Вестник Челябинского государственного университета

Физика
Выпуск 17

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ
Основан в 1991 году
№19 (310)

СОДЕРЖАНИЕ

УЧРЕДИТЕЛЬ
ФГБОУ ВПО «Челябинский государственный университет»

Адрес редакционной коллегии:
454001 г. Челябинск, ул. Братьев Кашириных, 129, к. 120
Тел.: (351) 799-71-17. E-mail: buche@csu.ru

Редактор *А. И. Мезяев*
Вёрстка *А. В. Клименко*

Подписано в печать 01.10.13.
Формат $60 \times 84\ {}^1/_8$. Бумага офсетная.
Гарнитура Times. Усл. печ. л. 12,9. Уч.-изд. л. 11,3.
Тираж 500 экз. Заказ 109.
Цена свободная

Издательство
Челябинского государственного университета
454001 Челябинск, ул. Братьев Кашириных, 129

Полиграфический участок Издательства ЧелГУ
454021 Челябинск, ул. Молодогвардейцев, 57б

Журнал зарегистрирован в Роскомнадзоре
Св-во ПИ № ФС77-54546.
Индекс 81226 в Объединённом каталоге «Пресса России»

ОТ РЕДАКЦИИ

Данный выпуск «Вестника» представляет собой ряд статей по астрофизике и космологии и выпускается в порядке обсуждения проблем, затронутых в статьях, широким кругом учёных, специализирующихся в этих областях науки.

Все замечания, предложения и комментарии по статьям можно направлять в редакцию по электронному адресу `buche@csu.ru`. *Все дискуссионные обсуждения будут опубликованы в последующих выпусках «Вестника».*

Посвящаем
памяти нашего Учителя,
астрофизика, академика РАН
Алексея Максимовича Фридмана

ОБРАЩЕНИЕ К ЧИТАТЕЛЯМ

Сравнительно недавно считалось, что динамику Вселенной определяют силы тяготения, а космическая среда состоит в основном из хорошо изученных частиц. Обширные исследования последних десятилетий убедительно доказывают неполноту таких представлений. Показано, что динамику Вселенной определяют не только силы притяжения, но и силы отталкивания. Считается, что большая часть космической среды состоит из тёмной энергии и тёмной материи, физическая природа которых не является пока вполне понятной.

Кардинальные изменения в представлениях о составе космической среды привели к существенным изменениям в понимании динамики Вселенной. Например, считается установленным факт ускоренного расширения Вселенной и за это открытие была присуждена Нобелевская премия по физике за 2011 г. Многие, ранее казавшимися очевидными, положения о строении и эволюции Вселенной уточняются и дополняются. Космология, изучающая строение и эволюцию Вселенной, бурно развивается.

В этом выпуске «Вестника» представлены работы, выполненные совместно с академиком РАН Алексеем Максимовичем Фридманом, а также близкие по тематике статьи. Они касаются следующих фундаментальных вопросов физики:

– Какова природа космологических сил отталкивания?

– Как взаимосвязаны вакуум и гравитация?

– Различает ли гравитация частицы и античастицы?

В современной космологии предполагается, что источником космологических сил отталкивания являются среды с отрицательным давлением. Одним из примеров таких сред является тёмная энергия. К сожалению, в настоящее время убедительного объяснения физических свойств таких сред и доказательства их реального существования нет. В теорию они вводятся гипотетически.

В разделе «Вестника» *«О природе космологических сил отталкивания»* рассмотрено альтернативное объяснение этих сил, имеющее ясный физический смысл. Предполагается, что космологические силы отталкивания являются центробежными по своей природе и возникают вследствие следующих причин.

Считается, что Вселенная является трёхмерной материальной искривлённой поверхностью, погруженной в четырёхмерное пространство. На движущиеся по кривой поверхности частицы космической среды во внешнем для Вселенной четвёртом пространственном измерении действуют центробежные силы. Они растягивают Вселенную. В сопутствующей трёхмерной криволинейной системе отсчёта, связанной с космической средой, центробежные силы проявляются как силы отталкивания. Эти силы тем больше, чем горячее космическая среда и больше кривизна пространства Вселенной.

В общей теории относительности (ОТО) четвёртое пространственное измерение широко используется при описании геометрических свойств трёхмерного искривлённого пространства. При этом подчёркивается, что использование четвёртого пространственного измерения является формальным математическим приёмом, упрощающим описание геометрии трёхмерного кривого пространства и не порождающего физических эффектов. В нашем исследовании оно рассматривается не как формальное, но как реально существующее и влекущее за собой физические эффекты в виде космологических сил отталкивания в горячей космической среде.

Наглядный и простой пример, поясняющий идею о центробежной природе космологических сил отталкивания, подробно описан в статье *«Динамика двумерных сферических миров»*. Этот пример, обобщённый на трёхмерный случай, позволяет, как мы полагаем, понять природу космологических сил отталкивания в однородной изотропной Вселенной.

В статье *«Динамика трёхмерных однородных изотропных релятивистских миров»* на идеализированном примере трёхмерных однородных изотропных искривлённых миров, заполненных безмассовыми частицами и погруженных в четырёхмерное пространство, пояснён физический смысл эйнштейновских сил отталкивания, описываемых Λ-членом уравнений Эйнштейна. Показано, что эти силы являются центробежными по своей природе и связаны с движением безмассовых частиц в искривлённом пространстве. При этом установлено, что космологическая постоянная определяет универсальную взаимосвязь энергий и вращательных моментов безмассовых частиц. Из этой статьи следует, что в стандартных уравнениях ОТО идея о центробежной природе космологических сил отталкивания содержится в неявном виде при описании тёмной энергии. Это достигается за счёт того, что в отличие от других компонент космической среды в уравнениях Эйнштейна взаимоотношение тёмной энергии с гравитационным полем определяется не гравитационной постоянной G, а космологической постоянной Λ.

Неполноту предлагаемого нами объяснения природы космологических сил отталкивания видим в отсутствии описания причин, по которым трёхмерная Вселенная не «рассыпается» в четвёртом пространственном измерении.

В работе *«О тепловой природе космологических сил отталкивания»* рассмотрены космологические силы отталкивания, зависящие от тепловой энергии космической среды и кривизны пространства. Они являются центробежными по своей природе. Описание этих сил в стандартных уравнениях Эйнштейна отсутствует. Предложено обобщение этих уравнений, позволяющее описывать центробежные силы в однородных горячих средах. В обобщённых уравнениях Эйнштейна, как и при описании тёмной энергии, считается, что взаимоотношение тепловой энергии космической среды с гравитационным полем определяется универсальной константой, отличной от гравитационной постоянной G.

Обобщённые уравнения ОТО использованы для описания динамики Вселенной. Показано, что они позволяют объяснять астрономические наблюдения, для которых существенны космологические эффекты.

В статье *«Геометрические свойства однородного изотропного вакуума»* показано, что существует семь типов решений, описывающих в рамках ОТО геометрические свойства Вакуума.

В статье *«Вакуумные формы материи»* приведён подробный анализ решений уравнений ОТО для Вакуума — идеализированной Вселенной, в которой отсутствуют обычные формы материи. Показано, что решения, описывающие геометрические свойства Вакуума, могут быть интерпретированы как описывающие Вакуум, заполненный двумя видами идеальных вакуумных форм материи: тёмной энергией и гравитационно-нейтральной материей. Показано, что нет необходимости вводить Λ-член в уравнения Эйнштейна для вакуума как некоторое дополнительное слагаемое, поскольку он в этих уравнениях при правильной их записи уже содержится.

Эйнштейн трактовал Λ-член как описывающий неустранимую кривизну пространства-времени. В настоящее время его обычно истолковывают как описывающий в ОТО вклад некоторой необычной материи, которую называют тёмной энергией. В космологии считают, что современная Вселенная более чем на семьдесят три процента состоит из тёмной энергии, а влияние гравитационно-нейтральной вакуумной материи на динамику Вселенной является несущественным.

Имеются серьёзные основания предполагать, что динамика Вселенной является существенно другой, чем это принято считать. По-видимому, главным фактором, определяющим динамику Вселенной, является гравитационно-нейтральная материя. Аргументы в поддержку столь кардинального вывода содержатся в разделе «Вестника» *«Гравитационно-нейтральная Вселенная»*.

В стандартной ОТО считается, что источником гравитационного поля является тензор энергии-импульса космической среды. Любые формы материи вносят свой вклад в этот тензор. Вклады всех компонент космической среды, в том числе частиц и античастиц, суммируются. Эйнштейновская гравитация не различает частицы и античастицы.

В работе *«Частицы, античастицы и гравитация. Антитяготение»* высказана гипотеза о том, что источником гравитационного поля являются «гравитационные заряды», и они у частиц и античастиц отличаются знаком. С учётом этой гипотезы, предложен вариант двузнаковой гравитации, в котором источником гравитационного поля является тензор заряда-тока, в котором, в отличие от тензора энергии-импульса, вклады частиц и античастиц не суммируются, а вычитаются.

В этой работе, чтобы согласовать идею о гравитационных зарядах с существующим представлением о том, что все компоненты космической среды являются источниками гравитационного поля, предполагается, что у любой частицы, в том числе и у фотона, существует античастица. Считается, что частица и её античастица имеют равные по величине, но противоположные по знаку гравитационные заряды. При этом одноимённые заряды притягиваются, а разноимённые отталкиваются. С учётом этих предположений записаны уравнения двузнаковой ОТО, различающей частицы и античастицы.

Идея об антифотонах даже нам кажется фантастичной. В то же время не видно теоретических запретов на их существование. Различие поведения фотонов и антифотонов в гравитационных полях обычно является столь малым, что, как мы полагаем, могло «ускользнуть» от наблюдателей. В работе *«Частицы, античастицы и гравитация. Антитяготение»* предложены варианты наблюдений, в которых различие фотонов и антифотонов может быть установлено. Эти наблюдения могут показать является ли гипотеза о существовании антифотонов правильной или ложной. Если существование антифотонов будет установленно, то это подтвердит правильность идеи о гравитационных зарядах. В противном случае, идея о том, что гравитация различает частицы и античастицы, должна будет проверяться не на фотонах.

Предположение о том, что любые частицы/античастицы должны быть гравитационно заряженными, в идее о гравитационных зарядах, не является обязательным. В статье *«Частицы, античастицы и гравитация. Гравитационно–нейтральная Вселенная»* предполагается существование частиц, которые тождественны своим античастицам и у которых, следовательно, гравитационный заряд равен нулю. К ним, в частности, отнесены фотоны.

Отсутствие в наблюдениях явных указаний на то, что гравитация различает частицы и античастицы, как мы полагаем, связано со следующими обстоятельствами. Ещё в самые ранние эпохи эволюции Вселенной произошёл её распад на миры и антимиры. Возможность такого распада показана в статье *«Миры и антимиры»*.

Считается, что изначально в космической среде существовали тепловые флуктуации. При этом в расширяющейся Вселенной действовал механизм, обеспечивающий регулярный рост этих флуктуаций. Он был обусловлен различием знаков гравитационных зарядов у частиц и античастиц.

Согласно теории гравитации, различающей частицы и античастицы, механизм расслоения первоначально равномерно перемешанных в ранней гравитационно-нейтральной Вселенной частиц и античастиц состоял в следующем: начальные флуктуации плотности вещества создавали вокруг себя локальные гравитационные поля. Они притягивали в эти флуктуации частицы и выталкивали античастицы. Это создавало регулярный рост этих флуктуаций. Симметричный процесс имел место в флуктуациях повышенной плотности античастиц. Имел место нетривиальный вариант джинсовской неустойчивости.

Рост флуктуаций вещества и антивещества в гравитационно-нейтральной Вселенной происходил до тех пор, пока в результате её охлаждения не началась интенсивная аннигиляция вещества и антивещества. Показано, что к началу эпохи аннигиляции барионов/антибарионов амплитуда флуктуаций вещества и антивещества в объёмах, содержащих $\approx 10^{88}$ частиц и античастиц, достигла значений $\delta\rho/\rho \sim 10^{-10} \div 10^{-9}$. Она была малой, но на много порядков больше, чем амплитуда первоначальных тепловых флуктуаций. После завершения аннигиляции в флуктуациях «выжили» лишь незначительные избытки частиц над античастицами и античастиц над частицами. Расширяющаяся Вселенная распалась на области, содержащие лишь барионы (миры), и области, содержащие лишь антибарионы (антимиры). Подавляющая часть барионов и антибарионов, имеющихся до аннигиляции, проаннигилировала и превратилась в излучение и слабовзаимодействующие нейтрино. Барион-фотонное соотношение установилось на уровне $10^{-10} \div 10^{-9}$, что подтверждается наблюдениями.

После распада Вселенной на миры и антимиры, оставаясь «вмороженными» в расширяющееся пространство гравитационно-нейтральной Вселенной, они отталкиваются друг от друга. Характерный современный размер миров и антимиров приблизительно $14 \cdot 10^9$ световых лет.

Всё, что наблюдают астрономы, кроме реликтового излучения, приходит из нашего Мира, а он состоит из вещества. Отсутствие антивещества в нашем Мире, согласно предложенным модификациям ОТО, учитывающим различие частиц и античастиц, связано не с барионной асимметрией, а с процессами разделения вещества и антивещества в ранней Вселенной и её динамикой.

Динамика Вселенной в рамках модифицированной ОТО исследована в статье *«Частицы, античастицы и гравитация. Гравитационно-нейтральная Вселенная»*. Предполагается, что источником гравитационного поля являются гравитационные заряды и Вселенная симметрична по частицам и античастицам. С учётом этих предположений Вселенная гравитационно-нейтральна. Поскольку тёмная энергия не является гравитационно-нейтральной, то её при описании динамики гравитационно-нейтральной Вселенной не учитываем. Полагаем, что вакуумной формой материи является гравитационно-нейтральная материя, описанная в статье *«Вакуумные формы материи»*. С учётом вышесказанных предположений показано, что во Вселенной имеется равновесие космологических сил притяжения и отталкивания. Вследствие этого Вселенная расширяется равномерно. Предложена космологическая модель, описывающая глобальную динамику Вселенной, содержащая лишь один параметр. Несмотря на предельную простоту этой модели, показано, что она правильно описывает астрономические наблюдения, для которых существенны космологические эффекты. Это является, как мы полагаем, очень серьёзным аргументом в поддержку идеи о гравитационных зарядах и гравитационной нейтральности Вселенной.

В предлагаемых нами модификациях ОТО, учитывающих различие частиц и античастиц, сохранена основополагающая идея Эйнштейна о взаимосвязи гравитации с метрическими свойствами пространства-времени. Объединение этой идеи ОТО с положением квантовой теории о том, что наряду с миром частиц существует симметричный ему, но в то же время отличный от него, мир античастиц, является, как мы полагаем, весьма плодотворным для обеих этих теорий. Есть основания ожидать, что продвижение в этом направлении позволит устранить из ОТО сингулярности и будет способствовать объеденению её с квантовой теорией.

В областях, где процессы рождения/уничтожения частиц/античастиц играют существенную роль, возможно, что стандартная ОТО не в полной мере описывает происходящие процессы. Проблема описания взаимоотношения вакуума, частиц, античастиц и гравитации является весьма актуальной.

Приведённые в статьях «Вестника» варианты ответов на поставленные вопросы не во всём совпадают с общепринятыми. В этих статьях мы пытались показать, что предлагаемые решения теоретически допустимы и достойны, чтобы их обсуждали и тщательно проверяли в наблюдениях и экспериментах.

Заранее благодарны за содержательную критику. Готовы к сотрудничеству по тематике представленных в «Вестнике» работ.

Активное участие в решении проблем современной космологии принимал академик РАН Алексей Максимович Фридман. Последние два года своей жизни он упорно работал, пытаясь понять природу космологических сил отталкивания. Его прекрасные человеческие качества, беззаветная преданность Физике были и остаются для нас вдохновляющим примером.

А. Г. Жилкин,
А. В. Клименко,
В. А. Клименко

ПРЕДИСЛОВИЕ

Представленный цикл работ по космологии, три из которых были выполнены в соавторстве с крупнейшим специалистом в области астрофизики и физики гравитирующих систем, лауреатом государственных премий СССР и РФ по науке, академиком РАН, А. М. Фридманом, безусловно, представляет научный интерес и является достаточно актуальным. Авторы данного цикла выделяют три главных направления, на которые они акцентируют свое внимание, — это существование космологических сил отталкивания, роль гравитации во взаимодействии с физическим вакуумом, а также описание связей между гравитацией, частицами, а также античастицами.

Релятивистская космология объясняет наблюдаемое современное состояние Вселенной, она предсказала неизвестные ранее явления. Но развитие космологии поставило и ряд новых, крайне трудных проблем, которые ещё не решены. Так, для изучения состояния вещества с плотностями, намного порядков выше ядерной плотности, нужна совершенно новая физическая теория (предположительно, некий синтез существующей теории тяготения и квантовой теории). Для исследований же состояния вещества при бесконечной плотности (и бесконечной кривизне пространства-времени) пока нет даже надлежащих математических средств.

Предстоит еще объяснить зарядовую асимметрию во Вселенной: в нашем космическом окружении (во всяком случае, в пределах Солнечной системы, а вероятно, и в пределах всей Галактики) имеет место подавляющее количественное преобладание вещества над антивеществом. Между тем, согласно современным теоретическим представлениям, вещество и антивещество совершенно равноправны. Космология пока не даёт достаточно убедительного объяснения такого противоречия.

Сравнительно недавно стало общепризнанным научным фактом то обстоятельство, что наблюдаемое несоответствие светимости сверхновых и красного смещения спектра галактики в космологии подводит нас к тому, что происходит ускоренное расширение Вселенной. Астрофизики стали предлагать новые идеи и гипотезы для объяснения этого феномена. Например, может ли гравитация Вселенной вызывать дополнительное синее смещение спектра излучения, как эволюционирует гравитационный потенциал Вселенной по всей стреле времени?

В конце прошлого века космология столкнулась с необычной ситуацией, связанной с космологической постоянной, искусственно введенной А. Эйнштейном как космологическое отталкивание.

Когда принципы общей теории относительности были перенесены на всю Вселенную, датский астроном Биллем де Ситтер отметили, что согласно его теории Вселенная как таковая неустойчива в статичном положении. По уравнению Вселенная либо расширяется, либо сжимается. Сообразуясь с астрономическими данными того времени (1917), Эйнштейн предположил, что у нее нет каких-либо особых мест, направлений или границ и что она в целом неподвижна. Он выяснил, что для сохранения стационарности Вселенной нужно внести в уравнения дополнительный член в виде отрицательного давления, который бы уравновешивал силу притяжения. Этот член уравнения получил название космологической постоянной.

