения центробежных космологических сил отталкивания в уравнения ОТО аналогичен методу введения в эти уравнения Λ -члена [1, гл. 4]. Кратко изложим его суть.

5. УРАВНЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА С Λ -ЧЛЕНОМ

Уравнения Эйнштейна (8) не содержат сил отталкивания. Вариант уравнений ОТО, содержащий силы отталкивания, был предложен Эйнштейном [12]. Он связан с введением в уравнения гравитационного поля источника сил отталкивания определённого вида (Λ -члена). С учётом Λ -члена уравнения Эйнштейна имеют вид

$$R_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k R = \frac{8\pi G}{c^4} T_i^k + \delta_i^k \Lambda, \quad (28)$$

где Λ — так называемая космологическая постоянная. Эта постоянная является универсальной. Ее значение может быть найдено из сравнения предсказаний теории и наблюдений. Полагают, что $\Lambda \approx 10^{-56} \text{ см}^{-2}$ [3; 5; 9].

Эйнштейновская модификация уравнений, связанная с введением Λ -члена, не нарушает ковариантности уравнений и не портит законов сохранения $T_{i;k}^k = 0$, содержащихся в (8).

Учёт эйнштейновских сил отталкивания, описываемых Λ -членом в уравнениях Эйнштейна, приводит к появлению в уравнениях А. А. Фридмана (24) и (25) дополнительных слагаемых. Они принимают вид

$$\begin{aligned} & 3 \left[\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{kc^2}{a^2} \right] = \\ & = \frac{8\pi G}{c^2} \varepsilon_{eff} = \frac{8\pi G}{c^2} \varepsilon + c^2 \Lambda, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} & 2 \frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{kc^2}{a^2} = \\ & = -\frac{8\pi G}{c^2} P_{eff} = -\frac{8\pi G}{c^2} P + c^2 \Lambda \end{aligned} \quad (30)$$

(подробности см., например, в [9, гл. 4]).

Переход от (8) к (28) часто связывают с заменой:

$$\begin{aligned} T_i^k & \Rightarrow T_{i\,eff}^k = \\ & = (\varepsilon_{eff} + P_{eff}) u_i u^k - P_{eff} \delta_i^k, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\varepsilon \Rightarrow \varepsilon_{eff} = \varepsilon + \varepsilon_\Lambda, \quad P \Rightarrow P_{eff} = P + P_\Lambda, \quad (32)$$

где

$$\varepsilon_\Lambda = \frac{c^4 \Lambda}{8\pi G}, \quad P_\Lambda = -\varepsilon_\Lambda. \quad (33)$$

Величины ε_Λ и P_Λ являются добавками к ε и P . Полагают, что они являются параметрами некоторой гипотетической среды, называемой «тёмной энергией». Считают, что «тёмная энергия» является источником космологических сил отталкивания (см., например, [3; 5]). Эти силы часто называют эйнштейновскими.

Из уравнений (29), (30) получают формулу, определяющую космологическое ускорение, создаваемое эйнштейновскими силами отталкивания. Она имеет вид

$$\ddot{a}_\Lambda = -\frac{4}{3} \pi G \frac{a}{c^2} (\varepsilon_\Lambda + 3P_\Lambda) = \frac{1}{3} \Lambda c^2 a \quad (34)$$

(см., [9, гл. 4]).

Для эйнштейновских сил отталкивания, источниками которых являются величины ε_Λ и P_Λ , важно, что $P_\Lambda = -\varepsilon_\Lambda$, вследствие чего и возникают силы отталкивания. На это обычно обращается внимание. В то же время отметим, что поле эйнштейновских сил отталкивания не зависит от гравитационной постоянной, чего не скажешь о величинах ε_Λ и P_Λ . Согласно Эйнштейну, Λ -член связан с неустранимой кривизной пространства-времени.

6. ОБОБЩЁННЫЕ УРАВНЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА

В уравнения ОТО, кроме эйнштейновских сил, описываемых Λ -членом, могут

быть введены и другие космологические силы отталкивания [6; 7].

Чтобы ввести эти силы в ОТО, рассматриваем модификацию уравнений Эйнштейна вида

$$R_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k R = \frac{8\pi G}{c^4}T_i^k - \frac{8\pi C}{c^4}Q_i^k. \quad (35)$$

Будем называть эти уравнения обобщёнными уравнениями Эйнштейна. В (35) C — некоторая постоянная.

Тензор энергии-импульса космической среды T_i^k определяется формулой (9) и является источником гравитационного поля. Тензор Q_i^k определяем формулой

$$Q_i^k = (\varepsilon_\Delta + P_\Delta) u_i u^k - P_\Delta \delta_i^k. \quad (36)$$

Считаем, что он является источником космологических сил отталкивания. Полагаем, что величины ε_Δ и P_Δ связаны со свойствами космической среды и таковы, что выполняется тождество

$$Q_{i;k}^k \equiv 0. \quad (37)$$

Использование тензора Q_i^k , определяемого формулой (36) и удовлетворяющего условию (37), позволяет ввести в уравнения Эйнштейна дополнительные слагаемые, не нарушающие ковариантности этих уравнений, содержащихся в них законов сохранения $T_{i;k}^k = 0$, а также связать силы отталкивания с известными свойствами космической среды.

В случае однородной Вселенной ε_Δ и P_Δ определяем формулами

$$\begin{aligned} \varepsilon_\Delta &= \frac{3c^2}{4\pi C} \frac{\Delta(a)}{a^2}, \\ P_\Delta &= -\frac{c^2}{4\pi C} \left(\frac{\Delta(a)}{a^2} + \frac{1}{a} \frac{d\Delta(a)}{da} \right), \end{aligned} \quad (38)$$

где $\Delta(a)$ — некоторая функция радиуса кривизны Вселенной a . Величины ε_Δ и P_Δ , также как ε и P , являются скалярными функциями. Легко проверить, что с учётом (38) при любом выборе функции $\Delta(a)$ выполняется тождество $Q_{i;k}^k \equiv 0$. Вследствие этого, законы сохранения $T_{i;k}^k = 0$, содержащиеся в стандартных уравнениях Эйнштейна, присутствуют и в уравнениях (35).

Уравнения Эйнштейна с Λ -членом являются частным случаем уравнений (35). В самом деле, если функцию $\Delta(a)$ выбрать в виде

$$\Delta(a) = \Delta_\Lambda(a) = -\frac{1}{6}\Lambda c^2 a^2, \quad (39)$$

то уравнения (35) оказываются уравнениями Эйнштейна (28) с Λ -членом.

Учитывая (36), (38), уравнения (35) для однородной Вселенной запишем в виде

$$\begin{aligned} R_i^k - \frac{1}{2}R\delta_i^k &= \frac{8\pi G}{c^4}T_i^k - \frac{2}{c^2 a^2} \times \\ &\times \left[\left(3\Delta - \frac{d}{da}(a\Delta) \right) u_i u^k + \frac{d}{da}(a\Delta)\delta_i^k \right]. \end{aligned} \quad (40)$$

Из (40) видно, что в обобщённых уравнениях Эйнштейна космологические силы отталкивания определяются видом функции $\Delta(a)$. В следующем пункте работы показано, что величина $\Delta(a)$ является источником этих сил. Обобщённые уравнения Эйнштейна, в которых не предполагается однородность Вселенной, записаны в пункте 10. Будет показано, что в эпохи, когда не существенны процессы рождения частиц/античастиц, тензором Q_i^k является тензор энергии-импульса релятивистской компоненты космической среды. Учитывается, что в эти эпохи в релятивистской компоненте сосредоточена подавляющая часть тепловой энергии космической среды.

7. ОБОБЩЁННЫЕ УРАВНЕНИЯ А. А. ФРИДМАНА

Из обобщённых уравнений Эйнштейна для описания однородной изотропной Вселенной стандартным образом получаем уравнения А. А. Фридмана. Они запишутся в виде

$$3 \left[\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} \right] = \frac{8\pi G}{c^2} \varepsilon - 6 \frac{\Delta(a)}{a^2}, \quad (41)$$

$$\begin{aligned} &2 \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} = \\ &= -\frac{8\pi G}{c^2} P - \frac{2}{a} \frac{d\Delta(a)}{da} - \frac{2\Delta(a)}{a^2}. \end{aligned} \quad (42)$$

Эти уравнения названы в [6; 7] обобщёнными уравнениями А. А. Фридмана.

Обобщённые уравнения А. А. Фридмана (41), (42) можно преобразовать к виду

$$\frac{d\varepsilon}{da} + 3(\varepsilon + P)\frac{1}{a} = 0, \quad (43)$$

$$\ddot{a} = -\frac{4}{3}\pi G \frac{a}{c^2}(\varepsilon + 3P) - \frac{d\Delta(a)}{da}. \quad (44)$$

Легко проверить, что первое из них является нулевой компонентой закона сохранения $T_{i;k}^k = 0$ для однородной изотропной Вселенной. Уравнение (43) справедливо при любом выборе функции $\Delta(a)$. Оно является первым началом термодинамики, записанным для случая однородной изотропной Вселенной. Считая, что расширение Вселенной является адиабатическим процессом (см., например, [8; 9]), первое начало термодинамики записываем в виде

$$dE = d(\varepsilon V) = -PdV. \quad (45)$$

Учитывая, что в рассматриваемом нами случае $V \sim a^3$, видим, что (43) является следствием (45).

Величина $\Delta(a)$ является некоторой энергией. Далее называем её « Δ -энергией». Из уравнения (44) видно, что эта энергия является источником космологических сил отталкивания, если она уменьшается с ростом масштаба a . В настоящей работе предполагаем, что « Δ -энергией» является тепловая энергия космической среды.

Для замыкания системы уравнений (43), (44) необходимо учесть уравнение, описывающее термодинамические свойства космической среды. Часто в теории рассматривают два следующих предельных случая.

Полагая $P \equiv 0, \varepsilon = \rho c^2$, из (43) находят, что при любых k и Δ справедливо уравнение

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{3}{a} \frac{da}{dt} = 0. \quad (46)$$

Отсюда следует, что плотность космической среды $\rho(t)$ и радиус Вселенной $a(t)$ связаны соотношением

$$\rho a^3 = \text{const}. \quad (47)$$

В современной космологии считают, что уравнения (43), (44) с $P = 0$ описывают динамику Вселенной, когда вклад релятивистской компоненты космической среды в полную её массу/энергию пренебрежимо мал (см., например, [3; 9]).

Полагая $P = (1/3) \cdot \rho c^2$, из (43) находят, что при любых k и $\Delta(a)$ справедливо уравнение

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{4}{a} \frac{da}{dt} = 0. \quad (48)$$

Отсюда заключают, что в релятивистской Вселенной плотность, удельная энергия и давление связаны с её радиусом кривизны соотношениями

$$\rho a^4 \sim \varepsilon a^4 \sim P a^4 = \text{const}. \quad (49)$$

В современной космологии полагают, что уравнения (43), (44) с $P = (1/3) \cdot \rho c^2$ хорошо описывают динамику Вселенной в радиационно доминированную (RD) эпоху, когда вклад релятивистской компоненты в полную массу/энергию Вселенной был определяющим [3; 9].

8. НЕРЕЛЯТИВИСТСКАЯ ВСЕЛЕННАЯ

Рассмотрим следующую идеализированную систему. Однородное и изотропное пространство однородно заполнено гравитирующим нерелятивистским одноатомным идеальным газом. Используя обобщённые космологические уравнения А. А. Фридмана, а также уравнения, описывающие термодинамические свойства идеального газа, изучим динамику этой системы.

На простом примере идеализированной нерелятивистской вселенной покажем, что в однородных изотропных безграничных гравитирующих средах существенную роль, кроме сил гравитации, могут играть объёмные центробежные силы. Эти силы автоматически появляются в уравнениях А. А. Фридмана, если в этих уравнениях симметрично с энергией разлёта космической среды учитывать энергию её теплового движения.

В уравнениях А. А. Фридмана (24), (25) присутствуют слагаемые, описывающие кинетическую энергию регулярного движения

космической среды $\sim \dot{a}^2$, но отсутствуют аналогичные по форме слагаемые, описывающие энергию ее теплового движения. Для описания динамики нерелятивистской вселенной используем обобщённые уравнения А. А. Фридмана (41), (42). Предполагаем, что описание энергий регулярного и теплового движения космической среды в этих уравнениях должно быть симметричным. Такое описание может быть достигнуто, если функцию $\Delta(a)$ взять в виде

$$\Delta(a) = \frac{1}{2}v^2(a) - \frac{1}{2}c^2(k + k_0), \quad (50)$$

где $v^2(a)/2$ — энергия теплового движения единицы массы космической среды; k_0 некоторая константа. Учёт в « Δ -энергии» постоянной k_0 позволяет получить решения, описывающие вселенную, имеющую произвольное значение полной энергии.

С учётом (50) обобщённые космологические уравнения А. А. Фридмана запишутся в виде

$$3 \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{k_0 c^2}{a^2} \right) = \frac{8\pi G}{c^2} \varepsilon - \frac{3v^2}{a^2}, \quad (51)$$

$$\begin{aligned} 2 \frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{k_0 c^2}{a^2} \right) &= \\ &= -\frac{8\pi G}{c^2} P - \frac{1}{a} \frac{dv^2}{da} - \frac{v^2}{a^2}. \end{aligned} \quad (52)$$

Дифференцируя уравнение (51) по t , находим

$$\ddot{a} = \frac{4\pi G}{3c^2} \frac{d}{da} (\varepsilon a^2) - \frac{1}{2} \frac{dv^2}{da}. \quad (53)$$

Видно, что тепловая энергия является не только одним из источников гравитационного поля, что учитывалось ранее, но одновременно и причиной сил отталкивания.

Из уравнения (52) с учётом (51) получаем

$$\ddot{a} = -\frac{4}{3} \frac{\pi G a}{c^2} (\varepsilon + 3P) - \frac{1}{2} \frac{dv^2}{da}. \quad (54)$$

Приравнявая (53), (54), заключаем, что при любом виде функции $v^2(a)$ и значении параметра k_0 справедливо уравнение, описывающее закон сохранения энергии космической среды в адиабатическом процессе:

$$\frac{d\varepsilon}{da} + 3(\varepsilon + P) \frac{1}{a} = 0. \quad (55)$$

Для нерелятивистского одноатомного газа вид зависимости $v^2(a)$ вполне определённый и является следствием уравнения (55). Для одноатомного идеального нерелятивистского газа справедливы формулы

$$\varepsilon = n m_0 c^2 + \frac{1}{2} n m_0 v^2 = \varepsilon_0 + \varepsilon_k, \quad (56)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= \frac{1}{2} n m_0 v^2 = \frac{3}{2} n k_B T, \\ P &= n k_B T = \frac{2}{3} \varepsilon_k, \end{aligned} \quad (57)$$

где n — концентрация частиц, ε_k — тепловая энергия единицы объёма, T — температура, P — давление идеального газа, k_B — постоянная Больцмана.

Легко показать, что уравнение (55) распадается на два:

$$\frac{dn}{da} + 3n \frac{1}{a} = 0, \quad (58)$$

$$\frac{d\varepsilon_k}{da} + \frac{5\varepsilon_k}{a} = 0. \quad (59)$$

Уравнение (58) описывает закон сохранения числа частиц. Из него следует

$$n a^3 = \text{const} = n_0 a_0^3. \quad (60)$$

Уравнение (59) описывает закон сохранения тепловой энергии в адиабатическом процессе. Интегрируя (59), находим

$$\varepsilon_k a^5 = \text{const}. \quad (61)$$

Так как $\varepsilon_k \sim n v^2$, то с учётом (60), из (61) получаем

$$v^2 a^2 = \text{const} = L_0^2 = v_0^2 a_0^2. \quad (62)$$

С учётом малости параметра v^2/c^2 уравнение (54) упрощается и принимает вид

$$\ddot{a} = -\frac{4}{3} \pi G a \rho - \frac{1}{2} \frac{dv^2}{da}. \quad (63)$$

Используя (60) и (62), запишем (63) в виде

$$\ddot{a} = -\frac{GM_0}{a^2} + \frac{L_0^2}{a^3} = -\frac{dU_{eff}}{da}, \quad (64)$$

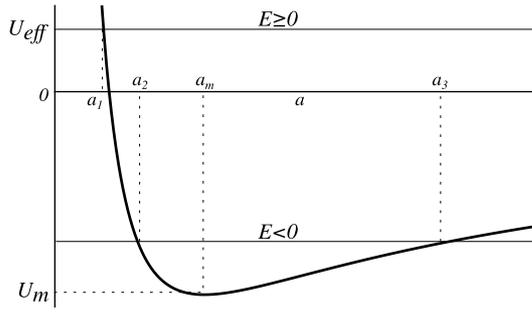


Рис. 1. График функции U_{eff} , определяемой формулой (65)

где

$$U_{eff} = -\frac{GM_0}{a} + \frac{L_0^2}{2a^2}, \quad (65)$$

$$M_0 = M(a) = \frac{4}{3}\pi r a^3 = \frac{4}{3}\pi r_0 a_0^3. \quad (66)$$

График функции $U_{eff}(a)$ изображён на рис. 1. Сохраняющиеся величины M_0 и L_0^2 являются параметрами рассматриваемой идеализированной нерелятивистской вселенной.

Первым интегралом уравнения (64) является энергия:

$$E = \frac{\dot{a}^2}{2} - \frac{GM_0}{a} + \frac{L_0^2}{2a^2}. \quad (67)$$

Энергия E и параметр k_0 связаны соотношением $E = k_0 c^2 / 2$.

Уравнение (67) является законом сохранения энергии нерелятивистской космической среды. В отличие от соответствующего закона сохранения «стандартных» уравнений А. А. Фридмана, в уравнении (67) учитывается, что изменение кинетической энергии разлёта космической среды происходит не только за счёт изменения потенциальной энергии, но и за счёт изменения энергии теплового движения. Справедливо соотношение

$$v^2/2 = L_0^2/2a^2. \quad (68)$$

Уравнение (64) отличается от «стандартного» уравнения А. А. Фридмана для нерелятивистской среды наличием в правой части уравнения слагаемого L_0^2/a^3 , описывающего космологические силы отталкивания. Действие этих сил обусловлено наличием у

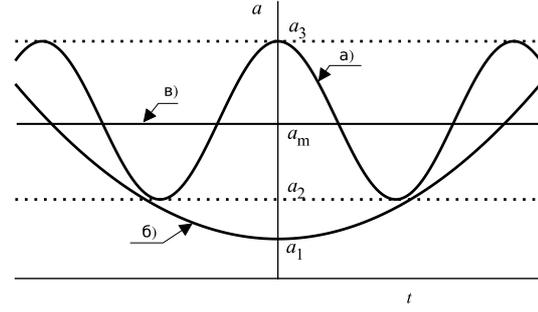


Рис. 2. Возможные типы решений уравнения (64):

- а) — осциллирующая вселенная ($E < 0$);
- б) — открытая вселенная ($E \geq 0$);
- в) — стационарная вселенная ($E = U_m$)

среды тепловой энергии. Существенно также, что трёхмерное пространство вселенной является искривлённым.