Несостоятельность модели стационарной Вселенной стала для Эйнштейна очевидной после выхода в свет работ американского астронома Эдвина Хаббла (Edwin Powell Hubble, 1889–1953) и советского математика Александра Фридмана (1888–1925), доказавших справедливость иной модели, согласно которой Вселенная расширяется во времени.

Однако, как оказалось, что спустя семьдесят пять лет космологическая постоянная Λ хорошо вписалась в уравнение состояния так называемой темной энергии (ТЭ). Ведь хорошо известно, что для того чтобы в уравнении тяготения уравновесить силы тяготения и построить стационарную модель Вселенной А. Эйнштейн еще в 1917 г. ввел космологическую силу отталкивания пропорциональную расстоянию, ускорение отталкивания, компенсирующее ускорение тяготения, и назвал это действие свойством вакуума. То есть в этой модели силы притяжения обычной материи уравновешены силами гравитационного отталкивания вакуума. Введённая им космологическая постоянная Λ допускала пространственно однородное статическое решение. Затем в 1922 г. совершенно неизвестный среди физиков — математик, занимающийся исследованием атмосферы Земли и погоды, А. А. Фридман опубликовал свою статью «О кривизне пространства» в журнале „Zeitschrift für Physik", где была предложена теории эволюционирующей космологической модели. Затем были получены подтверждающие теорию Фридмана наблюдения. Поэтому после открытия расширения Вселенной аргументы Эйнштейна о необходимости условия неравенства нулю Λ отпали и Эйнштейн отказался от этой гипотезы. Однако искусственно введенное А. Эйнштейном ускорение отталкивания со временем нашло свое продолжение: оно со знаком минус в точности соответствует тормозному космологическому ускорению Хаббла, которое равно ускорению тяготения, причем явно гравитационного происхождения. С другой стороны, эта же космологическая постоянная описывает уравнение состояния тёмной энергии, которая через Λ-член как-то связана с законом Хаббла. Можно лишь отметить, что точное физическое содержание Λ-члена до сих пор полностью не раскрыто.

В одной из представленных работ делается достаточно необычное предположение авторов о существовании античастиц у фотона. Хотя это обстоятельство является спорным, ибо на сегодня хорошо известно, что у фотона, Z-бозона, глюона (всего восемь разновидностей) и гипотетического гравитона нет античастиц. Иначе говоря, они сами служат для себя античастицами. Предложенная авторами двузнаковая модель гравитации представляется вполне логически стройной, за исключением, может быть гипотезы о расслоении Вселенной.

Известно, что в научном арсенале среди ученых астрофизиков недавно появилось понятие антитяготение, проявляющееся как отталкивание между далекими галактиками, и эти силы превосходят силы гравитационного притяжения. Поэтому предполагается, что общее космологическое расширение происходит с ускорением. Считается, что такое отрицательное притяжение создается темной энергией. Физическая природа и микроструктура её неизвестны. Оно тоже требовало своей ясности и новых идей. Поэтому каждое появление подобной работы по объяснению этого феномена вызывает интерес и стимулирует дальнейшие исследования в этом направлении. В рассматриваемом цикле работ предприняты попытки без космологической постоянной на основании модифицированной общей теории относительности объяснить темную материю, опираясь на вакуумное состояние вещества.

Читателю, искушенному в вопросах космологии, на наш взгляд, предоставляется кладезь новых гипотез и идей. Не все они являются безусловно верными, и, несмотря на то что есть в них немало и спорных моментов, считаем, что предложенный цикл работ будет интересен как физикам-профессионалам, так и аспирантам и студентам.

Н. Г. Мигранов, профессор,
доктор физико-математических наук

Вестник Челябинского государственного университета. 2013. №19 (310)
Физика. Вып. 17. С. 12–28

О ПРИРОДЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ СИЛ ОТТАЛКИВАНИЯ

А. Г. Жилкин, В. А. Клименко, А. М. Фридман

ДИНАМИКА ДВУМЕРНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ МИРОВ

Исследована динамика двумерных однородных сферически симметричных самогравитирующих миров (2-миров). Показано, что последовательное описание динамики 2-миров в рамках общей теории относительности (ОТО) с учётом дополнительного к этим мирам третьего крупномасштабного пространственного измерения приводит к физически наблюдаемому эффекту. В 2-мирах, кроме сил притяжения, возникают силы отталкивания. Источником этих сил является тепловая энергия частиц, заполняющих 2-миры. В трёхмерном пространстве эти силы являются центробежными. Они действуют во внешнем для 2-миров третьем пространственном измерении, растягивая их. В 2-мирах эти силы проявляются как силы отталкивания. Рассматриваемый в настоящей работе пример, вследствие наглядности и простоты, является важным. Обобщенный на трёхмерный случай, он позволяет, как мы полагаем, правильно понять природу космологических сил отталкивания в однородной изотропной Вселенной.

Ключевые слова: *космологические силы отталкивания, общая теория относительности, центробежные силы, двумерные миры.*

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее десятилетие в космологии возникло обоснованное мнение, что динамику Вселенной определяют не только силы тяготения, что обычно утверждалось ранее (см., например, [1–3]), но и в не меньшей степени силы отталкивания. По-видимому, первым чётким указанием на это были наблюдательные данные о зависимости между видимой звёздной величиной и красным смещением для сверхновых типа Ia [4; 5].

В настоящее время наиболее распространённым (см., например, [6–12]) является утверждение о том, что источником космологических сил отталкивания является «тёмная энергия». Полагают, что «тёмной энергией» является некоторая вакуумоподобная среда. Λ-член в уравнениях Эйнштейна даёт описание её макроскопических свойств (см., например, [6; 13]). Недостатком объяснения космологических сил отталкивания на основе Λ-члена является отсутствие понимания микроскопических свойств «тёмной энергии». Это связано с принципиальными трудностями описания этих свойств в рамках известных теорий.

В работах [14; 15] рассмотрено объяснение космологических сил отталкивания в однородной изотропной Вселенной, не основанное на Λ-члене. Показано, что, кроме эйнштейновских сил отталкивания, теоретически в общую теорию относительности (ОТО) могут быть введены и другие космологические силы отталкивания. Описан вариант космологических сил отталкивания, связанных с зависимостью тепловой энергии космической среды от радиуса кривизны Вселенной. Показано, что эти силы являются центробежными по своей природе. Предложена модель однородной изотропной Вселенной с учётом центробежных космологических сил отталкивания (C-модель). Она применена для объяснения важных наблюдательных данных.

В работах [14; 15] космологические уравнения А. А. Фридмана рассматриваются как описывающие движение Вселенной в четвёртом фиктивном [1] пространственном измерении.

Целью программы наших исследований является доказательство возможности последовательной реализации в рамках ОТО идеи о четвёртом крупномасштабном пространственном измерении как реально существующего и приводящего к наблюдаемым эффектам.

Нами рассматриваются модели однородных центрально-симметричных безграничных гравитирующих систем. Они являются вариантами космологических моделей («Мир на бране»), в которых Вселенная рассматривается как трёхмерная брана в четырёхмерном пространстве [16]. Однако в отличие от предыдущих работ (см., например, обзор [17]), посвященных развитию различных аспектов этой модели, в наших работах учитываются не только нормальные к бране скорости частиц космической среды, но и тангенциальные скорости. Учёт тангенциальных скоростей позволяет описать центробежные силы, действующие на каждый элемент браны во внешнем для неё пространственном измерении. С точки зрения типичного наблюдателя, находящегося на бране, эти силы проявляются как космологические силы отталкивания.

Взаимосвязь параметров частиц с натяжением браны в настоящей работе не рассматривается. Используется подход, в котором частицы рассматриваются как классические.

Настоящая работа является первой в цикле наших работ, посвящённых исследованию динамики безграничных центрально-симметричных самогравитирующих миров. На простом наглядном примере 2-мира изложена методика описания динамики этих миров.

В следующих работах эта методика будет использована для описания динамики однородной изотропной Вселенной. Результатом её применения является естественное появление космологических сил отталкивания в уравнениях, описывающих эволюцию Вселенной и имеющих ясный физический смысл.

В этой работе в рамках ОТО рассмотрена следующая идеализированная система. Гравитирующие частицы однородно распределены по поверхности сферы и движутся в самосогласованном гравитационном поле. Предполагается, что расстояния между частицами много больше размеров частиц, а их общее количество N велико. При этом, как известно (см., например, [18]), влияние парных столкновений на частицы в $N/\ln N$ раз меньше, чем влияние на них самосогласованного поля. Поэтому при $N \gg 1$ столкновения можно не учитывать. Считается, что в сферической системе координат, центр которой совпадает с центром гравитирующей сферы, в начальный момент времени все частицы имеют одинаковые радиальные $v_\parallel$, а также и тангенциальные $v_\perp$ скорости. Распределение тангенциальных скоростей является изотропным.

Вследствие предполагаемых начальных условий, а также бесстолкновительности системы, все частицы относительно центра в радиальном направлении движутся одинаково. Они все время остаются равноудаленными от центра сферы, у них одинаково меняются продольная $v_\parallel$ и поперечная $v_\perp$ компоненты скорости. Частицы однородно распределены по поверхности сферы переменного радиуса $a(t)$. Частицы, удовлетворяющие указанным условиям, для краткости называем 2-частицами, а однородную и изотропную сферическую гравитирующую оболочку, состоящую из 2-частиц, — 2-миром.

Динамику 2-мира можно описывать, используя различные системы координат. На рис. 1 приведены некоторые из них. Динамику 2-мира удобно рассматривать в трёхмерной сферической системе координат (a, θ, ϕ). В то же время его динамику с точки зрения 2-наблюдателей естественно описывать, используя двумерную, «внутреннюю» для них полярную систему координат (R_2, ϕ). Эту систему координат будем называть системой 2-наблюдателей.

2-наблюдатель — это некоторый абстрактный объект, постоянно находящийся на гравитирующей сфере и совершающий относительно её центра лишь радиальные движения. Система отсчёта 2-наблюдателей — это бесконечное их множество, равномерно и непрерывно заполняющее 2-мир. Система отсчёта 2-наблюдателей является сопутствующей системой координат.

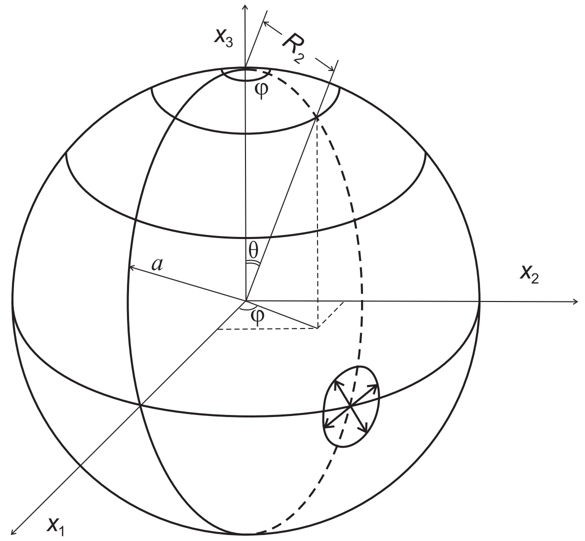


Рис. 1. Системы координат, удобные для описания 2-мира:
a, θ, ϕ — трёхмерная сферическая система координат; R_2, ϕ — «внутренняя» для 2-мира, полярная система координат; x_1, x_2, x_3 — декартова система координат

Статья организована следующим образом. В разделе 2 определена метрика четырёхмерного пространства-времени, связанного с 2-миром. Динамика 2-мира в шварцшильдовой системе координат исследована в разделе 3. В разделе 4 динамика 2-мира изучена в сопутствующей системе координат. В разделе 5 2-миры описаны в ньютоновском приближении. Информация о наших работах, в которых, как мы полагаем, дано объяснение природы Эйнштейновских сил отталкивания, приведена в разделе 6. В заключении перечислены основные результаты работы.

2. МЕТРИКА ЧЕТЫРЁХМЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ, СВЯЗАННОГО С 2-МИРОМ

Предполагаем, что гравитационное поле 2-мира в трёхмерном пространстве обладает центральной симметрией. Эта симметрия в процессе эволюции 2-мира сохраняется. Макроскопическое движение вещества 2-мира в трёхмерной сферической системе координат в каждой точке направлено по радиусу. С учётом сделанных предположений метрика четырёхмерного пространства-времени является шварцшильдовой и может быть записана в виде [19]

$$ds^2 = e^{2\Phi}c^2dt^2 - e^{2\Lambda}dr^2 - r^2 d\Omega^2, \qquad (1)$$

где $\Phi(r,t)$ и $\Lambda(r,t)$ — некоторые функции радиальной координаты r и «времени» t, $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2$. Символ Λ обычно в космологии используется для обозначения космологической постоянной. В настоящем параграфе он обозначает некоторую функцию $\Lambda(r,t)$, которая наряду с функцией $\Phi(r,t)$ описывает метрические свойства пространства-времени. Подразумевая, что x^0, x^1, x^2, x^3, соответственно, ct, r, θ, ϕ, имеем для отличных от нуля компонент метрического тензора выражения

$$\begin{aligned} &g_{00} = e^{2\Phi}, \ \ g_{11} = -e^{2\Lambda}, \\ &g_{22} = -r^2, \ \ g_{33} = -r^2\sin^2\theta, \end{aligned} \qquad (2)$$

$$\begin{aligned} &g^{00} = e^{-2\Phi}, \ \ g^{11} = -e^{-2\Lambda}, \\ &g^{22} = -r^{-2}, \ \ g^{33} = -r^{-2}\sin^{-2}\theta. \end{aligned} \qquad (3)$$

Символы Кристоффеля $\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta}$ рассчитываем по формуле

$$\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} g^{\mu\nu}\left(\frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^{\beta}} + \frac{\partial g_{\nu\beta}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^{\nu}}\right). \qquad (4)$$

Вычисление приводит к следующим выражениям (штрих означает дифференцирование по r, а точка над буквой — дифференцирование по ct):

$$\begin{aligned} &\Gamma^0_{00} = \dot{\Phi}, && \Gamma^0_{10} = \Phi', \\ &\Gamma^0_{11} = \dot{\Lambda}e^{2\Lambda-2\Phi}, && \Gamma^1_{00} = \Phi' e^{2\Phi-2\Lambda}, \\ &\Gamma^1_{01} = \dot{\Lambda}, && \Gamma^1_{11} = \Lambda', \\ &\Gamma^1_{22} = -re^{-2\Lambda}, && \Gamma^1_{33} = -r\sin^2\theta e^{-2\Lambda}, \\ &\Gamma^2_{12} = \Gamma^3_{13} = r^{-1}, && \Gamma^2_{33} = -\sin\theta\cos\theta, \\ &\Gamma^3_{23} = \operatorname{ctg}\theta. && \end{aligned} \qquad (5)$$

Все остальные компоненты $\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta}$ (кроме тех, которые отличаются от написанных перестановкой индексов α и β) равны нулю.

Для определения вида функции $\Phi(r,t)$ и $\Lambda(r,t)$ используем уравнения Эйнштейна для областей внутри гравитирующей сферической поверхности и вне её. Уравнения Эйнштейна для областей, где отсутствует материя, записываются в виде

$$R_{\mu\nu} = 0, \qquad (6)$$

где тензор Риччи

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial \Gamma^{\beta}_{\mu\nu}}{\partial x^{\beta}} - \frac{\partial \Gamma^{\beta}_{\mu\beta}}{\partial x^{\nu}} + \Gamma^{\beta}_{\mu\nu}\Gamma^{\gamma}_{\beta\gamma} - \Gamma^{\gamma}_{\mu\beta}\Gamma^{\beta}_{\nu\gamma}. \quad (7)$$

Используя (3), (5) и (7), находим отличные от нуля компоненты этого тензора:

$$\begin{aligned} R_{00} &= e^{2\Phi-2\Lambda}\times \\ &\quad\times\left(\Phi'' + \Phi'^2 - \Phi'\Lambda' + \frac{2}{r}\Phi'\right) + \\ &\quad+\left(\dot{\Phi}\dot{\Lambda} - \ddot{\Lambda} - \dot{\Lambda}^2\right), \\ R_{11} &= -\left(\Phi'' + \Phi'^2 - \Phi'\Lambda' - \frac{2\Lambda'}{r}\right) - \\ &\quad- e^{2\Phi-2\Lambda}\left(\dot{\Phi}\dot{\Lambda} - \ddot{\Lambda} - \dot{\Lambda}^2\right), \\ R_{22} &= e^{-2\Lambda}\left[r\left(\Lambda' - \Phi'\right) - 1\right] + 1, \\ R_{33} &= \sin^2\theta R_{22}, \\ R_{01} &= \frac{2}{r}\dot{\Lambda}. \end{aligned} \quad (8)$$

С учётом (8) уравнения Эйнштейна (6) запишутся в виде

$$e^{-2\Lambda}\left(\frac{2\Phi'}{r} + \frac{1}{r^2}\right) - \frac{1}{r^2} = 0, \quad (9)$$

$$e^{-2\Lambda}\left(\frac{2\Lambda'}{r} - \frac{1}{r^2}\right) + \frac{1}{r^2} = 0, \quad (10)$$

$$\dot{\Lambda} = 0. \quad (11)$$

Из (11) следует, что Λ не зависит от времени. Складывая уравнения (9) и (10), находим $\Lambda' + \Phi' = 0$. Это означает, что

$$\Lambda + \Phi = f(t), \quad (12)$$

где $f(t)$ — функция только времени t. Выбор интервала ds^2 в виде (1) оставляет за собой ещё возможность произвольного преобразования времени. С его помощью всегда можно обратить в (12) $f(t)$ в нуль и считать, что $\Lambda + \Phi = 0$.

Уравнения (9), (10) легко интегрируются и дают

$$e^{2\Phi} = e^{-2\Lambda} = 1 + \frac{\mathrm{const}}{r}. \quad (13)$$

При рассмотрении решений во внешней области к 2-миру из (13) следует, что на бесконечности $e^{-2\Lambda} = e^{2\Phi} = 1$, т. е. при $r \to \infty$ метрика является галилеевой. Для решений во внутренней области к 2-миру из условия отсутствия особенности в поведении метрики при $r \to 0$ следует считать, что во всех точках этой области $e^{-2\Lambda} = e^{2\Phi} = 1$. Это означает, что метрика во внутренней области к 2-миру является галилеевой. Пространство во внутренней области к 2-миру является плоским. Гравитационное поле во внешней к нему области является статическим. На больших расстояниях метрика пространства-времени соответствует ньютоновскому гравитационному полю точечной частицы.