Уравнение (64) аналогично уравнению, описывающему радиальное движение единичной массы, имеющей вращательный момент $L = L_0$, в гравитационном поле точечной массы M_0 .

В зависимости от того $E < 0$, $E > 0$ или $E = 0$, принципиально различными являются решения, описывающие динамику идеализированной нерелятивистской вселенной.

При $E < 0$ нерелятивистская идеализированная вселенная является замкнутой и осциллирующей. Она описывается решениями типа а) (см. рис. 2.), имеет конечный объём и массу.

При $E \geq 0$ Вселенная является открытой. Эволюцию такой Вселенной описывают инфинитные решения типа б) (см. рис. 2.)

При выполнении «начального» условия

$$a_0 = a_m = \frac{L_0^2}{GM_0}, \quad \dot{a}(0) = 0 \quad (69)$$

реализуется стационарное решение $a = a_m$ (тип в), см. рис. 2.). Вселенная при этом является замкнутой, имеет конечный объём $V = 2\pi^2 a_m^3$. Стационарное состояние нерелятивистской вселенной является гравитационно устойчивым.

В нерелятивистской вселенной с $L_0 \neq 0$ отсутствует сингулярное состояние. В этой вселенной «Большой взрыв» может иметь место лишь при $L_0 = 0$.

Условия $E < 0$ и $E \geq 0$ можно записать в виде, который обычно используется

в космологии, а именно: $E < 0 \Rightarrow \rho_0 > \rho_c$, $E \geq 0 \Rightarrow \rho_0 \leq \rho_c$, соответственно. В рассматриваемой здесь модели роль критической плотности играет величина

$$\rho_c = \frac{3}{8\pi G} \left(H_0^2 + \frac{L_0^2}{a_0^4} \right). \quad (70)$$

Из этой формулы видно, что центробежные космологические силы могут существенно влиять на значение критической плотности.

9. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ВСЕЛЕННАЯ

Рассмотрим следующую задачу. Безразмерное однородное и изотропное трёхмерное пространство однородно заполнено чернотельным излучением, уравнение состояния которого имеет вид

$$P_{rad} = \frac{1}{3} \varepsilon_{rad} = \frac{1}{3} \rho_{rad} c^2. \quad (71)$$

Изучим динамику этой идеализированной релятивистской вселенной, для того чтобы понять, как в этом случае проявляется действие космологических сил отталкивания. Проведём исследование, используя обобщённые космологические уравнения А. А. Фридмана (41), (42), а также результаты работы [13]. В этой работе показано, что в релятивистской вселенной « Δ -энергия» определяется формулой

$$\Delta(a) = -\frac{1}{2} c^2 (k + k_0) + \frac{\Psi_{rad}}{2a^2}. \quad (72)$$

Параметр Ψ_{rad} является интегралом движения. Он связан с характерным масштабом релятивистской вселенной a_m соотношением

$$\Psi_{rad} = c^2 a_m. \quad (73)$$

Подставляя (72) в (41), (42) преобразуем их к виду

$$\ddot{a} = -\frac{8}{3} \pi G a \rho_{rad} + \frac{\Psi_{rad}}{a^3}, \quad (74)$$

$$\frac{d}{da} (\rho_{rad} a^2) + 2 (\rho_{rad} a^2) \frac{1}{a} = 0. \quad (75)$$

Интегрируя уравнение (75), получаем

$$\rho_{rad} a^4 = \text{const} = \rho_{rad0} a_0^4. \quad (76)$$

Учитывая термодинамические свойства чернотельного излучения, заключаем, что с изменением масштаба релятивистской вселенной a частота излучения ω , его температура T и плотность частиц n_{rad} меняются следующим образом:

$$\begin{aligned} \omega a &= \omega_0 a_0, \quad T a = T_0 a_0, \\ n_{rad} a^3 &= n_{rad0} a_0^3. \end{aligned} \quad (77)$$

Уравнение (74) с учётом (76) запишем в виде

$$\ddot{a} = -(1 - \alpha) \tau_{rad} / a^3. \quad (78)$$

Безразмерный параметр

$$\alpha = \Psi_{rad} / \tau_{rad} \quad (79)$$

определяет соотношение величин сил отталкивания и притяжения. При $\alpha = 1$ в релятивистской вселенной эти силы точно уравновешивают друг друга.

Параметр τ_{rad} определяется формулой

$$\tau_{rad} = \frac{8}{3} \pi G \rho_{rad} a^4 = \frac{8}{3} \pi G \rho_{rad0} a_0^4. \quad (80)$$

Первым интегралом уравнения (78) является энергия

$$E = \frac{\dot{a}^2}{2} - (1 - \alpha) \frac{\tau_{rad}}{2a^2} = \frac{k_0 c^2}{2}. \quad (81)$$

Уравнение (78) запишем в виде

$$\ddot{a} = -\frac{dU_{eff}}{da}, \quad (82)$$

где

$$U_{eff} = -(1 - \alpha) \frac{\tau_{rad}}{2a^2}. \quad (83)$$

Динамика релятивистской вселенной зависит от величины параметра α . На рис. 3 приведены графики функции U_{eff} , определяемые формулой (83) для $\alpha < 1$ и $\alpha > 1$. Решения, описывающие динамику релятивистской вселенной, схематично изображены на рис. 4.

При $\alpha < 1$ возможны два типа решений. При $E < 0$ вселенная является замкнутой, а при $E \geq 0$ открытой. Решения содержат сингулярность. Вселенная рождается в результате «Большого взрыва» (см. рис. 4).

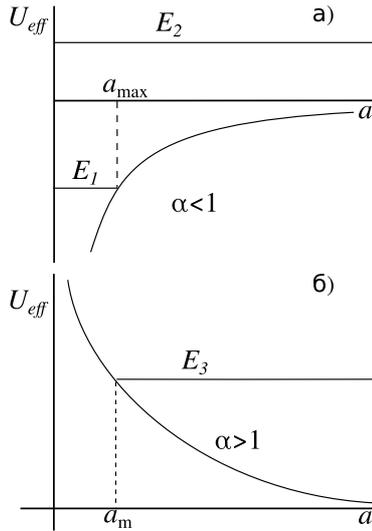


Рис. 3. Графики функции U_{eff} , определяемой формулой (83)

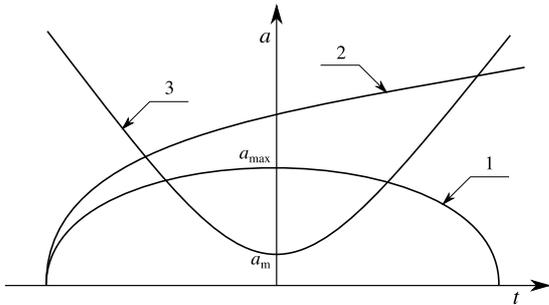


Рис. 4. Схематично изображены графики, качественно описывающие различные типы решений уравнения (82):

1 — $E = E_1 < 0$, $\alpha < 1$; 2 — $E = E_2 > 0$, $\alpha < 1$; 3 — $E = E_3 > 0$, $\alpha > 1$. Уровни энергий E_1 , E_2 и E_3 схематично приведены на рис. 3

При $\alpha > 1$ релятивистская вселенная является открытой. Полная энергия вселенной $E > 0$. Описывающие её решения не имеют сингулярности. Родившись в «бесконечности» вселенная сначала сжимается до некоторого минимального масштаба, а затем неограниченно ускоренно расширяется (см. рис. 4).

Скорость изменения масштаба открытой вселенной при $a \rightarrow \infty$, определяется значением параметра k_0 . При $E > 0$ параметр k_0 (см. (81)) удобно записывать в виде $k_0 = \gamma^2$. С учётом этого обозначения асимптотическое значение скорости разлёта $\dot{a}_\infty = \gamma c$.

При $\alpha = 1$ имеет место равномерное расширение релятивистской вселенной. Она яв-

ляется открытой.

Реальная Вселенная является многокомпонентной. Это существенно влияет на её эволюцию. В следующем пункте описана модель Вселенной, учитывающая её многокомпонентность и тепловую природу космологических сил отталкивания.

10. КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВСЕЛЕННОЙ

10.1. Состав космической среды

Учтём многокомпонентность обычной космической среды, заполняющей Вселенную. Для её описания используем двухкомпонентное приближение. Полагаем, что среда состоит из двух однородно перемешанных компонент: нерелятивистской и релятивистской.

В нерелятивистскую компоненту включаются все составляющие космической среды как видимые («барионная компонента»), так и невидимые («тёмная материя»). Эта компонента состоит из частиц, масса покоя которых много больше их кинетической энергии. Она является кластеризуемой и в настоящее время основной по массе/энергии во Вселенной. В современной Вселенной влияние давления нерелятивистской компоненты на динамику Вселенной является несущественным.

В релятивистскую компоненту включаем все составляющие космической среды как наблюдаемые (реликтовое излучение), так и ненаблюдаемые, уравнение состояния для которых $P = (1/3)\epsilon$. Эта компонента состоит из частиц, масса покоя которых равна нулю либо много меньше их полной энергии. Считаем, что релятивистская составляющая является некластеризуемой, однородно распределённой в пространстве. В настоящее время её вклад в полную энергию космической среды и влияние на динамику Вселенной является малым (см., например, [3; 5]). В тоже время влияние релятивистской компоненты космической среды на динамику Вселенной в RD-эпоху было определяющим.

Отношение концентраций частиц нерелятивистской компоненты n_M и релятивистской n_{rad} , за исключением самых ранних

стадий эволюции Вселенной, остаётся постоянным. Рассматриваем эпохи, для которых температура космической среды стала достаточно низкой и влияние процессов рождения частиц/античастиц стало несущественным. В эти эпохи, согласно наблюдательным данным, $n_{rad}/n_M \sim 10^9$. Значки M и rad используем, как это принято (см., например, [3]), для обозначения величин, описывающих нерелятивистскую и релятивистскую компоненты, соответственно.

Исходными для описания динамики Вселенной в рамках предлагаемого нами подхода являются обобщённые космологические уравнения А. А. Фридмана (41), (42). Эти уравнения для двухкомпонентной космической среды запишутся в виде

$$3 \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} \right) = 8\pi G (\rho_M + \rho_{rad}) - \frac{6\Delta}{a^2}, \quad (84)$$

$$\begin{aligned} 2 \frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} \right) &= \\ &= -\frac{8}{3} \pi G \rho_{rad} - \frac{2\Delta}{a^2} - \frac{2}{a} \frac{d\Delta}{da}. \end{aligned} \quad (85)$$

При написании уравнений (84), (85) считаем, что полное давление космической среды $P = P_M + P_{rad} \approx P_{rad} = (1/3)\varepsilon_{rad}$. Плотности энергий ε_M и ε_{rad} связаны с плотностями ρ_M и ρ_{rad} уравнениями $\varepsilon_M = \rho_M c^2$, $\varepsilon_{rad} = \rho_{rad} c^2$.

Уравнения (84), (85) легко преобразовать к виду

$$\ddot{a} = -\frac{4}{3} \pi G a (\rho_M + 2\rho_{rad}) - \frac{d\Delta}{da}, \quad (86)$$

$$\frac{d}{da} (\varepsilon_M + \varepsilon_{rad}) + (3\varepsilon_M + 4\varepsilon_{rad}) \frac{1}{a} = 0. \quad (87)$$

При $\Delta(a) \neq 0$ уравнение (86) может описывать не только действие сил притяжения, но и сил отталкивания. Уравнение (87) описывает изменение внутренней энергии двухкомпонентной космической среды в процессе эволюции Вселенной. Оно имеет такой вид при любом виде функции $\Delta(a)$ и значении параметра k .

Уравнение (87) распадается на два уравнения:

$$\frac{d\rho_M}{da} + 3\rho_M \frac{1}{a} = 0, \quad (88)$$

$$\frac{d\rho_{rad}}{da} + 4\rho_{rad} \frac{1}{a} = 0. \quad (89)$$

Интегрируя эти уравнения, заключаем, что плотности нерелятивистской ρ_M и релятивистской ρ_{rad} компонент связаны с характерным размером Вселенной a соотношениями

$$\begin{aligned} \rho_M(a) &= \rho_{M0} (a_0/a)^3, \\ \rho_{rad}(a) &= \rho_{rad0} (a_0/a)^4. \end{aligned} \quad (90)$$

Здесь и далее значок ноль используется для обозначения параметров современной Вселенной.

Учитывая (90), уравнения (84), (85) запишем в виде

$$\frac{\dot{a}^2}{2} + \Delta - \frac{\tau_M}{a} - \frac{\tau_{rad}}{2a^2} = -\frac{k}{2} c^2, \quad (91)$$

$$\ddot{a} = -\frac{d}{da} \left[-\frac{\tau_M}{a} - \frac{\tau_{rad}}{2a^2} \right] - \frac{d\Delta}{da}. \quad (92)$$

Постоянные τ_M и τ_{rad} являются интегралами движения и определяются формулами

$$\tau_M = \frac{4}{3} \pi G \rho_{M0} a_0^3, \quad \tau_{rad} = \frac{8}{3} \pi G \rho_{rad0} a_0^4. \quad (93)$$

Уравнение (91) рассматриваем как закон сохранения энергии. Согласно этому уравнению, сумма кинетической энергии разлёта космической среды ($\dot{a}^2/2$), энергии $\Delta(a)$, являющейся источником сил отталкивания, и потенциальной энергии $-(\tau_M/a + \tau_{rad}/2a^2)$, являющейся источником сил притяжения, в процессе эволюции Вселенной остаётся постоянной. Функция $\Delta(a)$ может содержать константу. Значение этой константы определяет полную энергию Вселенной.

Уравнение (92) интерпретируем как описывающее радиальное движение космической среды в фиктивном четырёхмерном пространстве. Первое слагаемое правой части (92) описывает действие сил притяжения, второе — сил отталкивания. Необходимым условием присутствия объёмных сил отталкивания в однородной и изотропной Вселенной является убывание « Δ -энергии» с ростом масштаба a .

10.2. C -модель

Учитывая выражения для « Δ -энергий» нерелятивистской и релятивистской вселенных (см. пункты 8 и 9), а также то, что подавляющая часть тепловой энергии космической среды содержится в релятивистской компоненте, функцию $\Delta(a)$ определяем формулой

$$\Delta(a) = \frac{\alpha \tau_{rad}}{2a^2} - \frac{\mathbb{C}^2}{2}(k + k_0), \quad (94)$$

где α и k_0 некоторые константы. Введение константы k_0 , как мы полагаем, даёт возможность правильно описывать влияние вакуумной формы материи на динамику Вселенной. Подробности в статье [14]. « Δ -энергия» (94) является источником космологических сил отталкивания. Они возникают в однородной расширяющейся Вселенной за счёт перекачки энергии теплового движения космической среды в энергию её разлёта. Эти силы являются центробежными по своей природе. Космологическую модель, в основе которой лежат обобщённые уравнения А. А. Фридмана (91), (92) с « Δ -энергией», определяемой формулой (94), называем C -моделью.

Подставляя (94) в обобщённые уравнения А. А. Фридмана (91), (92), получаем уравнения описывающие динамику Вселенной в рамках C -модели:

$$\frac{1}{\bar{a}^2} \left(\frac{d\bar{a}}{d\bar{t}} \right)^2 = k_0 \frac{\Omega_{curv}}{\bar{a}^2} + \frac{\Omega_M}{\bar{a}^3} + (1 - \alpha) \frac{\Omega_{rad}}{\bar{a}^4}, \quad (95)$$

$$\frac{d^2\bar{a}}{d\bar{t}^2} = -\frac{\Omega_M}{2\bar{a}^2} - (1 - \alpha) \frac{\Omega_{rad}}{\bar{a}^3}, \quad (96)$$

где $\bar{a} = a/a_0$, $\bar{t} = t \cdot H_0$, H_0 — постоянная Хаббла. Её часто записывают в виде $H_0 = h \cdot 100$ км/с Мпк. Безразмерный параметр α определяет соотношение сил отталкивания и притяжения во Вселенной в RD-эпоху. Используются обозначения

$$\Omega_M = \frac{\rho_{M0}}{\rho_c}, \quad \Omega_{rad} = \frac{\rho_{rad0}}{\rho_c}, \quad (97)$$

$$\Omega_{curv} = \frac{c^2}{H_0^2 a_0^2}.$$

Величина критической плотности ρ_c определяется формулой

$$\rho_c = 3H_0^2/8\pi G = 1,88 \cdot 10^{-29} h^2 \text{ г/см}^3. \quad (98)$$

Решения уравнений (95), (96) удовлетворяют начальным условиям:

$$\bar{a}(\bar{t}_0) = 1, \quad (d\bar{a}/d\bar{t})(\bar{t}_0) = 1. \quad (99)$$

Считаем, что современной Вселенной соответствует момент времени $t = t_0$.

Параметрами C -модели являются

$$\Omega_M, \quad \Omega_{rad}, \quad \Omega_{curv}, \quad \alpha, \quad h, \quad k_0. \quad (100)$$

Учитывая граничные условия (99), из (95) находим, что параметры (100) связаны соотношением

$$k_0 \Omega_{curv} + \Omega_M + (1 - \alpha) \Omega_{rad} = 1. \quad (101)$$

В рамках C -модели возможны различные решения, описывающие динамику Вселенной. Для качественного анализа этих решений, уравнение (96) запишем в виде

$$\frac{d^2\bar{a}}{d\bar{t}^2} = -\frac{dU_C(\bar{a})}{d\bar{a}}, \quad (102)$$

где

$$U_C(\bar{a}) = -\frac{1}{2} \frac{\Omega_M}{\bar{a}} - \frac{1}{2} (1 - \alpha) \frac{\Omega_{rad}}{\bar{a}^2}. \quad (103)$$

Вид решений $\bar{a}(\bar{t})$ уравнения (102) зависит от вида потенциала $U_C(\bar{a})$, а также от значения энергии

$$E = \frac{1}{2} \left(\frac{d\bar{a}}{d\bar{t}} \right)^2 + U_C(\bar{a}) = \frac{1}{2} k_0 \Omega_{curv}, \quad (104)$$

являющейся первым интегралом этого уравнения.