Итак, во внутренней области к 2-миру константа интегрирования в (13) равна нулю. Чтобы определить значение этой константы во внешней области к 2-миру заметим, что на больших расстояниях от 2-мира гравитационное поле является слабым и должен иметь место закон Ньютона. При этом метрический коэффициент g_{00} определяется формулой

$$g_{00} = 1 - \frac{2GM}{c^2 r} \quad (14)$$

(см., например, § 87, § 99 [1]). В (14) M — полная масса 2-мира, которая не зависит от времени и является его важнейшим параметром. Отметим, что эта масса учитывает все формы энергии частиц 2-мира, в том числе и энергию их гравитационного взаимодействия.

Учитывая (2), (13) и (14), находим, что в (13) $\mathrm{const} = -2GM/c^2$. Эта величина имеет размерность длины. Величина

$$r_g = \frac{2GM}{c^2} \quad (15)$$

определяет гравитационный радиус 2-мира.

Таким образом, пространственно-временная метрика во внутренней области к 2-миру является галилеевой, а во внешней к нему области — метрикой Шварцшильда. Эту метрику запишем в стандартном виде (см., например, [1–3]):

$$\begin{aligned} ds^2 &= (1 - r_g/r)\, c^2 dt^2 - \\ &\quad- \frac{dr^2}{1 - r_g/r} - r^2 d\Omega^2. \end{aligned} \quad (16)$$

Сравнивая (1), (16), находим

$$e^{2\Phi} = e^{-2\Lambda} = 1 - \frac{r_g}{r}. \quad (17)$$

Отметим, что метрика (16) зависит только от полной массы 2-мира.

Пространственная метрика в четырёхмерном пространстве-времени, в котором происходит эволюция 2-мира, определяется формулой

$$dl^2 = \frac{dr^2}{1 - r_g/r} + r^2 \left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right). \quad (18)$$

В метрике (16) длина окружности с центром в точке $r = 0$ равна $2\pi r$. В то же время расстояние между двумя точками r_1 и r_2 на одном и том же радиусе даётся интегралом

$$\int\limits_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{\sqrt{1 - r_g/r}} \geq r_2 - r_1. \quad (19)$$

Это означает, что геометрия трёхмерного пространства (r, θ, ϕ), охватывающего 2-мир, не является евклидовой. В то же время во внутренней области к 2-миру пространственная геометрия евклидова.

Чтобы понимать смысл «времени» t, надо учитывать, что в метрике (16) метрический коэффициент

$$g_{00} = 1 - r_g/r \leq 1, \quad (20)$$

а истинное время определяется формулой

$$d\tau = \frac{1}{c}\sqrt{g_{00}}dt \quad (21)$$

(см. § 84 [1]). Из (20) и (21) видно, что $d\tau \leq dt$. Знак равенства имеет место при $r \to \infty$. В точках, где $r > a$ (a — радиус 2-мира), происходит «замедление» времени. Замедление тем значительнее, чем ближе r к r_g.

3. ДИНАМИКА 2-МИРА В ШВАРЦШИЛЬДОВОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

3.1. Уравнение движения 2-мира в шварцшильдовой системе координат

Учитывая сферичность и однородность 2-мира, его эволюцию удобно изучать в трёхмерной сферической системе координат (см. рис. 1). Динамика этого мира описывается уравнением движения 2-частиц по радиусу. Чтобы получить это уравнение, учтём, что, согласно ОТО, эти частицы движутся по геодезическим в четырёхмерном пространстве-времени. Уравнение геодезических имеет вид (см., например, [1, § 87])

$$\frac{d^2x^\mu}{ds^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta}\frac{dx^\alpha}{ds}\frac{dx^\beta}{ds} = 0. \quad (22)$$

В центральном поле движение частиц является плоским. В самом деле, записывая (22) с учётом (5), для компоненты $\mu = 2$ ($x^2 = \theta$) находим

$$\frac{d^2\theta}{ds^2} + \frac{2}{a}\frac{da}{ds}\frac{d\theta}{ds} - \sin\theta\cos\theta\left(\frac{d\phi}{ds}\right)^2 = 0. \quad (23)$$

Здесь и далее a — радиальная координата 2-частиц. Величина a определяет радиус 2-мира в сферической системе координат. Уравнение (23) существенно упрощается для частиц, у которых $\theta_0 = \pi/2$, $(d\theta/ds)_0 = 0$ (индекс ноль здесь и далее относится к величинам, заданным в начальный момент времени t_0). Из (23) видно, что для этих частиц не только $\theta_0 = \pi/2$ и $(d\theta/ds)_0 = 0$, но и $(d^2\theta/ds^2)_0 = 0$. Это означает, что для них переменная θ всегда будет равной $\theta_0 = \pi/2$ и траектории рассматриваемых частиц являются плоскими. Очевидно, что траектории и всех других 2-частиц также являются плоскими. Далее записываем уравнения, описывающие движение 2-частиц в экваториальной плоскости ($\theta = \pi/2$).

Полагая $\mu = 3$ ($x^3 = \phi$), из (22) находим

$$\frac{d^2\phi}{ds^2} + \frac{2}{a}\frac{da}{ds}\frac{d\phi}{ds} + 2\operatorname{ctg}\theta\frac{d\theta}{ds}\frac{d\phi}{ds} = 0. \quad (24)$$

Для частиц, движущихся в экваториальной плоскости, $d\theta/ds = 0$. Учитывая это и интегрируя (24), получаем интеграл движения, связанный с угловым моментом 2-частицы:

$$L = mca^2\frac{d\phi}{ds}, \quad (25)$$

где m — масса покоя частицы.

Компонента уравнения (22), соответствующая $\mu = 0$, имеет вид

$$\frac{d^2x^0}{ds^2} + 2\frac{d\Phi}{da}\frac{da}{ds}\frac{dx^0}{ds} = 0. \quad (26)$$

Учитывая, что $e^\Phi = \sqrt{1 - r_g/a}$, запишем (26) в виде

$$\frac{d}{ds}\left[\left(1 - \frac{r_g}{a}\right)\frac{dx^0}{ds}\right] = 0. \quad (27)$$

Отсюда находим интеграл, связанный с полной энергией 2-частицы:

$$E = mc^2 \left(1 - \frac{r_g}{a}\right) \frac{dx^0}{ds}. \qquad (28)$$

Учитывая (28), получаем

$$\frac{dx^0}{ds} = \frac{E}{mc^2} \left(1 - \frac{r_g}{a}\right)^{-1}. \qquad (29)$$

Уравнение для определения da/dt можно получить следующим образом. Учитываем, что для 2-частиц, движущихся в экваториальной плоскости, квадрат интервала имеет вид

$$ds^2 = e^{2\Phi} c^2 dt^2 - e^{-2\Phi} da^2 - a^2 d\phi^2. \qquad (30)$$

Это выражение можно записать в виде

$$ds^2 = e^{2\Phi} c^2 dt^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right), \qquad (31)$$

где $v^2 = v_\parallel^2 + v_\perp^2$. Величины $v_\parallel$ и $v_\perp$ определяются формулами:

$$\begin{aligned} v_\parallel^2 = \frac{e^{-2\Phi}}{e^{2\Phi}} \left(\frac{da}{dt}\right)^2 = \\ = \left(1 - \frac{r_g}{a}\right)^{-2} \left(\frac{da}{dt}\right)^2, \end{aligned} \qquad (32)$$

$$\begin{aligned} v_\perp^2 = \frac{a^2}{e^{2\Phi}} \left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2 = \\ = \frac{a^4}{e^{2\Phi}} \left(\frac{d\phi}{ds}\right)^2 \frac{1}{a^2} \left(\frac{ds}{dt}\right)^2. \end{aligned} \qquad (33)$$

Учитывая (25), из (33) получаем

$$v_\perp^2 = \frac{L^2}{m^2 a^2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right). \qquad (34)$$

Эту формулу перепишем в виде

$$L = \frac{m v_\perp a}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \qquad (35)$$

В нерелятивистском пределе угловой момент движения частицы

$$L = m v_\perp a. \qquad (36)$$

Используя (29) и (31), находим

$$E = \frac{mc^2 \left(1 - r_g/a\right)^{1/2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \qquad (37)$$

В нерелятивистском пределе

$$E = mc^2 + \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{a}. \qquad (38)$$

Видно, что E является полной энергией 2-частицы. Она учитывает и потенциальную энергию частицы в гравитационном поле.

Используя (35), (37), получаем формулу, определяющую изменение тангенциальной скорости 2-частиц в процессе эволюции 2-мира. Она имеет вид

$$v_\perp^2 = \frac{L^2 c^2}{E^2 a^2} \left(1 - \frac{r_g}{a}\right). \qquad (39)$$

Подставляя (32), (39) в (37), получаем формулу, определяющую движение 2-мира в третьем пространственном измерении. Эту формулу удобно записать в виде

$$\frac{E}{1 - r_g/a} \frac{da}{cdt} = \left[E^2 - U^2(a)\right]^{1/2}, \qquad (40)$$

где

$$\begin{aligned} U(a) = m\,c^2 \times \\ \times \left[\left(1 - \frac{r_g}{a}\right)\left(1 + \frac{L^2}{m^2 c^2 a^2}\right)\right]^{1/2}. \end{aligned} \qquad (41)$$

Функция $U(a)$ играет роль «эффективной потенциальной энергии» в том смысле, что условием $E \geq U(a)$ определяются (аналогично нерелятивистской теории) допустимые области изменения радиуса 2-мира. На рис. 2 изображены кривые $U(a)$ для различных значений параметра L 2-мира.

3.2. Стационарные 2-миры

Стационарным состояниям 2-миров соответствуют круговые орбиты 2-частиц. Стационарные 2-миры однозначно определяются заданием их массы M и удельного момента 2-частиц L/m. Считаем, что все 2-частицы имеют одинаковые значения удельного момента.

Для стационарных 2-миров их радиусы a и значения энергий E 2-частиц не являются независимыми параметрами. При заданных значениях r_g и $L/(mcr_g)$ величины a и E определяются экстремумами функции $U(a)$. Минимумы функции $U(a)$ соответствуют

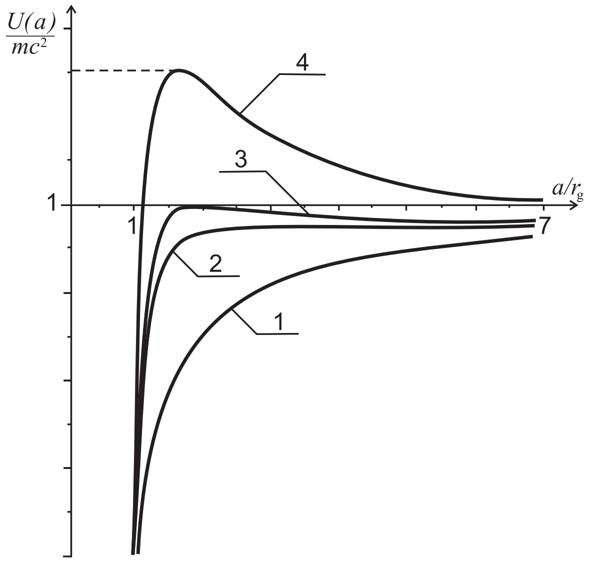


Рис. 2. Графики функции $U(a)$ (см. (41)) для различных значений параметра L 2-мира:
$1 - L = 0$; $2 - L = \sqrt{3}mcr_g$;
$3 - L = 2mcr_g$; $4 - L = 3mcr_g$

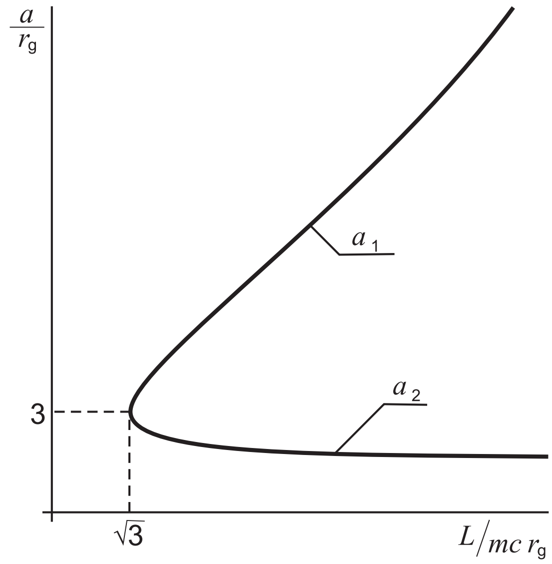


Рис. 3. Зависимость a/r_g от $L/(mcr_g)$ для стационарных 2-миров:
функция $a_1(L)$ определяет устойчивые 2-миры, функция $a_2(L)$ определяет неустойчивые 2-миры

гравитационно-устойчивым 2-мирам, а максимумы — гравитационно-неустойчивым 2-мирам относительно малых сферически симметричных возмущений.

Совместное решение уравнений $U(a) = E$, $dU/da = 0$ даёт

$$\frac{a_{1,2}}{r_g} = \frac{L^2}{m^2c^2r_g^2}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{3m^2c^2r_g^2}{L^2}}\right), \quad (42)$$

$$\frac{E_{1,2}}{mc^2} = \sqrt{\frac{2r_g}{a_{1,2}}\left(1 - \frac{r_g}{a_{1,2}}\right)}\,\frac{L}{mcr_g}. \quad (43)$$

Знак плюс соответствует гравитационно-устойчивым, а знак минус — гравитационно-неустойчивым 2-мирам, определяемым параметрами r_g и L. На рис. 3 изображена зависимость a/r_g от $L/(mcr_g)$ для стационарных 2-миров. Её верхняя ветвь даёт радиусы устойчивых, а нижняя — неустойчивых 2-миров.

Стационарные 2-миры могут существовать лишь в случаях, когда вращательные моменты 2-частиц не меньше, чем $\sqrt{3}mcr_g$. При значениях параметра $L < \sqrt{3}mcr_g$ стационарных состояний 2-мира не существует.

Как показывает рис. 3, устойчивые стационарные 2-миры имеют радиусы a большие, чем $3r_g$. Наименьший размер этих 2-миров характеризуется следующими параметрами:

$$a = 3r_g, \;\; L = \sqrt{3}mcr_g, \;\; E = \sqrt{8/9}mc^2. \quad (44)$$

Неустойчивые стационарные 2-миры имеют радиусы меньшие, чем $3r_g$. Малые возмущения их размеров, связанные с их уменьшением, приводят к сжатию 2-миров до размера r_g. Радиальные возмущения неустойчивых стационарных 2-миров, связанные с увеличением их радиуса, сопровождаются неограниченным расширением этих миров.

3.3. Нестационарные 2-миры

Если при заданных значениях параметров r_g и L, размер 2-мира a и энергия 2-частиц E не удовлетворяет условиям (42), (43), то 2-мир не является стационарным. Качественный анализ возможных типов решений, описывающих такие миры проведём учитывая вид функции $U(a)$ (см. рис. 2).

Случай $L < \sqrt{3}mcr_g$

При $L < \sqrt{3}mcr_g$ функция $U(a)$ является монотонно растущей. При этом оказываются возможными два типа решений, описывающих динамику 2-миров: *финитные* решения, когда энергия 2-частиц $E < mc^2$, и *инфинитные* решения для 2-миров с энергией частиц $E \geq mc^2$ (см. рис. 4).

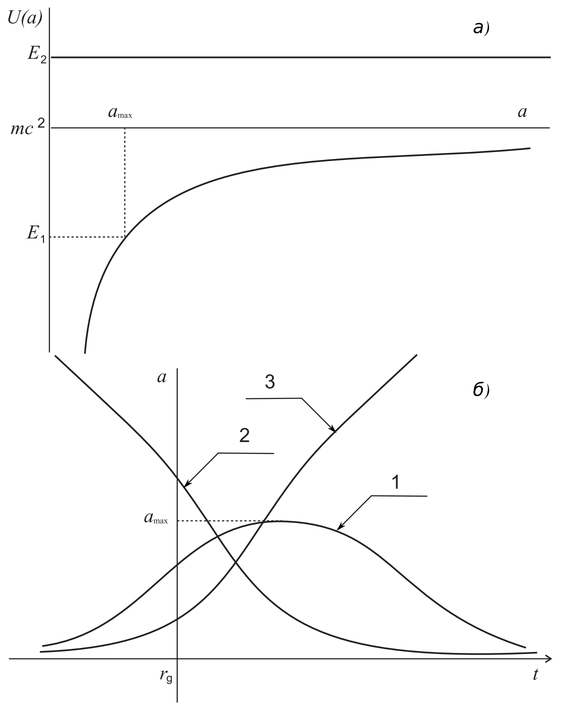


Рис. 4. Вид функции $U(a)$ (см. (41)) при значениях параметра $L < \sqrt{3}mcr_g$ (а) и вид решений $a(t)$ уравнения (40) при значениях параметра $L < \sqrt{3}mcr_g$ (б), где 1 – $E < mc^2$, 2 – $E \geq mc^2$, режим сжатия, 3 – $E \geq mc^2$, режим расширения

Для решений 1, 2 и 3 (см. рис. 4б) состояние $a = r_g$ является «чёрной дырой». Покажем, что время входа 2-мира в состояние «чёрная дыра», и как симметричное ему время выхода из этого состояния, в шварцшильдовой системе отсчёта оказывается бесконечным.

При a близких к r_g, как видно из (41), значение $U(a)$ мало отличается от нуля. Учитывая это, уравнение (40), решение которого определяет зависимость $a(t)$, запишем в виде

$$\frac{1}{1 - r_g/a}\frac{da}{cdt} = 1. \qquad (45)$$

Считая δ малой, но конечной величиной, найдем время эволюции 2-мира от размера $a = r_g + \delta$ до $a = r_g + \varepsilon$ при $\varepsilon \to 0$. Из (45) находим

$$c\,(t_\varepsilon - t_\delta) = \int\limits_{r_g+\delta}^{r_g+\varepsilon} \frac{da}{1 - r_g/a}. \qquad (46)$$

Интеграл расходится при $a \to r_g$ как $-r_g \ln(a - r_g)$. Отсюда следует асимптотический закон приближения a к r_g:

$$a - r_g = \mathrm{const}\, e^{-ct/r_g}. \qquad (47)$$

Таким образом, конечная стадия перехода 2-мира в состояние «чёрная дыра» описывается экспоненциальным законом с характерным временем r_g/c. Время перехода в это состояние бесконечно. Это в шварцшильдовой системе отсчёта означает так же, что выход 2-мира наружу из состояния «чёрная дыра», если предположить, что это состояние для 2-мира является «начальным», имел место при $t \to -\infty$. Для потенциала $U(a)$ (см. рис. 4а) не существует стабильных и колебательных состояний 2-миров.

Случай $L > \sqrt{3}mcr_g$

Для значений параметра $L > \sqrt{3}mcr_g$ график, качественно определяющий вид функции $U(a)$ (см. (41)), изображён на рис. 5, в котором приведены уровни энергий 2-частиц E, соответствующие различным типам решений уравнения (40).