При $\alpha \leq 1$ решения, описывающие динамику Вселенной, качественно совпадают с аналогичными для релятивистской вселенной. При $E < 0$ они описывают динамику замкнутой, а при $E \geq 0$ открытой Вселенных. Эти Вселенные рождаются в момент «Большого взрыва». При $\alpha \leq 1$ силы отталкивания всегда меньше, чем силы притяжения. Расширение происходит с замедлением (см. рис. 4).

Если значение параметра $\alpha > 1$, то решения, описывающие динамику Вселенной, качественно совпадают с описанными

ранее для идеализированной нерелятивистской вселенной. Следует только иметь в виду, что в реальной Вселенной главным источником космологических сил отталкивания является энергия релятивистской компоненты космической среды. В решениях с $\alpha > 1$ отсутствует сингулярность, но существует состояние, когда Вселенная имеет минимальный размер и максимальную температуру (см. рис. 2). При $\alpha > 1$ и $E < 0$ Вселенная является замкнутой и осциллирующей. Возможно устойчивое стационарное состояние Вселенной. Решения с $\alpha > 1$ и $E \geq 0$ описывают открытую Вселенную. Асимптотическое значение скорости её расширения $\dot{a}_\infty = \sqrt{k_0} c = \gamma c$.

Интересными с точки зрения приложения S -модели для описания Вселенной, по-видимому, являются решения, для которых параметр α больше единицы, но очень мало от неё отличается. Согласно этим решениям, существовала эпоха, когда Вселенная имела минимальный масштаб и очень высокую температуру. В этом состоянии определяющую роль играли огромные космологические силы отталкивания. Под действием этих сил Вселенная достаточно быстро приобрела скорость расширения близкую к скорости света. При расширении силы отталкивания спадали обратно пропорционально кубу, а притяжения квадрату масштаба Вселенной. Поэтому, вскоре после начала расширения Вселенной, определяющими её динамику стали силы притяжения. Начальная энергия разлёта была столь большой, что спадающие с ростом радиуса кривизны силы притяжения не смогли существенно изменить скорость расширения. Есть основания считать, что подавляющую часть времени Вселенная расширяется почти с постоянной скоростью [6].

При описании динамики Вселенной в сопутствующей системе координат следует иметь в виду следующее. Величина da/dt не имеет смысла физической скорости каких-либо частиц. Нет основания считать, что da/dt не может быть больше, чем скорость света. В то же время скорость расширения da/dt Вселенной в четырёхмерном евклидовом пространстве всегда меньше скорости света. Убедимся в этом на примере равно-

мерно расширяющейся Вселенной. Для этого случая, очевидно, справедливы формулы

$$da/dt = \gamma c, \quad c^2 dt^2 = c^2 d\tau^2 - da^2. \quad (105)$$

Отсюда находим

$$da/d\tau = c \frac{\gamma}{\sqrt{1 + \gamma^2}}. \quad (106)$$

При любом значении параметра γ , $(da/d\tau) < c$. С ростом γ , $da/d\tau$ монотонно растёт. При $\gamma \gg 1$, $da/d\tau \approx c$.

10.3. Уравнения ОТО с учётом центробежных космологических сил отталкивания

Уравнения (95), (96) не содержатся в стандартных уравнениях Эйнштейна (8). В тоже время они в предположении однородности и изотропности Вселенной могут быть получены из уравнений

$$\begin{aligned} R_i^k - \frac{1}{2} \delta_i^k &= \\ &= \frac{8\pi G}{c^4} (T_{im}^k + T_{i rad}^k) - \frac{8\pi C}{c^4} T_{i rad}^k, \end{aligned} \quad (107)$$

где $C = \alpha G$ — постоянная центробежных космологических сил отталкивания. Константа C является столь же универсальной, как и гравитационная постоянная G . Значение C может быть найдено в процессе практического использования уравнений (107). Отметим, что эти уравнения в случаях, когда существенными становятся процессы рождения и уничтожения частиц и античастиц, должны быть уточнены.

Согласно уравнениям (107), релятивистская компонента космической среды является не только источником гравитационного поля, что учитывается в стандартных уравнениях Эйнштейна, но одновременно и источником космологических сил отталкивания. В следующем пункте покажем, что уравнение (107) с правильно подобранной константой α правильно описывает наблюдения, для которых эффекты космологического расширения являются существенными.

11. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ *C*-МОДЕЛИ ДЛЯ ОБЪЯСНЕНИЯ НАБЛЮДЕНИЙ

11.1. Интерпретация наблюдаемой зависимости «видимая звёздная величина – красное смещение» для сверхновых типа Ia

11.1.1. Зависимость «видимая звёздная величина – красное смещение»

Одним из эффективных способов проверки правильности космологической модели считается способ, основанный на сравнении теоретически рассчитанной в рамках этой модели и реально наблюдаемой зависимости: «видимая звёздная величина – красное смещение» [1; 2; 9]. В расчётах используется формула, определяющая соотношение между видимой яркостью и красным смещением для источника, чья абсолютная светимость предполагается известной. Приведём краткий вывод этой формулы.

В расширяющейся Вселенной длина волны λ фотона, испущенного в момент времени t , и его длина волны λ_0 , регистрируемая наблюдателем в момент времени t_0 , связаны соотношением

$$\lambda_0/\lambda = a_0/a. \quad (108)$$

Величины a и a_0 определяют характерный размер Вселенной в момент времени t и t_0 , соответственно. Красное смещение наблюдаемого объекта z определяется формулой

$$z = (\lambda_0 - \lambda) / \lambda = (a_0/a) - 1. \quad (109)$$

Чем дальше находился объект, излучивший фотоны, тем дольше эти фотоны летели в расширяющейся Вселенной, тем больше отношение $a_0/a(t)$ и больше его красное смещение z (см., например, [3; 9]).

Красное смещение z объекта — непосредственно измеримая величина. Измерение z сводится к идентификации линии или системы линий излучения (или поглощения) атомов и определению того, насколько они смещены в область длинных волн. Формулы (108) и (109) имеют общий характер и справедливы при любых z .

В современной «стандартной» космологической модели Вселенной, часто обознача-

емой как Λ CDM-модель, обычно предполагается, что Вселенная является открытой и используется метрика

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \times \left\{ (d\chi)^2 + \text{sh}^2 \chi \left[(d\theta)^2 + \sin^2 \theta (d\phi)^2 \right] \right\} \quad (110)$$

(см., например, [3]). Основанием для такого предположения является следующее. В случае отсутствия космологических сил отталкивания, условием реализации замкнутой модели Вселенной является выполнение неравенства $\Omega_M + \Omega_{rad} > 1$. Оно выполняется, если плотность космической среды больше, чем критическая (см., например, [3]). При учёте сил отталкивания, значение $\Omega_M + \Omega_{rad}$, при котором Вселенная может быть замкнутой, должно быть большим, чем в случае их отсутствия, т. е. превосходящим вышеуказанное неравенство.

В параметре Ω_M содержится вклад двух составляющих: «барионной компоненты» и «тёмной материи». Оценка вклада «барионной компоненты» в Ω_M , основанная на наблюдениях, показывает, что он приблизительно равен $0,04 \div 0,05$ (см., например, [3; 5]). С другой стороны, для интерпретации многочисленных наблюдательных данных (см., например, [15–18]) приходится предполагать, что количество «тёмной материи» не менее чем в пять–шесть раз превосходит количество видимой «барионной компоненты». С учётом вклада «тёмной материи» полагают, что значение параметра Ω_M лежит в области $0,25 - 0,30$. В современной космологии считается, что вклад релятивистской компоненты в полную плотность энергии современной Вселенной весьма мал. В то же время в ранней Вселенной этот вклад был определяющим. Полагают, что значение параметра $\Omega_{rad} \approx (4,2/h^2) \cdot 10^{-5}$ (см., например, [3, гл. 4]).

Учитывая приведённые выше данные о значениях параметров Ω_M и Ω_{rad} , заключают, что плотность космической среды заметно меньше критической, а поэтому Вселенная является открытой. Это служит основанием для использования метрики (110) при описании геометрии Вселенной в Λ CDM-модели. В предлагаемой нами *C*-модели также используем метрику (110) и считаем,

что Вселенная является открытой. В открытой модели параметр $k_0 = \gamma^2$. Величина γ определяет асимптотическое значение скорости расширения \dot{a}_∞ . Как было показано в предыдущем пункте, значение параметра γ может быть и больше единицы.

Площадь поверхности, через которую пролетают фотоны, испущенные источником, имеющим красное смещение z , определяется формулой

$$S(z) = 4\pi r^2(z), \quad (111)$$

где

$$r(z) = a_0 \operatorname{sh} \chi(z). \quad (112)$$

Взяв за единицу измерения длины величину cH_0^{-1} , запишем $r(z)$ в безразмерном виде

$$\bar{r}(z) = r(z)/cH_0^{-1}. \quad (113)$$

Плотность потока фотонов, падающих на приёмник, пропорциональна $1/S(z)$. Вследствие красного смещения энергия каждого регистрируемого фотона $\hbar\omega_0$ отличается от энергии испущенного фотона $\hbar\omega$. Эти энергии связаны соотношением

$$\hbar\omega_0/\hbar\omega = (a/a_0) = (1+z)^{-1}. \quad (114)$$

Видно, что энергия каждого принимаемого фотона в $(1+z)$ раз меньше его энергии в момент испускания. Дополнительно видимая яркость объекта, имеющего красное смещение z , ещё уменьшена на фактор $(1+z)$. Это связано с тем, что единице времени приёмника соответствует время $(1+z)^{-1}$ излучателя (см., например, [9, гл.3]).