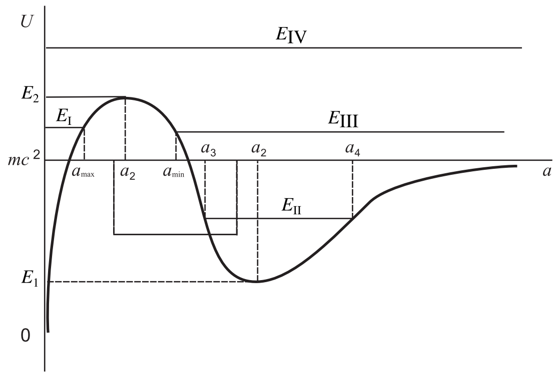


Рис. 5. Схематичное изображение графика $U(a)$ (см. (41)) при значениях параметра $L > \sqrt{3}mcr_g$

При $L > \sqrt{3}mcr_g$ функция $U(a)$ имеет один минимум и один максимум. При увеличении L от $\sqrt{3}mcr_g$ до ∞ координаты минимумов возрастают от $3r_g$ до ∞ (а соответствующие энергии E_1 — от $\sqrt{8/9}mc^2$ до

mc^2); координаты максимумов уменьшаются от $3r_g$ до $3r_g/2$ (а соответствующие энергии E_2 увеличиваются от $\sqrt{8/9}mc^2$ до ∞). Значения $a_{1,2}$ и $E_{1,2}$ (см. рис. 5) определяются формулами (42), (43). При заданных значениях параметров r_g и L они соответствуют стационарным 2-мирам. При энергиях 2-частиц E не равных E_1 или E_2, как видно из рис. 5, возможны четыре типа решений. Они описывают нестационарные 2-миры. Области значений энергий 2-частиц E и размеров 2-миров a, соответствующих этим решениям, следующие:

$$\begin{aligned} &\mathrm{I} - (E_I < E_2, \quad a \le a_{\max}); \\ &\mathrm{II} - (E_1 < E_{\mathrm{II}} < mc^2, \quad a_3 \le a \le a_4); \\ &\mathrm{III} - (mc^2 \le E_{\mathrm{III}} < E_2, \quad a > a_{\min}); \\ &\mathrm{IV} - (E_{\mathrm{IV}} > E_2, \quad a > r_g). \end{aligned} \tag{48}$$

Графики, качественно определяющие в шварцшильдовой системе координат зависимость от времени радиуса кривизны 2-миров, приведены на рис. 6.

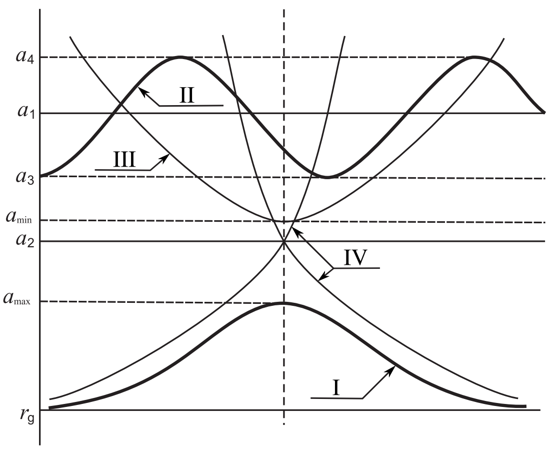


Рис. 6. Схематичный вид возможных решений уравнения (40) при $L > \sqrt{3}mcr_g$.
I, II, III, IV — типы решений, согласно (48).
Стационарные решения:
устойчивое – ($E = E_1$, $a = a_1$);
неустойчивое – ($E = E_2$, $a = a_2$).

Решения типа I могут иметь место при $E \le E_2$. Они описывают эволюцию 2-миров, которые бесконечно давно вышли из состояния «чёрная дыра» и бесконечно долго будут снова возвращаться в это состояние.

Осциллирующие 2-миры описываются решениями типа II. Эти решения могут иметь место при $\sqrt{8/9}mc^2 < E < mc^2$. Чем ближе E к mc^2, тем больше при заданных значениях параметров r_g и L амплитуда осцилляций.

Сжатие 2-миров, приходящих из бесконечности до минимального размера $a = a_{\min}$ (см. рис. 5), а затем их бесконечное расширение, описывается решениями типа III. Эти решения имеют место при $mc^2 < E \le E_2$, $a \ge a_{\min}$.

Решения типа IV описывают расширения 2-миров, энергия частиц которых $E > E_2$, из состояния «чёрная дыра», в котором эти миры находились, при $t = -\infty$. Решения этого типа (при $E > E_2$) могут описывать также сжатие 2-миров до состояния «чёрная дыра». К этому состоянию они будут подходить бесконечно долго.

4. ДИНАМИКА 2-МИРА В СОПУТСТВУЮЩЕЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

4.1. Уравнение движения 2-мира в сопутствующей системе координат

В шварцшильдовой метрике (16) g_{00} обращается в нуль, а g_{11} — в бесконечность при $r = r_g$ (на шварцшильдовой сфере). Это обстоятельство могло бы дать основание к заключению о невозможности существования 2-миров с «радиусом» (при заданной массе), меньшим гравитационного. В действительности такое заключение не является правильным (см., например, § 102 [1]). Можно лишь утверждать, что метрику (16) невозможно использовать в области $r \le r_g$. В шварцшильдовой системе координат время приближения 2-мира к состоянию $a = r_g$ оказывается бесконечным. В области $r < r_g$ метрические коэффициенты g_{00} и g_{11} становятся отрицательными, имеет место обмен ролями временной и радиальной координат. В виде (16) метрику Шварцшильда в области $r < r_g$ применять нельзя.

Шварцшильдова особенность в описании динамики 2-миров легко устраняется за счёт перехода к описанию их динамики в сопутствующей двумерной системе отсчёта. В этой системе любой типичный 2-наблюдатель постоянно находится в 2-мире и в шварцшильдовой системе отсчёта совершает лишь радиальное движение. Расстояние типичного 2-наблюдателя до начала координат $R_2(\tau) = a(\tau)\theta$ (см. рис. 1). Переменная τ определяет собственное время 2-наблюдателя.

Находясь в сопутствующей системе координат R_2, ϕ, не выходя из 2-мира и учитывая лишь локальные его свойства, описать динамику 2-мира сложно. В то же время, зная уравнения, описывающие его динамику в шварцшильдовых координатах, переписать их на случай двумерной криволинейной, внутренней для 2-мира полярной системы координат (R_2, ϕ) не составляет труда. В процессе эволюции 2-мира меняется расстояние $R_2(\tau)$. Если $R_2(\tau)$ расстояние в момент времени τ, а $R_2(0)$ это же расстояние, но в начальный момент времени, то очевидно, что для любых 2-наблюдателей справедливо равенство $\xi(\tau) = R_2(\tau)/R_2(0) = a(\tau)/a_0$. Индекс 2 здесь и далее обозначает размерность 2-мира; $a(\tau)$ — радиус его кривизны.

Связь между собственным временем τ типичного наблюдателя и шварцшильдовым временем t находим из уравнения

$$c^2 d\tau^2 = \left(1 - \frac{r_g}{a}\right) c^2 dt^2 - \frac{da^2}{1 - r_g/a}. \qquad (49)$$

Учитывая, что $a(t)$ удовлетворяет уравнению (40), из (49) находим

$$\frac{d\tau}{dt} = \sqrt{1 - \frac{r_g}{a}\frac{U(a)}{E}}. \qquad (50)$$

С учётом (50) уравнение (40) принимает вид

$$mc^2 \left(1 + \frac{L^2}{m^2 c^2 a^2}\right)^{1/2} \frac{da}{cd\tau} = \\ = \left[E^2 - U^2(a)\right]^{1/2}. \qquad (51)$$

В отличие от уравнения (40), для уравнения (51) точка $a = r_g$ не является особой. Собственное время, за которое 2-мир проходит шварцшильдов радиус, оказывается бесконечно малым. Считаем, что уравнение (51) можно применять для описания динамики 2-мира не только в области $a > r_g$, но и при $0 \le a \le r_g$. Согласно (51), решения типа 1 и 2 при $L < \sqrt{3}mcr_g$ (см. рис. 4) и типа I и IV при $L > \sqrt{3}mcr_g$ (см. рис. 6) существуют не только при $a > r_g$, но и при $0 \le a \le r_g$. Они описывают динамику 2-миров, возникших в результате «Большого взрыва». Характер поведения радиуса кривизны $a(\tau)$ для решений этого типа схематично изображён на рис. 7.

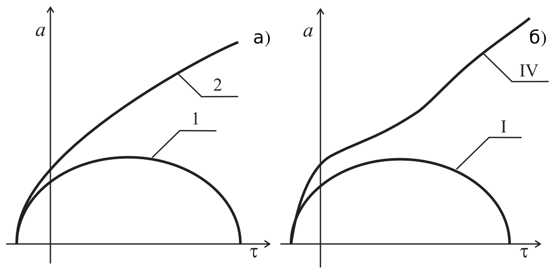


Рис. 7. Графики, качественно определяющие зависимость от времени радиуса кривизны 2-мира в сопутствующей системе координат, описываемых решениями: 1 – ($E < mc^2$, $L < \sqrt{3}mcr_g$); 2 – ($E > mc^2$, $L < \sqrt{3}mcr_g$); I – ($E < E_2$, $L > \sqrt{3}mcr_g$); IV – ($E > E_2$, $L > \sqrt{3}mcr_g$)

Решения типа 1 и I являются финитными. Определяющую роль в динамике 2-миров, описываемых этими решениями, играют силы гравитации. В решениях I $a < 3r_g$. Миры, описываемые решениями 1 и I, рождаются из сингулярного состояния в результате «Большого взрыва».

В решениях типа 2 и IV 2-миры также рождаются из сингулярного состояния в результате «Большого взрыва». При $E \gg mc^2$ они достаточно быстро достигают состояния равномерного расширения. Величина r_g/c является характерным временем перехода 2-мира в состояние равномерного расширения. При $E \gg mc^2$ и $a \gg r_g$ скорость расширения 2-миров в шварцшильдовой системе отсчёта близка к скорости света.

При $E \approx E_2$ решения типа IV описывают эволюцию 2-миров с длительной задержкой в развитии при $a \approx a_2$.

Графики, качественно характеризующие изменение радиуса кривизны 2-миров, описываемых решениями типа II и III (см. рис. 6), в сопутствующей и в швацшильдовой системах координат являются однотипными.

В сопутствующей системе координат состояние «чёрная дыра» отсутствует. Собственное время жизни 2-мира в состоянии $a = r_g$ бесконечно мало.

4.2. Космология 2-мира

Космологию 2-мира строим, используя сопутствующую систему отсчёта. Отметим некоторые особенности рассмотрения 2-мира с точки зрения произвольного 2-наблюдателя. Изучая свой мир, он отметит следующее. Его мир является двумерным, однородным, изотропным и нестационарным. Радиус кривизны a одинаков во всех точках 2-мира. Геометрия его мира не является евклидовой, а центр его мира не является точкой его пространства. Если R_2 — радиус окружности в 2-мире, то, как видно из рис. 1, длина окружности

$$l_2(R_2) = 2\pi a \sin(R_2/a). \tag{52}$$

При $R_2 = 0$, $l_2 = 0$. Сначала l_2 растёт с ростом R_2 и достигает максимума $l_{2m} = 2\pi a$ при $R_2 = \pi a/2$. При дальнейшем увеличении R_2 длина окружности $l_2(R_2)$ уменьшается, а при $R_2 = \pi a$ она обращается в ноль.

Двумерный объём 2-мира, охватываемый окружностью радиуса R_2 равен

$$V_2(R_2) = 2\pi a^2 \left(1 - \cos\left(R_2/a\right)\right). \tag{53}$$

Полный объём 2-мира

$$V_{2m} = 4\pi a^2. \tag{54}$$

2-мир делит трёхмерное пространство на внутреннюю и внешнюю части. По отношению к трёхмерному пространству у 2-мира есть две стороны — внутренняя и внешняя. Внутренний объём, который 2-мир охватывает в трёхмерном пространстве, есть

$$V_3(a) = \frac{4}{3}\pi a^3. \tag{55}$$

Внешний объем, охватываемый 2-миром в трёхмерном пространстве, является бесконечным.

2-мир является двумерной однородной изотропной браной в трёхмерном пространстве. Радиус кривизны браны $a(\tau)$ меняется со временем. Динамика 2-мира определяется решениями уравнения (51). Изменение радиуса кривизны браны $a(\tau)$ определяется действием гравитационных и центробежных сил, действующих в третьем пространственном измерении. Эти силы на бране проявляются как силы притяжения и силы отталкивания.

Для любых пар типичных наблюдателей справедливо равенство $\xi(\tau) = R_2(\tau)/R_{20} = a(\tau)/a_0$. Все расстояния $R_2(\tau)$ меняются подобно. Уравнение, описывающее изменение $a(\tau)$, определяет движение 2-частиц в третьем дополнительном к 2-миру пространственном измерении.

Относительное движение типичных наблюдателей подчиняется закону Хаббла: $dR_2/d\tau = H_2(\tau)R_2(\tau)$. Параметр Хаббла $H_2(\tau)$ не зависит от R_0, а является функцией лишь времени ($H_2(\tau) = (da/d\tau)/a$).

При описании динамики 2-мира в сопутствующей системе координат следует иметь в виду, что $da/d\tau$ не имеет смысла физической скорости каких-либо частиц. Нет оснований считать, что $da/d\tau$ не может быть большей, чем скорость света c. Эта ситуация аналогична имеющей место в фридмановском описании динамики однородной Вселенной (см., например, [2; 3; 7]). В то же время скорость пролёта частиц мимо любого типичного наблюдателя должна быть всегда меньше или равной скорости света c. Убедимся, что для любых типичных 2-наблюдателей и 2-частиц это так.

Скорость, с которой 2-частицы пролетают мимо любого типичного 2-наблюдателя, определяется формулой $W = \pm a(d\phi/dt) \cdot (dt/d\tau)$. Учитывая (25), (50), находим

$$W(a) = \frac{cr_0}{\left(a^2 + r_0^2\right)^{1/2}}, \tag{56}$$

где $r_0 = L/(mc)$.

В сопутствующей системе отсчёта распределение скоростей W 2-частиц по направлениям является изотропным. Эти скорости являются тепловыми. Из (56) видно, что скорости W 2-частиц всегда меньше скорости света. При $L = 0$, $W = 0$ 2-среда является холодной, влияние сил отталкивания отсутствует. Если $L \neq 0$, то тепловые скорости движения 2-частиц отличны от нуля. Вблизи сингулярности ($a \to 0$) эти скорости близки к скорости света. При расширении 2-мира тепловые скорости уменьшаются. В предельном случае $a \gg r_g$, $E > mc^2$ 2-миры расширяются с почти постоянной скоростью. В шварцшильдовой системе отсчёта эта скорость всегда меньше скорости света, но при $E \gg mc^2$ мало от неё отличается.

В области почти равномерного расширения ($a \gg r_g$) при $E \gg mc^2$ тепловые скорости 2-частиц $W \ll c$. В предельном режиме 2-мир является холодной гравитирующей сферой, разлетающейся в шварцшильдовой системе отсчёта со скоростью близкой к световой.

Учитывая (56), уравнение (51) запишем в виде

$$\frac{1}{a^2}\left(\frac{da}{d\tau}\right)^2 + \frac{c^2}{a^2} = \\ = \frac{2GM}{a^3} + \frac{E^2}{m^2c^2(a^2+r_0^2)}. \tag{57}$$

Это уравнение является первым интегралом уравнения

$$\frac{d^2a}{d\tau^2} = -\frac{GM}{a^2} + \frac{E^2r_0^2a}{m^2c^2(a^2+r_0^2)^2} = \\ = -\frac{dU_{\text{eff}}}{da}, \tag{58}$$

где

$$U_{\text{eff}} = -\frac{GM}{a} + \frac{E^2W^2(a)}{2m^2c^4}. \tag{59}$$

Уравнения (57), (58) являются космологическими уравнениями для «горячего» 2-мира ($L \neq 0$, $W^2 \neq 0$). В отличие от стандартных космологических уравнений А. А. Фридмана эти уравнения содержат силы отталкивания. Как видно из (58), эти силы в 2-мире связаны с изменением тепловой энергии. Космологическое ускорение, создаваемое силами отталкивания, определяется формулой

$$\left(\frac{d^2a}{d\tau^2}\right)_c = -\frac{d}{da}\left(\frac{E^2W^2(a)}{2m^2c^4}\right) = \\ = \frac{E^2r_0^2a}{m^2c^2(a^2+r_0^2)^2}. \tag{60}$$

Силы отталкивания в 2-мире являются центробежными по своей природе.

В случае «холодного» 2-мира ($L = 0$, $W^2 = 0$) силы отталкивания отсутствуют и уравнения (57), (58) принимают вид

$$\frac{1}{a^2}\left(\frac{da}{d\tau}\right)^2 + \frac{c^2}{a^2} = \frac{2GM}{a^3}, \tag{61}$$

$$\frac{d^2a}{d\tau^2} = -\frac{GM}{a^2}. \tag{62}$$

Эти уравнения являются космологическими уравнениями А. А. Фридмана для пылевидного 2-мира.

Решения уравнения (58) должны удовлетворять начальным условиям:

$$a(0) = a_0, \quad \frac{da}{d\tau}(0) = H_0a_0. \tag{63}$$

Решая (58) с начальными условиями (63), находим $a(\tau)$. Изменение концентрации n 2-частиц в окрестности любого 2-наблюдателя определяется формулой

$$na^2 = n_0a_0^2. \tag{64}$$

Зная $a(\tau)$ и используя (56), находим, как в процессе эволюции 2-мира меняется дисперсия скоростей W^2 2-частиц.

5. НЬЮТОНОВСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ В ОПИСАНИИ 2-МИРОВ

Ньютоновское приближение в описании 2-миров может быть использовано в случае, когда скорость 2-частиц в шварцшильдовой системе отсчёта $v \ll c$. Динамика 2-мира в ньютоновском приближении исследована в [14]. Для удобства читателей ниже приведены результаты этого исследования.