Учитывая вышесказанное, формулу, определяющую видимую яркость E источника, имеющего абсолютную светимость L и красное смещение z , без учёта поглощения и рассеяния фотонов записываем в виде

$$E = L / [(1+z)^2 S(z)]. \quad (115)$$

Астрономы используют не величину E , а звёздные величины m . По определению

$$m = -2,5 \lg E + \text{const}. \quad (116)$$

Чтобы в зависимости $m(z)$ выделить влияние факторов, определяющих эволюцию

Вселенной, и исключить влияние фактора «абсолютная светимость наблюдаемого объекта», изучают источники, имеющие предсказуемую светимость («стандартные свечи»). Кроме звёздной величины m , для этих объектов используется понятие абсолютной звёздной величины M . Величина M — это есть m при условии, что источник находится на расстоянии 10 пк от наблюдателя. По определению

$$M = -2,5 \lg E_1 + \text{const}, \quad (117)$$

где $E_1 = L/4\pi l_0^2$, $l_0 = 10$ пк.

Учитывая формулы (113), (115)–(117), находим

$$\begin{aligned} (m - M)(z) &= \\ &= 5 \lg [(1+z)\bar{r}(z)] + 5 \lg (cH_0^{-1}/l_0). \end{aligned} \quad (118)$$

В зависимости $(m - M)(z)$ влияние факторов, определяющих свойства наблюдаемых объектов, исключены (при этом, конечно, используется предположение об одинаковой их абсолютной светимости) и остаётся лишь зависимость от факторов, определяющих эволюцию Вселенной.

Чтобы найти функцию $\bar{r}(z)$, входящую в (118), необходимо вычислить функцию $\chi(z)$ (см. (112), (113)). Функция $\chi(z)$ однозначно связана с функцией $a(t)$, определяющей динамику Вселенной. Для фотона, движущегося к приёмнику, который находится в начале сопутствующей системы координат, справедливо уравнение

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) (d\chi)^2 = 0. \quad (119)$$

Отсюда находим

$$d\chi = -c dt/a(t). \quad (120)$$

Знак минус взят потому, что рассматриваются лучи, приходящие к наблюдателю, находящемуся в начале системы координат.

Используя (109), от переменной t переходим к переменной z :

$$dt = a^2 dz/a_0 (da/dt). \quad (121)$$

Формулу (120) записываем в виде

$$d\chi = c dz/a_0 (\dot{a}/a). \quad (122)$$

Отсюда находим функцию $\chi(z)$:

$$\chi(z) = c \int_0^z \frac{dz'}{a_0 (\dot{a}/a)_{z'}}. \quad (123)$$

Функцию $(\dot{a}/a)_z$ для C -модели определяем из уравнения (95). Для полноты и возможности сравнения, наряду с результатами, полученными в рамках C -модели, приводим также соответствующие результаты, полученные в рамках Λ CDM-модели.

11.1.2. Зависимость $\bar{r}(z)$ в Λ CDM-модели

Для расчёта зависимости $(m - M)(z)_\Lambda$ предварительно вычисляем функцию $\bar{r}_\Lambda(z)$. Формулу, определяющую расстояние $\bar{r}_\Lambda(z)$ до наблюдаемого объекта, имеющего красное смещение z , запишем в следующем виде (см., например, [3, гл. 4]):

$$\bar{r}_\Lambda(z) = \frac{1}{\sqrt{\Omega_{curv}}} \operatorname{sh} \int_0^z \frac{\sqrt{\Omega_{curv}} dz'}{\sqrt{f_\Lambda(z')}}, \quad (124)$$

где

$$f_\Lambda(z') = \Omega_{curv} (1 + z')^2 + \Omega_M (1 + z')^3 + \Omega_{rad} (1 + z')^4 + \Omega_\Lambda. \quad (125)$$

Параметры Λ CDM-модели Ω_{curv} , Ω_M , Ω_{rad} и Ω_Λ связаны соотношением:

$$\Omega_{curv} + \Omega_M + \Omega_{rad} + \Omega_\Lambda = 1. \quad (126)$$

Здесь и далее величины, рассчитанные в рамках Λ CDM-модели, будем обозначать индексом Λ .

Обычно для интерпретации наблюдений используется «плоская Λ CDM-модель», в которой полагают $\Omega_{curv} = 0$. Предсказания Λ CDM-модели с Ω_{curv} , заметно отличающимся от нуля, противоречат наблюдениям (см., например, [3]).

Считая, что $\Omega_{curv} = 0$, формулы (124), (126) записываем в виде

$$\bar{r}_\Lambda(z) = \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_M (1+z')^3 + \Omega_{rad} (1+z')^4 + \Omega_\Lambda}}, \quad (127)$$

$$\Omega_M + \Omega_{rad} + \Omega_\Lambda = 1. \quad (128)$$

Стандартная математическая процедура выбора теоретически рассчитанной зависимости $(m - M)_\Lambda(z)$, наилучшим образом описывающей наблюдательные данные

по сверхновым типа Ia, показывает, что это имеет место при $\Omega_M \approx 0,27$, $\Omega_\Lambda \approx 0,73$ (см., например, [15–17]). Учитывая это, при расчётах используем следующие значения параметров Λ CDM-модели:

$$\begin{aligned} \Omega_{curv} &= 0, \quad \Omega_M = 0,27, \\ \Omega_{rad} &= (4,2/h^2) \cdot 10^{-5}, \\ \Omega_\Lambda &= 1 - \Omega_M - \Omega_{rad}. \end{aligned} \quad (129)$$

11.1.3. Зависимость $\bar{r}(z)$ в C -модели

Учитывая (123) и (95), формулу (113), определяющую расстояние $\bar{r}_C(z)$ в C -модели, запишем в виде

$$\bar{r}_C(z) = \frac{1}{\sqrt{\Omega_{curv}}} \operatorname{sh} \int_0^z \frac{\sqrt{\Omega_{curv}} dz'}{\sqrt{f_C(z')}}, \quad (130)$$

где

$$\begin{aligned} f_C(z') &= \gamma^2 \Omega_{curv} (1 + z')^2 + \\ &+ \Omega_M (1 + z')^3 + \Omega_{rad} (1 - \alpha) (1 + z')^4. \end{aligned} \quad (131)$$

Параметры C -модели связаны соотношением:

$$\gamma^2 \Omega_{curv} + \Omega_M + (1 - \alpha) \Omega_{rad} = 1. \quad (132)$$

Используя (118), (130), получаем формулы для расчёта зависимости $(m - M)_C(z)$.

Используемые значения параметров Λ CDM-модели в значительной степени являются не результатом непосредственных измерений, а следствием подгонки параметров модели для правильного объяснения различных наблюдений. Значения параметров C -модели также выбираем такими, чтобы получить наилучшее объяснение наблюдательных данных. Поскольку Λ CDM- и C -модели принципиально отличаются друг от друга, то нет оснований считать, что значения аналогичных параметров в этих моделях должны совпадать.

В настоящей работе проводится лишь оценка возможности C -модели давать правильное объяснение наблюдательным данным об эволюции Вселенной.

На рис. 5 приведены графики зависимости $(m - M)_C(z)$, рассчитанные по форму-

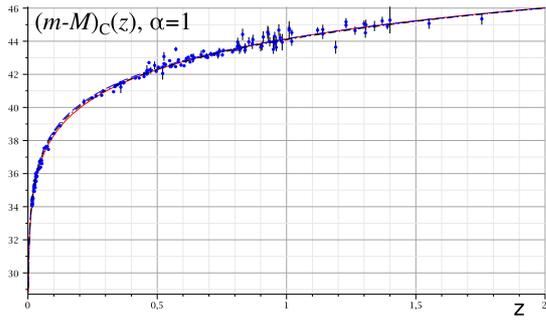


Рис. 5. Зависимость $(m - M)_C(z)$ в C -модели при значении параметра $\alpha = 1$

ле (118) для двух наборов значений параметров C -модели:

$$\begin{aligned} \Omega_M = 0,27, \quad h = 0,60, \\ \gamma = 1,38, \quad (\text{тире}), \end{aligned} \quad (133)$$

$$\begin{aligned} \Omega_M = 0,15, \quad h = 0,63, \\ \gamma = 1,48, \quad (\text{точка-тире}). \end{aligned} \quad (134)$$

Для сравнения на рис. 5 приведён график зависимости $(m - M)_\Lambda(z)$ для «стандартных» значений (127). Точками на рисунке приведены наблюдаемые значения $(m - M)(z)$, вертикальными линиями — их ошибки измерения. Наблюдательные данные взяты из [16; 17].

Параметр α полагается равным единице, Ω_{rad} , как и в Λ CDM-модели, полагаем равным $(4,2/h^2) \cdot 10^{-5}$. Приведён также график зависимости $(m - M)_\Lambda(z)$, рассчитанный для параметров (129). Видно, что приведённые графики зависимости $(m - M)_C(z)$ хорошо описывают наблюдаемую зависимость $(m - M)(z)$ для сверхновых типа Ia.