Вводя обозначение $\varepsilon a_0^2 = E - mc^2$ и формально полагая $c = \infty$, из (35), (37) находим

$$\frac{1}{2}\left(\frac{da}{d\tau}\right)^2 + \frac{v_\perp^2}{2} - \frac{GM}{a} = \varepsilon a_0^2, \tag{65}$$

$$v_\perp a = v_\perp(0)a_0. \tag{66}$$

Учтено, что в пределе $c \to \infty$ скорости W и $v_\parallel$ определяются формулами $W = v_\perp$, $v_\parallel = da/d\tau$. Используя обозначения

$$\xi(t) = a(t)/a_0, \quad d\xi/dt(0) = H_\parallel(0), \\ v_\perp(0) = H_\perp(0)a_0, \quad \rho_0 = \frac{3M}{4\pi a_0^3}, \tag{67}$$

уравнение (65) запишем в виде

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\left(\frac{d\xi}{dt}\right)^2 + U_{\text{eff}}(\xi) = \text{const}, \tag{68}$$

где

$$U_{\text{eff}}(\xi) = -\frac{4\pi G\rho_0}{3\xi} + \frac{H_\perp^2(0)}{2\xi^2}. \tag{69}$$

Уравнение (68) является первым интегралом уравнения

$$\frac{d^2\xi}{d\tau^2} = -\frac{4\pi G\rho_0}{3\xi^2} + \frac{H_\perp^2(0)}{\xi^3} = -\frac{dU_{\rm eff}}{d\xi}. \qquad (70)$$

Решения этого уравнения удовлетворяют начальным условиям

$$\xi(0) = 1, \quad \frac{d\xi}{d\tau}(0) = H_\parallel(0). \qquad (71)$$

Уравнение (70) аналогично уравнению, описывающему одномерное движение частицы в потенциальном поле $U_{\rm eff}(\xi)$ (см., например, [20]). Используем эту аналогию для качественного анализа решений уравнения (68).

На рис. 8 и 9 приведён вид функций $U_{\rm eff}(\xi)$ для случаев $v_\perp(0) = 0$ $(H_\perp(0) = 0)$ и $v_\perp(0) \neq 0$ $(H_\perp(0) \neq 0)$. Из (70), (71) видно, что динамика 2-мира в ньютоновском приближении определяется заданием трех параметров

$$\rho_0, \quad H_\parallel(0), \quad H_\perp(0). \qquad (72)$$

2-миры могут отличаться размерами a_0, но при одинаковых значениях параметров (72) их динамика будет подобной. В зависимости от значений параметров (72) возможны различные типы решений, описывающих 2-миры. Характер эволюции 2-мира определяется энергией ε.

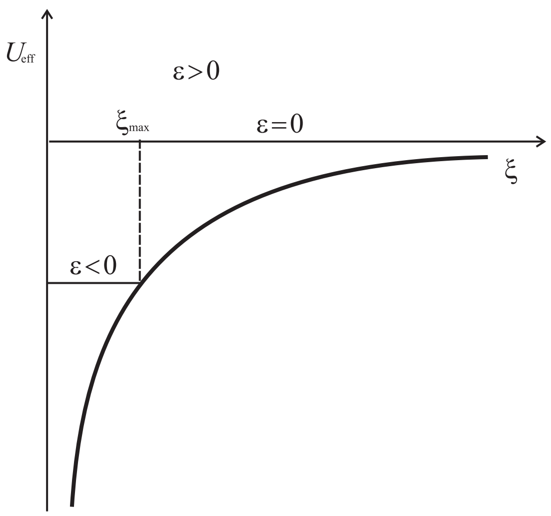


Рис. 8. Вид функции $U_{\rm eff}(\xi)$ при $H_\perp = 0$

На рис. 10 схематично изображены области параметров $H_\parallel(0)$ и $H_\perp(0)$, для которых при фиксированном значении ρ_0 энергия $\varepsilon < 0$ (или $\varepsilon \geq 0$) и 2-миры имеют различный характер эволюции.

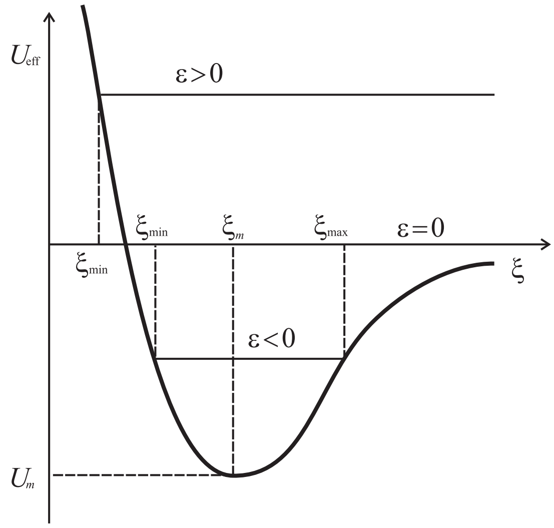


Рис. 9. Вид функции $U_{\rm eff}(\xi)$ при $H_\perp \neq 0$

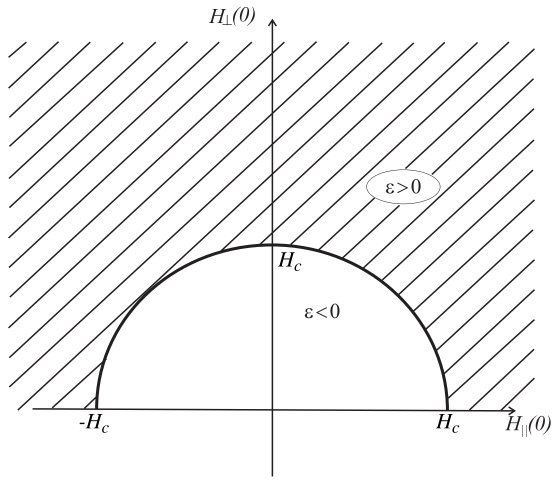


Рис. 10. Области параметров $H_\parallel(0)$ и $H_\perp(0)$, для которых энергия $\varepsilon < 0$ или $\varepsilon \geq 0$ и 2-миры имеют различный характер эволюции; $H_c = \sqrt{8\pi G\rho_0/3}$

Используя начальные условия, энергию можно записать в виде

$$\varepsilon = \frac{3\pi G}{4}(\rho_c - \rho_0), \qquad (73)$$

где

$$\rho_c = \frac{3}{8\pi G}\left(H_\parallel^2(0) + H_\perp^2(0)\right). \qquad (74)$$

Характер эволюции 2-миров при $\varepsilon < 0$ $(\rho_0 > \rho_c)$ и $\varepsilon \geq 0$ $(\rho_0 \leq \rho_c)$ схематично изображён на рис. 11 и 12. На эволюцию 2-мира существенно влияет параметр $H_\perp(0)$, определяющий дисперсию скоростей 2-частиц. Его влияние аналогично влиянию параметра $H_\parallel(0)$.

При $H_\perp \geq H_c = \sqrt{8\pi G\rho_0/3}$ даже вначале покоящийся 2-мир, расширяясь, уйдёт на бесконечность. При любых $H_\perp(0) \neq 0$ решения, описывающие 2-мир, не имеют сингулярности. При $\varepsilon < 0$ и $H_\perp(0) \neq 0$ имеет место осцилляторная динамика 2-мира. Область изменения ξ: $\xi_{\min} \leq \xi \leq \xi_{\max}$, где $\xi_{\min}$ и $\xi_{\max}$ — корни уравнения $\varepsilon = U_{\text{eff}}(\xi)$.

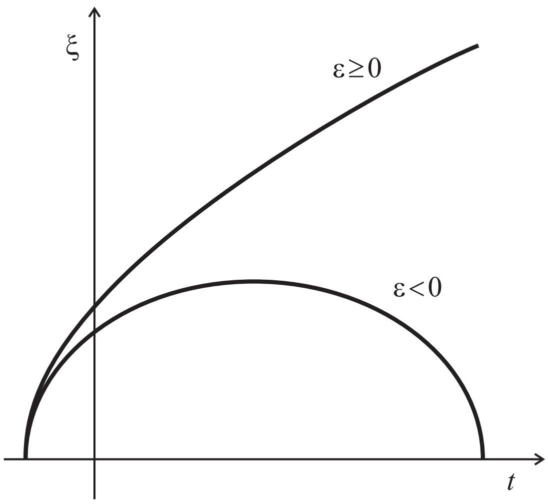


Рис. 11. Типы решений, описывающие 2-миры, при $H_\perp = 0$: $\varepsilon < 0$ — финитный 2-мир; $\varepsilon \geq 0$ — инфинитный 2-мир

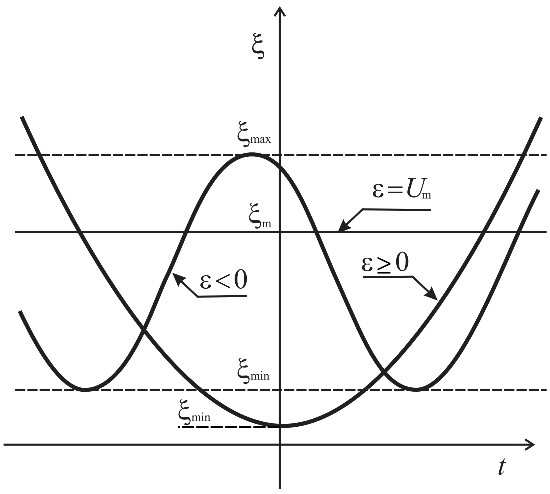


Рис. 12. Типы решений, описывающие 2-миры, при $H_\perp \neq 0$: $\varepsilon < 0$ — осциллирующий 2-мир; $\varepsilon = U_m$ — стационарный 2-мир; $\varepsilon \geq 0$ — инфинитный 2-мир

При $\varepsilon \geq 0$, $H_\perp(0) \neq 0$ уравнение $\varepsilon = U_{\text{eff}}(\xi)$ (см. рис. 9) имеет лишь один действительный корень $\xi_{\min}$. В этом случае область изменения ξ: $\xi \geq \xi_{\min}$.

Как при $\varepsilon < 0$, так и при $\varepsilon \geq 0$, в области $\xi < \xi_m = 3H_\perp^2(0)/(4\pi G\rho_0)$ расширение 2-мира происходит с ускорением, а при $\xi \geq \xi_m$ с замедлением. Ускоренного режима расширения 2-мира в области значений ξ, больших, чем ξ_m, нет.

2-среда в окрестности любого 2-наблюдателя описывается плотностью $\rho_2 = n_2 m$, удельной тепловой энергией $\varepsilon_2 = v_\perp^2/2$ и давлением P_2. Считаем, что давление — это удельная тепловая энергия, приходящаяся на две степени свободы. В соответствии с тем, что 2-газ является двумерным, заключаем, что справедливо уравнение состояния

$$P_2 = \varepsilon_2 = v_\perp^2/2. \qquad (75)$$

Здесь и далее индекс 2 обозначает величину, определяемую в пространстве двух измерений.

Из закона сохранения массы находим, что в процессе эволюции 2-мира плотность ρ_2 связана с изменением радиуса кривизны a формулой

$$\rho_2(t) = \rho_{20}(a_0/a)^2 = \rho_{20}/\xi^2(t). \qquad (76)$$

Учитывая (66) и (75), заключаем, что энергия ε_2 и давление P_2 связаны формулами:

$$\varepsilon_2(t) = P_2(t) = P_{20}(a_0/a)^4 = P_{20}/\xi^4(t). \qquad (77)$$

Это уравнение может быть записано в виде адиабаты Пуассона:

$$P_2 V_2^2 = \text{const}\,. \qquad (78)$$

Отсюда заключаем, что эволюция 2-мира является адиабатическим процессом с показателем адиабаты $\gamma = 2$. В идеальном газе показатель адиабаты γ связан с числом степеней свободы f частиц, его составляющих, соотношением [21]

$$\gamma = (f + 2)/f. \qquad (79)$$

Так как для 2-частиц $f = 2$, то $\gamma = 2$.

С учётом адиабатичности $d(\varepsilon_2 V_2) = -P_2 dV_2$ первое начало термодинамики для 2-мира может быть записано в виде

$$\frac{d\varepsilon_2}{da} + 2(\varepsilon_2 + P_2)\frac{1}{a} = 0. \qquad (80)$$

Это уравнение является одним из космологических уравнений А. А. Фридмана для 2-мира. Другим уравнением А. А. Фридмана для 2-мира является уравнение (70) (о космологических уравнениях А. А. Фридмана см., например, [2; 3; 7]). Уравнение (70) является обобщённым уравнением А. А. Фридмана, учитывающим действие объёмных центробежных сил (см. [14; 15]). С учётом (66), (67) уравнение (70) запишем в виде

$$\frac{d^2a}{dt^2} = -\frac{GM}{a^2} + \frac{v_\perp^2}{a}. \tag{81}$$

Ускорение $v_\perp^2/a$ связано с изменением тепловой энергии 2-среды в процессе эволюции 2-мира. В самом деле, учитывая (66), заключаем, что

$$\frac{v_\perp^2}{a} = -\frac{d}{da}\left(\frac{v_\perp^2}{2}\right) = -\frac{d\varepsilon_2}{da}. \tag{82}$$

Плотность тепловой энергии, достаточной для обеспечения ускоренного расширения однородной космической среды на определённом этапе её эволюции, может быть много меньше энергии ρc^2. Это означает, что центробежные силы принципиально отличаются по энергетике от сил отталкивания, связанных с «тёмной энергией» (Λ-членом). Для создания эйнштейновских сил отталкивания, соизмеримых с силами притяжения, плотность «тёмной энергии» должна быть порядка плотности энергии ρc^2 среды, порождающей гравитационное поле (см., например, [6; 7]).

В заключение этого параграфа отметим, что при изучении динамики Вселенной часто используют ньютоновскую теорию тяготения (см., например, [2; 3]). Утверждается, что ОТО не является необходимой для решения локальных проблем в космологии. Полагают, что в этом случае ньютоновская теория является точной.

Как следует из полученных в настоящей работе результатов, если масса 2-мира M, а его радиус кривизны a, то ньютоновское приближение справедливо лишь в том случае, когда

$$a \gg r_g = 2GM/c^2. \tag{83}$$

В силу однородности 2-мира, имеет место подобие законов, описывающих его локальные и глобальные свойства. Для любых $0 \leq R_0 \leq a_0$ закон изменения $\xi = R(t)/R_0$ один и тот же. Он такой же, как у $a(t)/a_0$. Поэтому, если ньютоновское приближение в описании 2-мира справедливо, то оно справедливо для всех масштабов. Если же условие (83) не выполняется, то использование ньютоновского приближения для описания 2-мира на любых масштабах является некорректным. Его динамику в этом случае необходимо изучать в рамках ОТО. Отметим, что, например, в ньютоновском приближении отсутствуют решения типа I и IV, описывающие динамику 2-миров с моментами частиц отличными от нуля и рождённых в результате «Большого взрыва».

6. ОБ ЭЙНШТЕЙНОВСКИХ СИЛАХ ОТТАЛКИВАНИЯ

В работе [22] нами исследована динамика двумерных однородных сферических миров, заполненных безмассовыми частицами (2R-миров). Показано, что последовательное описание динамики 2R-миров в рамках ОТО в пространстве трёх измерений приводит к физически наблюдаемому эффекту. В этих мирах, кроме сил притяжения, возникают силы отталкивания. Источником этих сил является тепловая энергия частиц. Силы отталкивания в шварцшильдовой системе координат являются центробежными. Они действуют во внешнем для 2R-миров третьем пространственном измерении, растягивая их. В сопутствующей системе отсчёта силы отталкивания являются эйнштейновскими и описываются Λ-членом уравнений ОТО.

Рассмотренный в [22] пример, обобщённый на трёхмерный случай [23], позволяет, как мы полагаем, правильно понять природу эйнштейновских сил отталкивания.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе показано следующее.

1. Важную роль, в значительной степени определяющей динамику 2-миров, игра-

ют параметр r_g — их гравитационный радиус, а также взаимосвязанный с ним параметр r_g/c. Первый является естественным пространственным, а второй — временным масштабом 2-миров.

2. Динамика 2-миров определяется не только гравитационными силами, но также и силами отталкивания. Существование сил отталкивания в 2-мирах связано с тепловым движением частиц, заполняющих эти миры. Эти силы зависят от радиуса кривизны пространства 2-миров, а также существенным образом от выбора системы координат, в которой проводится описание динамики этих миров.

3. Рассмотрена эволюция 2-миров в шварцшильдовой системе координат, являющейся внешней по отношению к ним. В этой системе координат состояния 2-миров, имеющих радиус кривизны a равный гравитационному радиусу r_g, являются «чёрными дырами». Время входа 2-миров в состояние «чёрная дыра» и время их выхода из этого состояния в шварцшильдовой системе координат оказывается бесконечным. Силы отталкивания являются центробежными. Они действуют в третьем, внешнем к 2-мирам пространственном измерении. Влияние сил отталкивания на динамику 2-миров определяется вращательным моментом 2-частиц L. Динамика 2-миров, имеющих значение параметра $L > \sqrt{3}mcr_g$, где m — масса 2-частиц, может существенно отличаться от динамики 2-миров с $L < \sqrt{3}mcr_g$. Например, в первом случае для 2-миров возможны устойчивые стационарные состояния, а также колебательные режимы их эволюции, которые у 2-миров второго типа отсутствуют. Шварцшильдова система координат не позволяет изучать динамику 2-миров, имеющих размеры меньшие, чем их гравитационный радиус.

4. Динамика 2-миров любых размеров изучена в сопутствующей системе координат, являющейся внутренней для них. Показано, что в этой системе координат шварцшильдова особенность при $a = r_g$ отсутствует. Собственное время, за которое 2-мир проходит шварцшильдов радиус, оказывается бесконечно малым. Установлено, что при значениях параметра $L < \sqrt{3}mcr_g$ возможны два типа решений, описывающих динамику 2-миров: финитные и инфинитные. Миры, описываемые этими решениями, рождаются из сингулярного состояния в результате «Большого взрыва». Финитные решения описывают расширение 2-миров с замедлением, которое заканчивается их остановкой, а в дальнейшем — сжатием этих миров в начальное сингулярное состояние. Инфинитные решения описывают расширение 2-миров после «Большого взрыва» с уходом их на бесконечность. При значениях параметра $L > \sqrt{3}mcr_g$, кроме двух типов решений, описывающих 2-миры с $L < \sqrt{3}mcr_g$, возможны ещё два других типа решений. Один из них описывает осциллирующие миры, другой — 2-миры, приходящие из бесконечности. Согласно этим решениям, 2-миры, сжавшись до некоторого минимального размера, затем расширяются и снова уходят на бесконечность. Если энергия 2-частиц достаточно велика ($E \gg mc^2$), то 2-миры достаточно быстро достигают состояния равномерного расширения. При этом скорость расширения этих 2-миров в шварцшильдовой системе координат оказывается близкой к скорости света. Характерное время перехода 2-миров в режим равномерного разлёта определяется величиной параметра r_g/c.

Отметим также следующее. В настоящей статье приведены результаты работы [14], в которой динамика 2-миров исследована в ньютоновском приближении. Уже в рамках этого приближения можно понять природу сил отталкивания в 2-мирах. В то же время правильное описание динамики 2-миров возможно лишь в рамках ОТО. Метод описания динамики 2-миров, использованный в настоящей работе, легко обобщается на случай однородной изотропной трёхмерной безграничной среды, каковой и является Вселенная. Это обобщение будет описано в следующей работе авторов.

Авторы выражают благодарность В. Н. Лукашу, И. Д. Новикову, А. В. Клименко, А. М. Черепащуку, И. Г. Шухману, обсуждение с которыми проблемы космологических сил отталкивания было одним из важных стимулов для выполнения настоящей работы. Авторы признательны

Н. Ю. Жилкиной за помощь в подготовке статьи. Работа выполнена при поддержке Российской академии наук (программа Президиума 19), Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 08-02-00371, 09-02-00064), Федерального агентства по науке и инновациям, и средств Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау, Л. Д. Теория Поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М. : Наука, 1988.
2. Зельдович, Я. Б. Строение и эволюция Вселенной / Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. М. : Наука, 1975.
3. Вайнберг, С. Гравитация и космология. М. : Платон, 2000.
4. Perlmutter, S. Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae / S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber et al. // Astroph. J. 1999. Vol. 517, № 2, P. 565–586.
5. Riess, A. G. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant / A. G. Riess, A. V. Filippenko, P. Challis et al. // Astron. J. 1988. Vol. 116, № 3, P. 1009.
6. Чернин, А. Д. Тёмная материя и всемирное антитяготение // УФН. 2008. Т. 178, № 3, С. 267–300.
7. Горбунов, Д. С. Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего большого взрыва / Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков. М. : ЛКИ, 2008.
8. Hinshaw, G. Three-year wilkinson microwave anisotropy probe (WMAP) observations: implications for cosmology / G. Hinshaw, M. R. Nolta, C. L. Bennet et al. // Astrophys. J. Suppl. 2007. Vol. 170, № 2, P. 377–408.
9. Astier, P. The Supernova Legacy Survey: measurement of Ω_M, Ω_Λ and w from the first year data set / P. Astier, J. Guy, N. Regnault et al. // Astron. and Astrophys. 2006. Vol. 447, № 1. P. 31–48.
10. Riess, A. G. New Hubble Space Telescope Discoveries of Type Ia Supernovae at $z \geq 1$: Narrowing Constraints on the Early Behavior of Dark Energy / A. G. Riess, L.-G. Strolger, S. Casertano et al. // Astrophys. J. 2007. Vol. 659. № 1. P. 98.
11. Лукаш, В. Темная энергия: мифы и реальность / В. Н. Лукаш, В. А. Рубаков // УФН. 2008. Т. 178, № 3. С. 310–308.
12. Черепащук, А. М. Современная космология — наука об эволюции Вселенной / А. М. Черепащук, А. Д. Чернин // Бюллетень РАН «В защиту науки». 2008. № 4.
13. Глинер, Э. Б. Раздувающаяся Вселенная и вакуумоподобное состояние физической среды // УФН. 2002. Т. 172, № 2. С. 221–228.
14. Клименко, В. А. О центробежной природе «тёмной энергии» / В. А. Клименко, А. М. Фридман М. : ИАЭ, 2009. Т. 6597/1.
15. Клименко, А. В. О равномерном расширении Вселенной / А. В. Клименко, В. А. Клименко, А. М. Фридман // Астрон. журн. 2010. Т. 87. № 10. С. 947–966.
16. Randall, L. An Alternative to Compactification / L. Randall, R. Sundrum // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83. P. 4690–4693.
17. Maartens, R. Brane-World Gravity // Living Reviews in Relativity. 2004. Vol. 7, № 7.
18. Поляченко, В. А. Равновесие и устойчивость гравитирующих систем / В. А. Поляченко, А. М. Фридман. М. : Наука, 1976.
19. Мизнер, Ч. Гравитация : в 3 т. / Ч. Мизнер, К. Торн, Д. Уиллер. М. : Мир, 1977.
20. Ландау, Л. Д. Механика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц М. : Наука, 1988.
21. Киттель, Ч. Статистическая термодинамика. М. : Наука, 1977.
22. Жилкин, А. Г. Об эйнштейновских силах отталкивания / А. Г. Жилкин, В. А. Клименко, А. М. Фридман // Докл. Акад. наук. 2010. Т. 435, № 6. С. 748–751.
23. Жилкин, А. Г. Динамика трёхмерных однородных изотропных релятивистских миров / А. Г. Жилкин, В. А. Клименко, А. М. Фридман // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 29–42.

Вестник Челябинского государственного университета. 2013. №19 (310)
Физика. Вып. 17. С. 29–42

А. Г. Жилкин, В. А. Клименко, $\boxed{\textit{А. М. Фридман}}$

ДИНАМИКА ТРЁХМЕРНЫХ ОДНОРОДНЫХ ИЗОТРОПНЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ МИРОВ

Исследована динамика однородных изотропных самогравитирующих трёхмерных миров (3-миров), заполненных излучением. Показано, что последовательное описание динамики этих миров в рамках общей теории относительности (ОТО) с учетом дополнительного крупномасштабного пространственного измерения приводит к важному эффекту. В 3-мире, кроме сил притяжения, возникают силы отталкивания. Источником этих сил является тепловая энергия излучения, заполняющего 3-мир. В четырёхмерном пространстве эти силы являются центробежными. Они действуют во внешнем для 3-мира пространственном измерении и растягивают его. Показано, что в сопутствующей системе отсчёта эти силы отталкивания являются эйнштейновскими и описываются Λ-членом уравнений ОТО. Установлен физический смысл космологической постоянной.

Ключевые слова: *космологические силы отталкивания, центробежные силы, дополнительное пространственное измерение, космологическая постоянная.*

1. ВВЕДЕНИЕ

При написании метрики, описывающей геометрию однородного изотропного пространства Вселенной, для удобства предлагается рассматривать его как однородную и изотропную гиперповерхность в четырёхмерном пространстве (см., например, [1, § 111]). В то же время подчёркивается, что введение четвёртой пространственной координаты является лишь удобным способом описания геометрии однородного изотропного искривлённого трёхмерного пространства, а используемое при этом четырёхмерное пространство является фиктивным.

Ещё недавно в космологии считалось, что говорить о динамике Вселенной в связи с её расширением в ненаблюдаемом четвёртом пространственном измерении следует лишь как о формальном математическом приеме, не влекущем за собой физически наблюдаемых следствий. Например, в замечательной книге [2] утверждается, что вопрос о том, куда расширяется Вселенная, не имеет смысла.

В настоящей работе рассматривается возможность включения дополнительного четвёртого крупномасштабного пространственного измерения в общую теорию относительности (ОТО) не как фиктивного и вводимого лишь для удобства, но как реально существующего и приводящего к физически наблюдаемым эффектам. Показано, что важнейшим из них является существование космологических сил отталкивания. Введение дополнительного пространственного измерения позволяет понять природу этих сил.

Ещё сравнительно недавно считалось, что динамику Вселенной определяют силы тяготения (см., например, [1; 3]). В современной космологии утвердилось обоснованное мнение о том, что динамику Вселенной определяют не только силы тяготения, но и в не меньшей степени силы отталкивания. По-видимому, первым чётким указанием на необходимость учёта космологических сил отталкивания были наблюдательные данные о зависимости между видимой звёздной величиной и красным смещением для сверхновых типа Ia [4; 5]. Существуют и другие наблюдательные данные, объяснить которые без учёта космологических сил отталкивания проблематично (см., например, [6–12]).

В настоящее время наиболее распространенным и как полагают почти доказанным является утверждение о том, что источником космологических сил отталкивания является «тёмная энергия». Считается, что «тёмной энергией» является некоторая вакуумоподобная среда, макроскопические свойства которой описываются Λ-членом в уравнениях Эйнштейна (см., например, [6; 7; 13]).

В работах [14; 15] показано, что, кроме эйнштейновских сил отталкивания, в ОТО могут быть введены и другие космологические силы отталкивания. Рассмотрен пример космологических сил отталкивания, связанных с зависимостью тепловой энергии космической среды от радиуса кривизны Вселенной. Авторы [14; 15] полагали, что эти силы являются центробежными по своей природе.

В нашей работе [16] в рамках ОТО исследована динамика двумерных однородных гравитирующих миров (2-миров). Этот наглядный модельный пример поясняет смысл центробежных космологических сил. Показано, что в случае наличия дисперсии скоростей частиц, из которых состоит 2-мир, его динамика существенным образом зависит от наличия третьего пространственного измерения, «внешнего» по отношению к нему. Записаны уравнения, описывающие динамику 2-мира в шварцшильдовой системе координат, с учётом дисперсии скоростей частиц, заполняющих мир.

Показано, что динамика 2-мира определяется не только гравитационными силами, но также и силами отталкивания. Силы отталкивания в 2-мирах связаны с зависимостью тепловой энергии среды, заполняющей эти миры, от радиуса кривизны их пространства. В шварцшильдовой системе координат эти силы являются центробежными. Они действуют в третьем внешнем к 2-мирам пространственном измерении и растягивают их. В сопутствующей двумерной системе отсчёта эти силы проявляются как силы отталкивания.

Существенную роль в динамике 2-мира играет его гравитационный радиус r_g. Динамика 2-мира, имеющего характерные размеры $a \sim r_g$, принципиально отличается от динамики D-мира, описанного в [14] в ньютоновском приближении. В [17] показано, что в релятивистских 2-мирах в сопутствующей системе отсчёта силы отталкивания являются эйнштейновскими. Они описываются Λ-членом уравнений ОТО. Космологическая постоянная определяется параметрами излучения, заполняющего 2-мир.

В настоящей работе метод описания 2-мира, использованный в [16; 17], обобщён на трёхмерный случай. Исследована динамика центрально-симметричного релятивистского трёхмерного 3-мира, однородно заполненного излучением в пятимерном пространстве-времени. Учитывается дополнительное, «внешнее» по отношению к 3-миру, четвёртое пространственное измерение.

Рассматриваемые нами модели однородных центрально-симметричных безграничных гравитирующих систем являются вариантами космологических моделей, определяемых как «Мир на бране». В этих моделях Вселенная рассматривается как трёхмерная брана в четырёхмерном пространстве [18]. Однако в отличие от предыдущих работ (см., например, обзор [19]), посвящённых развитию различных аспектов этой модели, в нашей работе учитываются не только нормальные к бране (миру) скорости частиц космической среды, но и тангенциальные скорости.

Учёт тангенциальных скоростей позволяет описать центробежные силы, действующие на каждый элемент 3-мира во внешнем для него пространственном измерении. Показано, что с точки зрения типичного наблюдателя, находящегося в релятивистском 3-мире, как и релятивистском 2-мире, эти силы проявляются как эйнштейновские силы отталкивания.

Статья организована следующим образом. В разделе 2 описана динамика релятивистских 3-миров на основе космологических уравнений А. А. Фридмана. В разделе 3 построена метрика пятимерного пространства-времени для описания динамики сферических 3-миров. В разделе 4 исследована динамика релятивистских 3-миров в системе координат Тангерлини. В разделе 5 изучена динамика сферических релятивистских 3-миров в сопутствующей системе координат. В разделе 6 приведена интерпретация эйнштейновских сил отталкивания. В заключении перечислены основные результаты работы.

2. СТАНДАРТНОЕ ОПИСАНИЕ ДИНАМИКИ РЕЛЯТИВИСТСКИХ 3-МИРОВ

В настоящем разделе стандартным методом, основанном на космологических уравнениях А. А. Фридмана (см., например, [2; 7]), опишем динамику 3-миров в четырёхмерном пространстве-времени. Считаем, что 3-мир является центрально-симметричным и однородно заполнен чернотельным излучением. Запишем и исследуем уравнения, описывающие этот мир в сопутствующей системе координат. В этой системе координат распределение излучения является однородным и изотропным.

Уравнение состояния излучения имеет вид

$$P = \frac{1}{3}\varepsilon = \frac{1}{3}\rho c^2, \tag{1}$$

где P, ε, ρ — давление, плотность энергии и плотность излучения, соответственно; c — скорость света.

Величиной, характеризующей динамику однородного изотропного 3-мира, является радиус кривизны $a(t)$. Уравнениями, описывающими изменение во времени радиуса кривизны $a(t)$ 3-мира в сопутствующей системе координат, являются космологические уравнения А. А. Фридмана. Они являются следствием уравнений ОТО и предположения об однородности и изотропности 3-мира (см., например, [2; 3; 7]).

С учётом эйнштейновских сил отталкивания, описываемых Λ-членом, космологические уравнения А. А. Фридмана для рассматриваемого 3-мира могут быть записаны в виде (см., например, [2, гл. 4])

$$3\left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2}\right) = 8\pi G\rho + c^2\Lambda, \tag{2}$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2}\right) = -\frac{8\pi G}{3}\rho + c^2\Lambda. \tag{3}$$

Точка здесь и далее обозначает производную по времени. Время в сопутствующей системе координат будем обозначать буквой τ. Параметр k может принимать значения 0, +1 и −1. Он определяет тип геометрии пространства 3-мира. При $k = 0$ пространство является плоским, при $k = +1$ оно сферическое, а при $k = -1$ псевдосферическое. Подробности о возможных типах геометрии однородной изотропной Вселенной см., например, [2, гл. 2]. В уравнениях (2), (3) Λ — так называемая космологическая постоянная, G — гравитационная постоянная.

Из уравнений (2), (3) следует закон сохранения:

$$\frac{d}{da}\left(\rho a^2\right) + 2\left(\rho a^2\right)\frac{1}{a} = 0. \tag{4}$$

Соотношение (4) имеет место при любом значении постоянных k и Λ. Интегрируя (4), получаем

$$\rho a^4 = \rho_0 a_0^4. \tag{5}$$

Здесь и далее значок ноль характеризует величину, взятую в определённый момент времени τ_0.

Учитывая (5) и термодинамические свойства чернотельного излучения, заключаем, что с изменением масштаба 3-мира a частота излучения ω, температура T и плотность частиц n меняются следующим образом:

$$\omega a = \omega_0 a_0, \quad Ta = T_0 a_0, \quad na^3 = n_0 a_0^3. \tag{6}$$

Считаем, что в процессе эволюции релятивистского 3-мира сохраняются его однородность и изотропность. Темп расширения 3-мира определяется параметром Хаббла:

$$H(\tau) = \dot{a}/a. \tag{7}$$

Значение параметра Хаббла при $\tau = \tau_0$ ($H(\tau_0) = H_0$) называется постоянной Хаббла. В рассматриваемой нами задаче величина H_0^{-1} является характерным масштабом времени.

Учитывая (5), космологические уравнения А. А. Фридмана (2), (3), описывающие релятивистские 3-миры в сопутствующей системе координат, запишем в виде

$$\begin{gathered}\left(\frac{1}{\bar{a}}\frac{d\bar{a}}{d\bar{\tau}}\right)^2 = \\ = \left(-k\Omega_{\text{curv}}\frac{1}{\bar{a}^2} + \Omega_{\text{rad}}\frac{1}{\bar{a}^4} + \Omega_\Lambda\right),\end{gathered} \tag{8}$$

$$\frac{d^2\bar{a}}{d\bar{\tau}^2} = -\frac{\Omega_{\text{rad}}}{\bar{a}^3} + \Omega_\Lambda\bar{a}. \tag{9}$$

При записи этих уравнений использованы безразмерные переменные $\bar{a} = a/a_0$ и $\bar{\tau} = \tau H_0$. За единицу длины взята величина a_0, а за единицу времени величина H_0^{-1}. Использованы стандартные обозначения [7]:

$$\begin{gathered}\Omega_{\rm rad} = \frac{\rho_0}{\rho_c}, \quad \Omega_\Lambda = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_c}, \quad \Omega_{\rm curv} = \frac{c^2}{H_0^2 a_0^2}, \\ \rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}, \quad \rho_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{8\pi G}.\end{gathered} \qquad (10)$$

В современной космологии источник сил отталкивания определяют термином «тёмная энергия». Считают, что «тёмной энергией» является некоторая вакуумоподобная среда. Λ-член в уравнениях ОТО даёт описание её макроскопических свойств. Предполагают, что «тёмная энергия» является однородной средой, имеющей во всех системах отсчёта постоянную, не меняющуюся во времени и пространстве, плотность ρ_Λ. «Тёмная энергия» обладает отрицательным давлением. Её уравнение состояния имеет вид (см., например, [6; 7])

$$P_\Lambda = -\varepsilon_\Lambda = -\rho_\Lambda c^2. \qquad (11)$$

Решения уравнения (9) удовлетворяют граничным условиям:

$$\bar{a}(\tau_0) = 1, \quad (d\bar{a}/d\bar{\tau})(\tau_0) = 1. \qquad (12)$$

Чтобы качественно проанализировать решения уравнения (9), запишем его в виде

$$\frac{d^2\bar{a}}{d\bar{\tau}^2} = -\frac{dU_{\rm eff}}{d\bar{a}}, \qquad (13)$$

где

$$U_{\rm eff} = -\frac{\Omega_{\rm rad}}{2\bar{a}^2} - \frac{\Omega_\Lambda \bar{a}^2}{2}. \qquad (14)$$

Уравнение (13) аналогично уравнению, описывающему одномерное движение частицы в потенциальном поле (см., например, [20]). Используя стандартный метод, качественно исследуем возможные типы решений уравнения (13).

Первым интегралом уравнения (13) является энергия

$$E = \frac{1}{2}\left(\frac{d\bar{a}}{d\bar{\tau}}\right)^2 - \frac{\Omega_{\rm rad}}{2\bar{a}^2} - \frac{\Omega_\Lambda \bar{a}^2}{2}. \qquad (15)$$

Учитывая (12), находим

$$E = \frac{1}{2}\left(1 - \Omega_{\rm rad} - \Omega_\Lambda\right). \qquad (16)$$

Значение параметра $\Omega_{\rm curv}$ находим из (8). Учитывая (12), (15), получаем

$$k = -2E/\Omega_{\rm curv}. \qquad (17)$$

Величина $\Omega_{\rm curv}$ (см. (10)) не может быть отрицательной, а также равной нулю. При $E = 0$ ($\Omega_{\rm rad} + \Omega_\Lambda = 1$) параметр $k = 0$, пространство 3-мира плоское. При $E > 0$ ($\Omega_{\rm rad} + \Omega_\Lambda < 1$) $k = -1$, пространство 3-мира псевдосферическое и имеет бесконечный объем. Случаю $E < 0$ ($\Omega_{\rm rad} + \Omega_\Lambda > 1$) соответствует значение параметра $k = +1$. При этом пространство 3-мира является сферическим и имеет конечный объем $V = 2\pi^2 a^3$.