Сравнение приведённых на рис. 5 теоретически рассчитанных зависимостей $(m - M)(z)$ в рамках Λ CDM- и C -моделей показывает, что в области красных смещений $z < 2$ они практически совпадают. Это означает, что C -модель, по крайней мере в области $z < 2$ (к которой и относятся наблюдательные данные по сверхновым типа Ia (см.[16; 17]), не хуже, чем Λ CDM-модель объясняет наблюдаемую зависимость для сверхновых типа Ia.

Моделирование динамики Вселенной в рамках Λ CDM-, C - и S -моделей доступно в режиме online на нашем сайте www.cosmoway.ru.

Приведённые выше объяснения наблюдений даны в рамках C -модели. Она основана на понятных и простых физических представлениях. В этой модели использование «тёмной энергии» оказывается лишним. Из C -модели не следует, что пространство является плоским, не следует также, что современная Вселенная расширяется с ускорением.

В C -модели существуют решения не имеющие особенностей. Возможно, что дальнейшие исследования покажут, что одно из них и описывает реальную Вселенную.

В следующем пункте приведены формулы расчёта возраста Вселенной, момента рекомбинации и углового размера наблюдаемых объектов. Они использованы для объяснения в рамках C -модели наблюдений, относящихся к области красных смещений $z \gg 1$.

11.2. Интерпретация анизотропии реликтового излучения

11.2.1. Анизотропия реликтового излучения

В современной космологии считают, что фундаментальным результатом последних лет является установление факта малости пространственной кривизны Вселенной, её «плоскостности» [3; 5]. Полагают, что данные, которые убедительно подтверждают этот факт, связаны с наблюдаемой анизотропией реликтового излучения. Они были получены в результате обширных и систематических наблюдений анизотропии с помощью космических аппаратов (см., например, [15]).

Изучение тонкой структуры этого излучения показывает, что на равномерном реликтовом фоне имеются незначительные отклонения. Наблюдаются слабые вариации температуры реликтового фона на уровне нескольких тысячных долей процента. Они являются свидетельством существования слабых неоднородностей сжатий и разрежений в космической среде в эпоху рекомбинации. Эти неоднородности явились зародышами галактик и их скоплений. В сжатиях температура среды была слегка выше средней. Они видны как яркие (относительно среднего фона) пятна. В об-

ластях разряжения плотности температура была слегка ниже, и поэтому они наблюдаются как относительно тёмные пятна. Степень отклонения яркости пятен от средней фоновой различна. Она меняется от пятна к пятну, а также среди ярких и тёмных пятен.

Особенно интересны самые яркие пятна на картине реликтового фона. Считают, что наблюдаемые соседние пятна в эпоху рекомбинации космической среды располагались на вполне определённом расстоянии один от другого. Следуя теории образования структур, основанной на классической работе Е. М. Лифшица (см. [19], а также [20]), считают, что это расстояние задаётся возрастом мира в эпоху рекомбинации. Этот возраст может быть существенно различным в Λ CDM- и в C -моделях. Другая точка зрения на образование структур во Вселенной изложена в [21].

Наблюдения чётко выявляют наличие определённого угла $\Delta\theta$ между направлениями в пространстве на центры двух соседних ярких пятен. Этот угол с точностью один–два процента [15] равен одному градусу. Соотношение между угловым и линейным размером наблюдаемого объекта зависит от вида уравнений, описывающих расширение Вселенной, а также параметров космической среды. Для того чтобы объяснить в Λ CDM-модели наблюдаемый угол $\Delta\theta$, необходимо считать, что пространство, в котором происходит космологическое расширение, является практически плоским и полагать $\Omega_{curv} \approx 0$.

Покажем, что, не используя идею о «плоскостности» пространства, в рамках C -модели можно объяснить наблюдаемое угловое расстояние между центрами двух соседних ярких пятен на равномерном фоне реликтового излучения.

11.2.2. Угловые размеры удалённых объектов

Формула, определяющая угол $\Delta\theta$, под которым виден объект, имеющий размер d и красное смещение z , может быть записана в виде

$$\Delta\theta = d(1+z)/r(z) \quad (135)$$

(см. [3]). В этой формуле $r(z)$ — расстояние до наблюдаемого объекта, определяемое формулой (112). Учитывая, что физический размер объекта, испускающего фотоны в момент времени t_i , равен $d = a(t_i) \text{sh } \chi \cdot \Delta\theta$, отношение $a(t_i)/a_0 = (1+z)^{-1}$, а $r(z) = a_0 \text{sh } \chi$, а также измеряя длины в единицах cH_0^{-1} , (135) запишем в виде

$$\Delta\theta = \bar{d}(1+z)/\bar{r}(z), \quad (136)$$

где $\bar{d} = d/cH_0^{-1}$, $\bar{r}(z) = r(z)/cH_0^{-1}$. Расстояние $\bar{r}(z)$ вычисляем по формулам (124) и (130) в Λ CDM- и C -моделях, соответственно.

Расстояние между центрами соседних ярких пятен d на равномерном фоне реликтового излучения определяется размером этих пятен в момент рекомбинации t_{rec} . Поясним качественно, чем определяется этот размер. В расширяющейся Вселенной изначально существуют возмущения. Росту этих возмущений при $t < t_{rec}$ мешало расталкивающее влияние давления релятивистской компоненты. После рекомбинации его влияние на динамику нерелятивистской компоненты исчезает. Вследствие этого однородное распределение нерелятивистской компоненты становится неустойчивым.

В момент рекомбинации возмущения плотности имели небольшую амплитуду $\Delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$ (см., например, [3]). Области повышенной плотности являлись источниками локально неуравновешенного гравитационного поля. Стягивание под действием этого поля нерелятивистского вещества, находящегося в причинно связанных областях, имеющих на момент рекомбинации размеры $l_{rec} = ct_{rec}$ и меньше, привело к росту $\Delta\rho/\rho$ на этих масштабах. Неоднородности с размерами $l \leq l_{rec}$ могли стать гравитационно-связанными. Учитывая это, считаем, что размер d , определяющий расстояние между центрами соседних пятен на однородном фоне реликтового излучения в момент рекомбинации, следует вычислять по формуле

$$d = 2ct_{rec}. \quad (137)$$

Учитывая (137), запишем (135) в виде

$$\Delta\theta = \frac{2\bar{t}_{rec}(1+z_{rec})}{\bar{r}(z_{rec})} \cdot \frac{180}{\pi}. \quad (138)$$

В этой формуле значение угла приведено в градусах.

Возраст Вселенной в момент рекомбинации \bar{t}_{rec} находим из условия

$$\bar{a}(\bar{t}_{rec}) = a(\bar{t}_{rec})/a_0 = 1/(1 + z_{rec}). \quad (139)$$

В расчётах полагаем $z_{rec} = 1000$. Функцию $\bar{a}(\bar{t})$ находим, решая уравнения описывающие динамику Вселенной в рамках Λ CDM- и C -моделей.

В Λ CDM-модели для значений параметров (129) и $z_{rec} = 1000$, $t_{rec} = 4,4 \cdot 10^5$ лет, значение угла $\Delta_C\theta = 1,09^\circ$. Расчётная величина угла согласуется с наблюдаемой.

Для значений параметров (133), (134) в рамках C -модели получаем

$$\begin{aligned} \Omega_{curv} &\approx 0,38, \quad t_{rec} \approx 6,6 \cdot 10^5 \text{ лет}, \\ \Delta_C\theta &\approx 1,01^\circ, \end{aligned} \quad (140)$$

$$\begin{aligned} \Omega_{curv} &\approx 0,39, \quad t_{rec} \approx 8,4 \cdot 10^5 \text{ лет}, \\ \Delta_C\theta &\approx 1,00^\circ. \end{aligned} \quad (141)$$

Расчётные значения угла $\Delta_C\theta$ согласуются с наблюдаемым. При значениях параметров (133), (134), C -модель позволяет хорошо объяснить также и наблюдаемую зависимость $(m - M)(z)$ для сверхновых типа Ia (см. рис. 5). Хорошее согласие C -модели и наблюдений может быть достигнуто и при других наборах значений параметров. Полагаем, что лишь практика использования C -модели, её теоретическое осмысление, а также улучшение точности наблюдений, позволят сделать правильное заключение о истинных параметрах реальной Вселенной.

11.3. Возраст Вселенной

Для определения возраста Вселенной находили решения уравнений, описывающих динамику Вселенной в рамках Λ CDM- и C -моделей. В расчётах полагали, что современной Вселенной соответствует момент времени $\bar{t} = \bar{t}_0$, а «Большой взрыв» имел место при $\bar{t} = 0$. Величину \bar{t}_0 находили из условия $\bar{a}(\bar{t}_0) = 1$. Учитывая, что $t = \bar{t} H_0^{-1}$, возраст Вселенной t_0 определяли по формуле

$$t_0 = \bar{t}_0 H_0^{-1}. \quad (142)$$

Проводя расчёты в рамках Λ CDM-модели, при значениях параметров (129) получили $t_0 = 13,9 \cdot 10^9$ лет. При значениях параметров (133), (134) расчёты в рамках C -модели дали $t_0 = 13,4 \cdot 10^9$ лет. Это находится в соответствии с современными представлениями об этой величине.

12. РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Показано, что в ОТО могут быть введены не только космологические силы отталкивания, описываемые Λ -членом уравнений Эйнштейна, но и другие силы, не зависящие от гравитационной постоянной G . Записаны обобщённые уравнения А. А. Фридмана, учитывающие влияние этих сил.