На рис. 1 качественно изображён график функции $U_{\rm eff}(\bar{a})$. Приведены уровни энергий E, соответствующие различным типам решений уравнения (13).

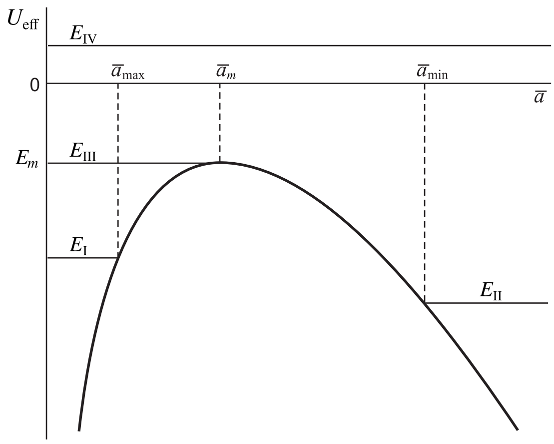


Рис. 1. График функции $U_{\rm eff}(\bar{a})$, определяемой формулой (14)

На рис. 2 приведены графики, качественно описывающие решения уравнения (13) для различных значений энергии E. Значение энергии E, как видно из (16), определяется параметрами модели $\Omega_{\rm rad}$ и Ω_Λ. Значения $\bar{a}_m$ и E_m, определяющие максимум функции $U_{\rm eff}(\bar{a})$ (см. рис. 1), зависят также от этих параметров. Они определяются формулами

$$\begin{gathered}\bar{a}_m = \left(\Omega_{\rm rad}/\Omega_\Lambda\right)^{1/4}, \\ E_m = U_{\rm eff}(\bar{a}_m) = -\left(\Omega_\Lambda \Omega_{\rm rad}\right)^{1/2}.\end{gathered} \qquad (18)$$

Условия реализации различных типов решений уравнения (13):

$$\begin{aligned} &\mathrm{I} - (E_{\mathrm{I}} < E_m,\ \ a_0 < a_m)\,; \\ &\mathrm{II} - (E_{\mathrm{II}} < E_m,\ \ a_0 > a_m)\,; \\ &\mathrm{III} - (E_{\mathrm{III}} = E_m,\ \ a = a_m)\,; \\ &\mathrm{IV} - (E_m < E_{\mathrm{IV}})\,. \end{aligned} \tag{19}$$

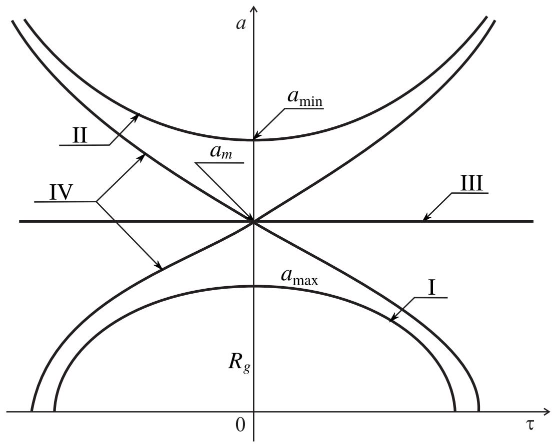


Рис. 2. Схематическое изображение графиков, описывающих различные типы решений уравнения (13)

Решения типов I, IV описывают релятивистские 3-миры, родившиеся из сингулярного состояния в результате «Большого взрыва». Решения типа I описывают модель замкнутого релятивистского 3-мира, а решения типа IV описывают модель открытого релятивистского 3-мира. Решения типа IV, кроме решений, описывающих эволюцию расширяющейся идеализированной релятивистской Вселенной, следующую за «Большим взрывом», могут описывать эволюцию сжимающейся Вселенной, заканчивающуюся «Большим схлопыванием».

При $E = E_m$, $a = a_m$ имеет место стационарное решение III. Как видно из рис. 1, оно не является гравитационно устойчивым относительно малых возмущений.

Решения типа II описывают эволюцию 3-миров без сингулярности. Родившись в бесконечности, эти миры сначала сжимаются до минимальных размеров $a_{\min}$ (см. рис. 2), а затем неограниченно расширяются.

В заключение этого параграфа отметим следующее. Приведённое описание динамики релятивистских 3-миров основано на уравнениях, содержащих три параметра: H_0, Ω_{rad} и Ω_Λ. Для объяснения смысла параметра Ω_Λ используется предположение о гипотетической «тёмной энергии». В следующих параграфах приведено описание динамики релятивистских 3-миров, не содержащее этого предположения. Оно основано на идее, согласно которой 3-мир является физическим объектом пятимерного пространства-времени. Считаем, что четвёртое, дополнительное пространственное измерение является крупномасштабным.

3. МЕТРИКА ПЯТИМЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ, СВЯЗАННОГО С 3-МИРОМ

Рассмотрим центрально-симметричный трёхмерный однородный изотропный безграничный самогравитирующий мир в четырёхмерном пространстве. Для описания динамики 3-мира используем центрально-симметричную метрику пятимерного пространства-времени. Эта метрика является аналогом метрики Шварцшильда. В общем виде она может быть записана в виде [21]

$$ds^2 = e^{2\Phi} c^2 dt^2 - e^{2\Lambda} dr^2 - r^2 d\Omega^2, \tag{20}$$

где $\Phi = \Phi(r,t)$, $\Lambda = \Lambda(r,t)$, а

$$d\Omega^2 = d\chi^2 + \Sigma_k^2(\chi)\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right). \tag{21}$$

В этом разделе значок Λ используется для обозначения функции, описывающей метрические свойства пространства-времени. Функция

$$\Sigma_k(\chi) = \begin{cases} \sin\chi, & k = +1; \\ \chi, & k = 0; \\ \operatorname{sh}\chi, & k = -1. \end{cases} \tag{22}$$

Отметим очевидные свойства этой функции:

$$\begin{aligned} &\frac{d^2}{d\chi^2}\Sigma_k(\chi) = -k\Sigma_k(\chi), \\ &\left[\frac{d}{d\chi}\Sigma_k(\chi)\right]^2 = 1 - k\Sigma_k^2(\chi). \end{aligned} \tag{23}$$

Используя (20), находим метрические коэффициенты $g_{\mu\nu}$. В пятимерном пространстве-времени индексы μ и ν принимают значения 0, 1, 2, 3, 4. Считаем, что

$x^0 = ct$, $x^1 = r$, $x^2 = \chi$, $x^3 = \theta$, $x^4 = \phi$. Символы Кристоффеля $\Gamma^\mu_{\alpha\beta}$ рассчитываются по формуле

$$\Gamma^\mu_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \left(\frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^\beta} + \frac{\partial g_{\nu\beta}}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^\nu} \right). \quad (24)$$

Вычисление приводит к следующим выражениям (штрих означает дифференцирование по r, а точка над буквой — дифференцирование по ct):

$$\begin{array}{ll}
\Gamma^0_{00} = \dot{\Phi}, & \Gamma^0_{01} = \Phi', \\
\Gamma^0_{11} = e^{2(\Lambda-\Phi)}\dot{\Lambda}, & \Gamma^1_{00} = e^{2(\Phi-\Lambda)}\Phi', \\
\Gamma^1_{01} = \dot{\Lambda}, & \Gamma^1_{11} = \Lambda', \\
\Gamma^1_{22} = -re^{-2\Lambda}, & \Gamma^1_{33} = -r\Sigma_k^2 e^{-2\Lambda}, \\
\Gamma^1_{44} = -r\sin^2\theta\Sigma_k^2 e^{-2\Lambda}, & \Gamma^2_{12} = \frac{1}{r}, \\
\Gamma^2_{33} = -\Sigma_k \frac{d}{d\chi}\Sigma_k, & \Gamma^2_{44} = -\sin^2\theta\Sigma_k \frac{d}{d\chi}\Sigma_k, \\
\Gamma^3_{13} = \frac{1}{r}, & \Gamma^3_{23} = \frac{d}{d\chi}\ln\Sigma_k, \\
\Gamma^3_{44} = -\sin\theta\cos\theta, & \Gamma^4_{14} = \frac{1}{r}, \\
\Gamma^4_{24} = \frac{d}{d\chi}\ln\Sigma_k, & \Gamma^4_{34} = \operatorname{ctg}\theta.
\end{array} \quad (25)$$

Логарифмическая производная

$$\frac{d}{d\chi}\ln\Sigma_k = \begin{cases} \operatorname{ctg}\chi, & k = +1; \\ 1/\chi, & k = 0; \\ \operatorname{cth}\chi, & k = -1. \end{cases} \quad (26)$$

По формуле

$$R_{\mu\alpha} = \frac{\partial\Gamma^\beta_{\mu\alpha}}{\partial x^\beta} - \frac{\partial\Gamma^\beta_{\mu\beta}}{\partial x^\alpha} + \Gamma^\beta_{\mu\alpha}\Gamma^\gamma_{\beta\gamma} - \Gamma^\gamma_{\mu\beta}\Gamma^\beta_{\alpha\gamma} \quad (27)$$

находим компоненты тензора Риччи. Они имеют вид

$$R_{00} = -e^{2\Phi-2\Lambda}\left[\Phi'' + \Phi'^2 - \Phi'\Lambda' + \frac{3\Phi'}{r}\right] + \ddot{\Lambda} + \dot{\Lambda}^2 - \dot{\Phi}\dot{\Lambda}, \quad (28)$$

$$R_{11} = -e^{2\Lambda-2\Phi}\left[\ddot{\Lambda} + \dot{\Lambda}^2 - \dot{\Phi}\dot{\Lambda}\right] + \Phi'' + \Phi'^2 - \Phi'\Lambda' - \frac{3}{r}\Lambda', \quad (29)$$

$$R_{22} = e^{-2\Lambda}\left[2 + r(\Phi' - \Lambda')\right] - 2k, \quad (30)$$

$$R_{33} = \Sigma_k^2(\chi)R_{22}, \quad R_{44} = \sin^2\theta\Sigma_k^2(\chi)R_{22}, \quad (31)$$

$$R_{01} = -\frac{3}{r}\dot{\Lambda}. \quad (32)$$

Для определения вида функций $\Phi(r,t)$ и $\Lambda(r,t)$ используем уравнения Эйнштейна для гравитационного поля. Для областей, находящихся вне 3-мира, они имеют вид

$$R_{\mu\nu} = 0. \quad (33)$$

Учитывая (32), заключаем, что функция Λ не зависит от времени. С учётом этого остальные уравнения Эйнштейна запишутся в виде

$$\Phi'' + \Phi'^2 - \Phi'\Lambda' + \frac{3}{r}\Phi' = 0, \quad (34)$$

$$\Phi'' + \Phi'^2 - \Phi'\Lambda' - \frac{3}{r}\Lambda' = 0, \quad (35)$$

$$2 + r(\Phi' - \Lambda') - 2ke^{2\Lambda} = 0. \quad (36)$$

Вычитая (35) из (34), находим $\Phi' + \Lambda' = 0$. Это означает, что

$$\Phi + \Lambda = f(t). \quad (37)$$

Выбор интервала ds^2 в виде (20) оставляет ещё возможность произвольного преобразования времени вида $t = t(t')$. Используя свободу выбора временной координаты, можно к функции Φ прибавить произвольную функцию времени. За счёт этого всегда в (37) можно обратить $f(t)$ в ноль и считать, что $\Phi + \Lambda = 0$. Учитывая (37), из (36) находим уравнение для определения Φ:

$$\Phi' = \frac{1}{r}\left(ke^{-2\Phi} - 1\right). \quad (38)$$

Решая его, находим

$$e^{2\Phi} = e^{-2\Lambda} = k - \frac{\mathrm{const}}{r^2}. \quad (39)$$

Получим уравнения, описывающие динамику сферических релятивистских 3-миров (для случая $k = +1$). Вывод уравнений, описывающих 3-миры, для которых $k = 0$ и $k = -1$, приведены в приложении.

При $k = +1$ во внутренней области к 3-миру (с учётом отсутствия особенности в метрике при $r \to 0$) константу интегрирования в (39) полагаем равной нулю. В этой области $\Phi = \Lambda = 0$ и метрика является галилеевой.

Во внешней области к сферическому 3-миру на больших расстояниях гравитационное поле является слабым. По аналогии с 2-миром (см. [16]), константу интегрирования в (39) полагаем равной R_g^2, где R_g — гравитационный радиус 3-мира. Эта величина является аналогом гравитационного радиуса r_g для 2-мира.

Учитывая эти замечания, метрику пятимерного пространства-времени, внешнего по отношению к сферическому 3-миру, определяем формулой

$$ds^2 = \left(1 - \frac{R_g^2}{r^2}\right) c^2 dt^2 - \\ - \frac{dr^2}{\left(1 - R_g^2/r^2\right)} - r^2 d\Omega^2, \qquad (40)$$

$$d\Omega^2 = d\chi^2 + \sin^2\chi\left(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2\right). \qquad (41)$$

Метрика (40) называется метрикой Тангерлини (см. [22]). Она используется нами для исследования динамики сферически-симметричных релятивистских 3-миров.

4. ДИНАМИКА СФЕРИЧЕСКИХ 3-МИРОВ В СИСТЕМЕ КООРДИНАТ ТАНГЕРЛИНИ

Как и при исследовании динамики сферических релятивистских 2-миров (см. [17]), считаем, что 3-миры состоят из частиц, имеющих массу покоя равную нулю. Они однородно заполняют трёхмерную гиперсферу переменного радиуса $a(t)$. В системе координат Тангерлини динамика релятивистского 3-мира описывается уравнением движения частиц по радиусу. Чтобы получить это уравнение, учитываем, что частицы движутся по геодезическим в пятимерном пространстве-времени. Уравнение геодезических имеет вид

$$\frac{d^2x^\mu}{d\lambda^2} + \Gamma^\mu_{\alpha\beta}\frac{dx^\alpha}{d\lambda}\frac{dx^\beta}{d\lambda} = 0. \qquad (42)$$

Для описания движения частиц с нулевой массой покоя введён скалярный параметр λ, определенным образом связанный со временем t. Формула, определяющая эту взаимосвязь, будет приведена ниже.

Компоненты $\mu = 2$ и $\mu = 3$ уравнения (42) имеют вид

$$\frac{d^2\chi}{d\lambda^2} + \frac{2}{a}\frac{da}{d\lambda}\frac{d\chi}{d\lambda} - \sin\chi\cos\chi\left(\frac{d\theta}{d\lambda}\right)^2 - \\ - \sin\chi\cos\chi\sin^2\theta\left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^2 = 0, \qquad (43)$$

$$\frac{d^2\theta}{d\lambda^2} + \frac{2}{a}\frac{da}{d\lambda}\frac{d\theta}{d\lambda} + 2\operatorname{ctg}\chi\frac{d\chi}{d\lambda}\frac{d\theta}{d\lambda} - \\ - \sin\theta\cos\theta\left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^2 = 0. \qquad (44)$$

Здесь и далее a — радиальная координата частиц. Величина $a(t)$ определяет радиус кривизны сферического 3-мира в момент времени t. Из этих уравнений следует, что если в начальный момент λ_0, $\theta_0 = \pi/2$, $(d\theta/d\lambda)_0 = 0$, $\chi_0 = \pi/2$, $(d\chi/d\lambda)_0 = 0$, то и при всех $\lambda \neq \lambda_0$ $\theta(\lambda) = \pi/2$, $\chi(\lambda) = \pi/2$. Это означает, что траектории рассматриваемых частиц плоские. Очевидно, что траектории и всех других частиц также плоские. Далее для простоты рассматриваем частицы, для которых $\theta = \chi = \pi/2$.

Полагая $\mu = 4$, $\theta = \chi = \pi/2$, из (42) находим

$$\frac{d^2\phi}{d\lambda^2} + \frac{2}{a}\frac{da}{d\lambda}\frac{d\phi}{d\lambda} = 0. \qquad (45)$$

Интегрируя (45), получаем

$$c \cdot a^2\frac{d\phi}{d\lambda} = L_\gamma. \qquad (46)$$

Этот интеграл движения связан с космологическим удельным вращательным моментом частиц, который является одним из параметров, определяющих динамику релятивистских 3-миров.

Компонента уравнения (42), соответствующая $\mu = 0$, имеет вид

$$\frac{d^2x^0}{d\lambda^2} + 2\frac{d\Phi}{da}\frac{da}{d\lambda}\frac{dx^0}{d\lambda} = 0. \qquad (47)$$

Учитывая, что $e^{2\Phi} = (1 - R_g^2/a^2)$, (47) запишем в виде

$$\frac{d}{d\lambda}\left[\left(1 - \frac{R_g^2}{a^2}\right)\frac{dx^0}{d\lambda}\right] = 0. \qquad (48)$$

Отсюда находим

$$E_\gamma = c^2\left(1 - \frac{R_g^2}{a^2}\right)\frac{dx^0}{d\lambda}. \qquad (49)$$

Этот интеграл движения связан с полной удельной энергией частиц. Формула (49) определяет взаимосвязь переменных λ и t:

$$d\lambda = \frac{c^3 dt}{E_\gamma}\left(1 - \frac{R_g^2}{a^2(t)}\right). \qquad (50)$$

Уравнение для определения da/dt получаем следующим образом. Учитываем, что для частиц, движущихся в плоскости $\theta = \chi = \pi/2$, интервал ds^2 имеет вид

$$ds^2 = e^{2\Phi}c^2dt^2 - e^{-2\Phi}da^2 - a^2d\phi^2 = 0. \qquad (51)$$

Делим это уравнение на $d\lambda^2$ и, учитывая (46), (50), находим

$$\frac{1}{\left(1 - R_g^2/a^2\right)}\frac{da}{dt} = \frac{c}{E_\gamma}\left[E_\gamma^2 - U_\gamma^2(a)\right]^{1/2}, \qquad (52)$$

где

$$U_\gamma^2(a) = \frac{L_\gamma^2}{a^2}\left(1 - \frac{R_g^2}{a^2}\right). \qquad (53)$$

Формула (52) описывает движение релятивистского 3-мира в четвёртом пространственном измерении в системе координат Тангерлини.

Функция $U_\gamma(a)$ играет роль «эффективной потенциальной энергии» в том смысле, что условием $E_\gamma \geq U_\gamma(a)$ определяются (аналогично нерелятивистской теории) допустимые области изменения радиуса 3-мира. На рис. 3 качественно изображён график функции $U_\gamma(a)$, определяемой формулой (53), для значений параметра $L_\gamma \neq 0$. Функция $U_\gamma(a)$ при значении $a = a_m$ имеет максимум.