2. Высказано предположение, что источником космологических сил отталкивания является тепловая энергия космической среды. Это предположение основано на следующей идее. Считается, что Вселенная является трёхмерной однородной материальной гиперповерхностью, погруженной в четырёхмерное пространство. Гипотеза о четвёртом крупномасштабном пространственном измерении имеет важное следствие. В четырёхмерной сферической (псевдосферической) системе координат, вследствие наличия у космической среды тепловой энергии, в радиальном направлении действуют центробежные силы. Они растягивают трёхмерную гиперповерхность и в сопутствующей системе координат проявляются как силы отталкивания. Они являются центробежными по своей природе, хотя и не связаны с вращением Вселенной как целого.

3. На основе обобщённых уравнений А. А. Фридмана, учитывающих центробежные силы, построена космологическая модель идеализированной нерелятивистской вселенной, состоящей из идеального газа. В этой модели космологические силы отталкивания оказываются обратно пропорциональными кубу масштаба вселенной. В решениях, описывающих нерелятивистскую вселенную, сингулярность отсутствует. Возможны два типа решений. Один из них описывает замкнутую и осциллирующую нерелятивистскую вселенную, другой — откры-

тую. Нерелятивистская вселенная может находиться в устойчивом стационарном состоянии (см. рис. 2).

4. Показано, что в идеализированной релятивистской вселенной, заполненной излучением, действуют космологические силы отталкивания. Они, также как в нерелятивистской вселенной, оказываются обратно пропорциональными кубу её масштаба. Возможны три типа решений, описывающих динамику релятивистской Вселенной. Два из них описывают эволюцию, начинающуюся из сингулярного состояния, третий сингулярности не содержит. Устойчивых стационарных состояний релятивистской вселенной не существует (см. рис. 4).

5. Предложена космологическая модель однородной изотропной Вселенной, основанная на предположении о «тепловой природе» космологических сил отталкивания (C -модель). Учитывается, что космическая среда состоит из двух однородно перемешанных компонент: нерелятивистской и релятивистской. Записаны обобщённые уравнения А. А. Фридмана, описывающие динамику Вселенной в рамках этой модели. В этой модели космологические силы отталкивания обратно пропорциональны кубу масштаба Вселенной. Источником этих сил является энергия релятивистской компоненты космической среды. Важную роль в C -модели играет параметр α , определяющий соотношение сил отталкивания и притяжения во Вселенной в RD-эпоху.

6. При $\alpha \leq 1$ силы отталкивания, согласно C -модели, всегда меньше, чем силы притяжения. Вселенная рождается в «Большом взрыве» и далее расширяется с замедлением. В зависимости от значения полной энергии E Вселенная может быть замкнутой ($E < 0$) или открытой ($E \geq 0$). Решения, описывающие C -модель при $\alpha \leq 1$, содержат особенность в поведении характерного масштаба и термодинамических параметров, определяющих свойства космической среды при $a \rightarrow 0$.

7. При $\alpha > 1$ расходимости в решениях, описывающих C -модель, отсутствуют. Согласно этим решениям, существовал момент, когда Вселенная имела минимальный масштаб и максимальную температуру.

Для объяснения закономерностей первичного нуклеосинтеза необходимо, чтобы максимальная температура была достаточно высокой. В C -модели это имеет место при значении параметра α лишь на малую величину превышающем единицу. Среди решений с таким значением этого параметра, как мы полагаем, и существует то, которое описывает реальную Вселенную.

8. Согласно решениям C -модели с $\alpha = 1 + \psi$, где ψ бесконечно малая величина, существовала эпоха, когда Вселенная имела маленький масштаб и очень высокую температуру. Определяющими были силы отталкивания. В результате действия этих сил Вселенная достаточно быстро приобрела радиальную скорость расширения близкую к скорости света. При расширении силы отталкивания уменьшались обратно пропорционально кубу, а притяжения квадрату масштаба Вселенной. С течением времени определяющими в расширяющейся Вселенной стали силы притяжения. Приобретённая вначале скорость разлёта космической среды была столь большой, что влияние быстро спадающих сил притяжения в дальнейшем не смогло существенно её изменить. Наблюдательные данные о возрасте Вселенной, а также анизотропии реликтового излучения хорошо объясняются решениями C -модели, согласно которым Вселенная, за исключением относительно короткого начального периода, находится в состоянии близком к равномерному расширению.

9. Доказана способность C -модели правильно объяснять важные наблюдения, для которых влияние космологического расширения является существенным:

- дано объяснение возраста Вселенной;
- приведена интерпретация наблюдаемой зависимости «видимая звёздная величина – красное смещение» для сверхновых типа Ia;
- объяснено наблюдаемое угловое расстояние между центрами соседних ярких пятен на равномерном фоне реликтового излучения.

10. Проведённое в настоящей работе исследование убеждает нас в справедливости следующего утверждения. Для того чтобы уравнения ОТО правильно описывали динамику Вселенной в эпохи, когда процессы

рождения и уничтожения частиц не являются существенными, они должны быть записаны в виде

$$R_i^k - \frac{1}{2}R\delta_i^k = \frac{8\pi G}{c^4}(T_{im}^k + T_{i rad}^k) - \frac{8\pi C}{c^4}T_{i rad}^k. \quad (143)$$

Согласно этим уравнениям, релятивистская компонента космической среды является не только источником гравитационного поля, но одновременно и источником космологического поля отталкивания. Постоянная $C = \alpha G$ является константой центробежных космологических сил отталкивания во Вселенной. По-видимому, постоянная $\alpha = 1 + \psi$, $\psi \ll 1$.

Авторы выражают благодарности А. Г. Жилкину, М. Л. Миллеру и И. Г. Шухману за их полезные замечания и помощь.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Perlmutter, S. Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae / S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber et al. // *Astroph. J.* 1999. Vol. 517, № 2, P. 565–586.
2. Riess, A.G. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant / A.G. Riess, A.V. Filippenko, P. Challis et al. // *Astron. J.* 1988. Vol. 116, № 3, P. 1009.
3. Горбунов, Д. С. Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего большого взрыва / Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков. М.: ЛКИ, 2008.
4. Черепашук, А. М. Современная космология — наука об эволюции Вселенной / А. М. Черепашук, А. Д. Чернин // *Бюллетень РАН «В защиту науки»*. 2008. № 4.
5. Чернин, А. Д. Тёмная материя и всемирное антитяготение // *УФН*. 2008. Т. 178, № 3. С. 267–300.
6. Клименко, А. В. О равномерном расширении Вселенной / А. В. Клименко, В. А. Клименко, А. М. Фридман М. // *Астрон. журн*. 2010. Т. 87, № 10. С. 947–966.
7. Клименко, В. А. О центробежной природе «тёмной энергии» / В. А. Клименко, А. М. Фридман. М.: ИАЭ, 2009. Т. 659/1.
8. Ландау, Л. Д. Теория Поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Наука, 1988.
9. Зельдович, Я. Б. Строение и эволюция Вселенной / Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. М.: Наука, 1975.
10. Вайнберг, С. Гравитация и космология. М.: Платон, 2000.
11. Мизнер, Ч. Гравитация : в 3 т. / Ч. Мизнер, К. Торн, Д. Уиллер М.: Мир, 1977.
12. Эйнштейн, А. Вопросы космологии и общая теория относительности // *Собр. науч. тр.:* в 4 т. Т. 1. М.: Наука, 1965.
13. Klimenko, A. V. Centrifugal cosmological repulsive force in a homogeneous universe [Электронный ресурс] / A. V. Klimenko, V. A. Klimenko URL: <http://arxiv.org/abs/1105.0815>
14. Клименко, А. В. Вакуумные формы материи / А. В. Клименко, В. А. Клименко // *Вестн. Челяб. гос. ун-та*. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 72–77.
15. Hinshaw, G. Three-year wilkinson microwave anisotropy probe (WMAP) observations: implications for cosmology / G. Hinshaw, M. R. Nolte, C. L. Bennet et al. // *Astrophys. J. Suppl.* 2007. Vol. 170, № 2. P. 377–408.
16. Astier, P. The Supernova Legacy Survey: measurement of Ω_M , Ω_Λ and w from the first year data set / P. Astier, J. Guy, N. Regnault et al. // *Astron. and Astrophys.* 2006. Vol. 447, № 1. P. 31–48.
17. Riess, A.G. New Hubble Space Telescope Discoveries of Type Ia Supernovae at $z \geq 1$: Narrowing Constraints on the Early Behavior of Dark Energy / A. G. Riess, L.-G. Strolger, S. Casertano et al. // *Astrophys. J.* 2007. Vol. 659, № 1. P. 98.
18. Лукаш, В. Темная энергия: мифы и реальность / В. Н. Лукаш, В. А. Рубаков // *УФН*. 2008. Т. 178, № 3. С. 310–308.
19. Лифшиц, Е. М. О гравитационной устойчивости изотропного мира // *ЖЭТФ*. 1946. Т. 16. С. 587–602.
20. Лифшиц, Е. М. Проблемы релятивистской космологии / Е. М. Лифшиц, И. М. Халатников // *УФН*. 1963. Т. 80, № 7. С. 391–438.
21. Клименко, А. В. Миры и Антимир / А. В. Клименко, В. А. Клименко // *Вестн. Челяб. гос. ун-та*. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 100–109.