Максимуму функции $U_\gamma(a)$, равному $U_\gamma(a_m) = E_{\gamma m}$, соответствуют стационарные 3-миры. Они не являются гравитационно устойчивыми относительно малых возмущений. Совместное решение уравнений $U_\gamma(a) = E$, $dU_\gamma/da = 0$ даёт

$$a_m = \sqrt{2}R_g, \quad E_{\gamma m} = c\,L_\gamma/(2R_g). \qquad (54)$$

Неустойчивые стационарные релятивистские 3-миры имеют радиус равный $\sqrt{2}R_g$. Малое возмущение их размера, связанное с его уменьшением, приводит к сжатию 3-мира до размера R_g. Радиальное возмущение неустойчивого стационарного 3-мира, связанное с увеличением его радиуса, сопровождается его неограниченным расширением.

Если при заданном значении параметра L_γ размер 3-мира a и энергия E_γ не удовлетворяет условиям (54), то 3-мир не является стационарным. Качественный анализ возможных типов решений, описывающих такие миры в системе координат Тангерлини, проводим, учитывая вид функции $U_\gamma(a)$ (см. рис. 3). На рис. 3 приведены уровни энергии E_γ частиц, соответствующие различным типам решений уравнения (52).

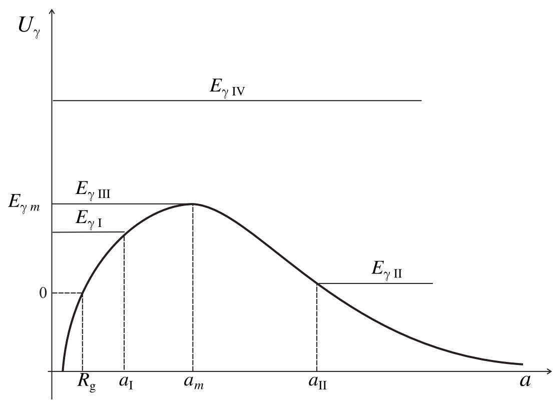


Рис. 3. Графики функции $U_\gamma(a)$, определяемой формулой (53) при $L_\gamma \neq 0$

Для уравнения (52) точка $a = R_g$ является особой. В системе координат Тангерлини физически разумные решения этого уравнения имеют место при $a > R_g$. В этой системе координат состояние 3-мира с $a = R_g$ является «чёрной дырой».

Покажем, что время входа 3-мира в состояние «чёрная дыра», а также симметричное ему время выхода из этого состояния, в системе координат Тангерлини оказывается бесконечным. Считая δ малой, но конечной величиной, найдём время эволюции 3-мира от размера $a = R_g + \delta$ до $a = R_g + \varepsilon$ при $\varepsilon \to 0$. Для a близких к R_g, как видно из (53), значение $U_\gamma(a)$ мало отличается от нуля. Учитывая это, уравнение (52) для этих значений a запишем в виде

$$\frac{1}{\left(1 - R_g^2/a^2\right)}\frac{da}{cdt} = 1. \qquad (55)$$

Из (55) находим

$$c(t_\varepsilon - t_\delta) = \int\limits_{R_g+\delta}^{R_g+\varepsilon} \frac{da}{1 - R_g^2/a^2}. \qquad (56)$$

Интегрируя (56), заключаем, что интеграл расходится при $a \to R_g$ как $-R_g \ln(a - R_g)$. Отсюда следует асимптотический закон приближения a к R_g:

$$a - R_g = \mathrm{const} \cdot e^{-ct/R_g}. \qquad (57)$$

Таким образом, в системе координат Тангерлини конечная стадия перехода 3-мира в состояние «чёрная дыра» описывается экспоненциальным законом с характерным временем $\sim R_g/c$. Время перехода в это состояние бесконечно. Это означает также бесконечное время выхода 3-мира наружу из состояния «чёрная дыра», если предположить, что это состояние для 3-мира является «начальным».

При значениях параметра $L_\gamma \neq 0$, как видно из рис. 3, возможны четыре типа решений $a(t)$, описывающих динамику релятивистских сферических 3-миров в системе координат Тангерлини. На рис. 4 приведены графики, качественно характеризующие эти решения.

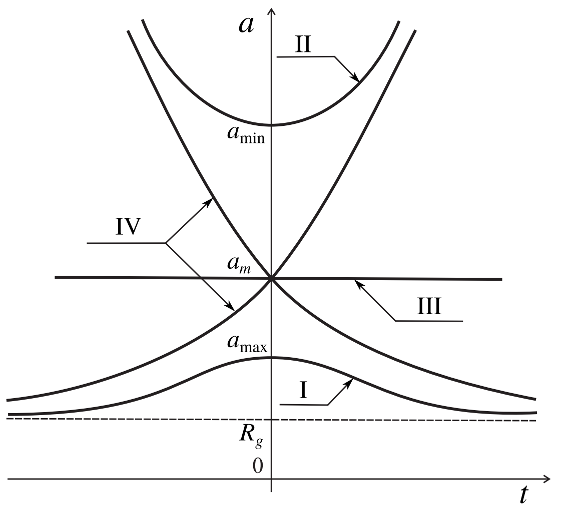


Рис. 4. Графики, схематично описывающие различные типы решений уравнения (52) при значениях параметра $L_\gamma \neq 0$

Интервалы значений энергий E_γ и размеров 3-миров, описываемых этими решениями, следующие:

$$\begin{aligned} &\mathrm{I} - (E_{\gamma \mathrm{I}} < E_{\gamma m}, \quad a \le a_m); \\ &\mathrm{II} - (E_{\gamma \mathrm{II}} < E_{\gamma m}, \quad a \ge a_{\mathrm{II}}); \\ &\mathrm{III} - (E_{\gamma \mathrm{III}} = E_{\gamma m}, \quad a = a_m); \\ &\mathrm{IV} - (E_{\gamma \mathrm{IV}} > E_{\gamma m}, \quad a > R_g). \end{aligned} \qquad (58)$$

В следующем параграфе рассмотрены решения, описывающие динамику релятивистского 3-мира в сопутствующей системе координат.

5. ДИНАМИКА СФЕРИЧЕСКИХ 3-МИРОВ В СОПУТСТВУЮЩЕЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

В метрике Тангерлини (40) g_{00} обращается в нуль, а g_{11} — в бесконечность при $r = R_g$. В системе координат Тангерлини время приближения 3-мира к состоянию $a = R_g$ оказывается бесконечным. В области $r < R_g$ метрические коэффициенты g_{00} и g_{11} становятся отрицательными. Это обстоятельство могло бы дать основание к заключению о невозможности существования 3-миров с «радиусом», меньшим гравитационного. В действительности такое заключение не является правильным. Можно лишь утверждать, что метрику Тангерлини в области $r < R_g$ применять нельзя.

Для описания динамики сферических 3-миров любых размеров используем сопутствующую систему координат. Будем называть её также системой координат типичных наблюдателей. Эти наблюдатели находятся в 3-мире. В системе координат Тангерлини они совершают относительно центра 3-мира лишь радиальное движение. Время в сопутствующей системе координат определяется так, что для любого типичного наблюдателя интервал между двумя бесконечно близкими событиями, происходящими в точке, где он находится, описывается формулой

$$ds^2 = c^2 d\tau^2. \qquad (59)$$

Время τ называют собственным временем.

Тангерлиниевы координаты произвольного типичного наблюдателя: $a(t)$, χ, θ и ϕ. В сопутствующей системе ими, по определению, являются χ, θ и ϕ. Расстояние этого наблюдателя до начала сопутствующей системы координат: $R(\tau) = a(\tau)\chi$. Масштабный фактор $a(\tau)$ описывает однородное изотропное растяжение сопутствующей системы координат. Уравнение, описывающее изменение масштаба a в системе координат Тангерлини, определяется формулой (52). Перепишем его в терминах собственного времени, т. е. в виде, определяющем изменение $a(\tau)$ в сопутствующей системе координат.

Произвольный типичный наблюдатель движется относительно центра 3-мира радиально. Координаты любого типичного наблюдателя χ, θ и ϕ в процессе эволюции сферического 3-мира остаются постоянными. Уравнения, описывающее его движение в сопутствующей системе координат, имеют вид

$$\begin{aligned} R(\tau) &= a(\tau)\chi_0, \quad \chi(\tau) = \chi_0, \\ \theta(\tau) &= \theta_0, \qquad \phi(\tau) = \phi_0. \end{aligned} \tag{60}$$

В процессе эволюции сферического 3-мира сохраняется его однородность и изотропность. Справедлив закон Хаббла:

$$dR(\tau)/d\tau = H(\tau)R(\tau), \tag{61}$$

где $H(\tau) = (da/d\tau)/a$ — параметр Хаббла, одинаковый для любых $R(\tau)$.

Связь между собственным временем τ типичного наблюдателя и временем t метрики Тангерлини находим из уравнения

$$c^2 d\tau^2 = \left(1 - \frac{R_g^2}{a^2}\right) c^2 dt^2 - \frac{da^2}{1 - R_g^2/a^2}. \tag{62}$$

Учитывая, что $a(t)$ удовлетворяет уравнению (52), из (62) находим

$$\frac{d\tau}{dt} = \left(1 - \frac{R_g^2}{a^2}\right)^{1/2} \frac{U_\gamma(a)}{E_\gamma}. \tag{63}$$

Используя (63), уравнение (52) перепишем в терминах собственного времени:

$$\frac{da}{d\tau} = \frac{a}{L_\gamma} \left(E_\gamma^2 - U_\gamma^2\right)^{1/2}. \tag{64}$$

В отличие от уравнения (52) уравнение (64) не имеет особенности при $a = R_g$. Собственное время, за которое 3-мир проходит радиус $a = R_g$ в сопутствующей системе отсчёта, бесконечно мало. Учитывая это, считаем, что уравнение (64) описывает динамику релятивистских сферических 3-миров не только в области $a > R_g$, но и при $0 \le a \le R_g$.

6. ЭЙНШТЕЙНОВСКИЕ СИЛЫ ОТТАЛКИВАНИЯ

Уравнение (64) является уравнением, описывающим эволюцию релятивистских сферических 3-миров в сопутствующей системе координат. Учитывая (53), приводим его к виду

$$\frac{1}{a^2}\left(\frac{da}{d\tau}\right)^2 = -\frac{c^2}{a^2} + \frac{c^2 R_g^2}{a^4} + \frac{E_\gamma^2}{L_\gamma^2}. \tag{65}$$

В приложении показано, что в случае произвольного значения параметра k, определяющего тип геометрии релятивистского 3-мира, уравнение, описывающее его эволюцию, может быть записано в виде

$$\frac{1}{a^2}\left(\frac{da}{d\tau}\right)^2 = -\frac{kc^2}{a^2} + \frac{c^2 R_g^2}{a^4} + \frac{E_\gamma^2}{L_\gamma^2}. \tag{66}$$

Это уравнение является первым интегралом уравнения

$$\frac{d^2 a}{d\tau^2} = -\frac{c^2 R_g^2}{a^3} + \frac{E_\gamma^2 a}{L_\gamma^2}. \tag{67}$$

Сравнивая космологические уравнения А. А. Фридмана (2), (3) с уравнениями (66) и (67), заключаем, что они совпадают, если считать, что гравитационный радиус 3-мира

$$R_g = \sqrt{\frac{8\pi G\rho a^4}{3c^2}}, \tag{68}$$

а космологическая постоянная Λ связана с параметрами частиц в 3-мире (интегралами их движения E_γ и L_γ в тангерлиниевой системе координат) формулой

$$\Lambda = \frac{3E_\gamma^2}{c^2 L_\gamma^2}. \tag{69}$$

Из (67) заключаем, что в релятивистском 3-мире, однородно заполненном частицами, кроме сил притяжения, действуют силы отталкивания. В сопутствующей системе координат силы отталкивания являются эйнштейновскими. Они описываются Λ-членом уравнений ОТО. Чтобы понять физический смысл космологических сил отталкивания, рассмотрим уравнения, описывающие динамику релятивистских 3-миров в предельном случае $a \gg R_g$. Этот предельный случай можно исследовать формально, полагая $R_g = 0$.

Уравнения, описывающие динамику релятивистских 3-миров в приближении $R_g = 0$, в системе координат Тангерлини имеют вид

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2 = -kc^2 - \frac{c^2 L_\gamma^2}{E_\gamma^2 a^2}, \tag{70}$$

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = -\frac{dU_{\rm cf}}{da}, \tag{71}$$

где

$$U_{\rm cf} = \frac{c^4 L_\gamma^2}{2E_\gamma^2} \cdot \frac{1}{a^2}. \tag{72}$$

Уравнение (71) описывает «движение» релятивистского 3-мира под действием центробежных сил. Функция $U_{\rm cf}$ определяет центробежную энергию частиц. Видно, что источником центробежных космологических сил отталкивания является тепловая энергия космической среды. В случае отсутствия теплового движения, вращательные моменты частиц равны нулю и при этом центробежные космологические силы отталкивания отсутствуют.

В сопутствующей системе координат уравнения, описывающие динамику релятивистского 3-мира в приближении $R_g = 0$, имеют вид

$$\left(\frac{da}{d\tau}\right)^2 = -kc^2 + \frac{E_\gamma^2}{L_\gamma^2} a^2, \tag{73}$$

$$\frac{d^2 a}{d\tau^2} = \frac{E_\gamma^2 a}{L_\gamma^2} = \frac{1}{3}\Lambda c^2 a. \tag{74}$$

Видно, что то, что в сопутствующей системе координат силы отталкивания являются эйнштейновскими. Источником этих сил является релятивистская компонента космической среды, которая в настоящей статье лишь и учитывается. Космологическая постоянная Λ определяет универсальную взаимосвязь между микроскопическими параметрами E_γ и L_γ частиц.

В тангерлиниевой системе координат скорость релятивистских 3-миров совпадает с радиальной компонентой скорости движения частиц. Она определяется формулой

$$\frac{da}{dt} = c\left(1 - \frac{R_g^2}{a^2}\right) \times \\ \times \left[1 - \frac{c^2 L_\gamma^2}{a^2 E_\gamma^2}\left(1 - \frac{R_g^2}{a^2}\right)\right]^{1/2}. \tag{75}$$

Видно, что эта скорость всегда меньше скорости света. При $a \to R_g$ $da/dt \to 0$; при $a \to \infty$ $da/dt \to c$.

В сопутствующей системе координат скорость расширения релятивистских 3-миров определяется формулой

$$\frac{da}{d\tau} = c\left[-k + \frac{R_g^2}{a^2} + \frac{E_\gamma^2 a^2}{c^2 L_\gamma^2}\right]^{1/2}. \tag{76}$$

Величина $da/d\tau$ не имеет смысла физической скорости частиц. Нет основания считать, что величина $da/d\tau$ не может быть больше скорости света. При $a \to 0$ и $a \to \infty$ $da/d\tau \to \infty$. В то же время скорость пролёта релятивистских частиц мимо любого типичного наблюдателя определяется формулой

$$W = \pm a\frac{d\phi}{d\tau} = \pm a\frac{d\phi}{d\lambda}\frac{d\lambda}{dt}\frac{dt}{d\tau}. \tag{77}$$

Учитывая уравнения (25), (30) и (48), находим $W = \pm c$. Это означает, что скорость частиц относительно любого типичного наблюдателя равна скорости света.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе показано следующее.

1. Стандартным методом, основанном на космологических уравнениях А. А. Фридмана, описана динамика релятивистских 3-миров в четырёхмерном пространстве-времени. Это описание содержит три независимых параметра: постоянную Хаббла H_0, плотность излучения ρ_0, а также плотность

«тёмной энергии» $\rho_\Lambda = \Lambda c^2/(8\pi G)$. В процессе эволюции 3-мира плотность излучения ρ и масштаб 3-мира a связаны соотношением (5). Существенным недостатком стандартного метода описания динамики 3-мира является отсутствие понимания физического смысла «тёмной энергии». Полученные в рамках стандартного подхода выводы о динамике 3-мира находятся в согласии с известными общими представлениями о фридмановской динамике Вселенной, рассчитанной в рамках уравнений Эйнштейна с Λ-членом (см., например, [2, гл. 4]).

2. Проведено изучение динамики 3-миров, основанное на предположении, что они являются трёхмерными объектами, погруженными в пространство четырёх измерений и описываемые в рамках уравнений Эйнштейна в пятимерном пространстве-времени. Записана его метрика, учитывающая симметрию 3-мира (метрика Тангерлини). 3-мир рассматривается как трёхмерная центрально-симметричная гиперповерхность, однородно заполненная релятивистскими частицами.

3. Получены уравнения, описывающие движение 3-миров в четвёртом (радиальном) пространственном измерении системы координат Тангрелини. Показано, что в этой системе координат динамика 3-мира определяется не только силами тяготения, но и отталкивания, и эти силы являются центробежными. Существование космологических центробежных сил связано с наличием тепловых скоростей движения частиц и кривизной пространства 3-мира. Эти силы действуют во внешнем для 3-миров пространственном измерении, растягивая их.

4. Проведено преобразование уравнения, описывающего динамику 3-миров в тангерлиниевых координатах в уравнение, описывающее эту динамику в сопутствующей системе координат. Это описание содержит четыре параметра: постоянную Хаббла H_0, гравитационный радиус 3-мира R_g, а также интегралы движения E_γ и L_γ, определяющие энергию и космологический момент вращения частиц 3-мира, соответственно.

5. Показано, что возможны четыре типа решений, описывающих эволюцию 3-миров. Вид этих решений существенно отличается в тангерлиниевой и сопутствующей системах координат. В сопутствующей системе координат два типа решений описывают 3-миры, рождённые в результате «Большого взрыва». Один из них описывает замкнутый 3-мир, другой открытый 3-мир. Существуют решения, описывающие стационарные 3-миры. Эти решения не являются устойчивыми. Возможны решения, описывающие 3-миры без сингулярности. Они описывают однородное сжатие этих миров до некоторого минимального размера с последующим неограниченным их расширением.

6. Проведено сравнение космологических уравнений А. А. Фридмана, описывающих динамику 3-миров стандартным методом и уравнений, описывающих 3-миры как объекты в четырёхмерном пространстве. Показано, что они совпадают, если считать, что гравитационный радиус 3-мира удовлетворяет соотношению (68), а космологическая постоянная Λ связана с интегралами движения частиц E_γ и L_γ формулой (69).

7. Вид космологических сил отталкивания зависит от выбора системы координат. В системе координат Тангерлини они являются центробежными силами ($d^2a/dt^2 \sim a^{-3}$). В сопутствующей системе координат космологические силы отталкивания проявляется как эйнштейновские силы отталкивания ($d^2a/d\tau^2 \sim a$). Космологическая постоянная определяет универсальную взаимосвязь между интегралами движения частиц E_γ и L_γ:

$$E_\gamma = \sqrt{\frac{\Lambda}{3}} L_\gamma c. \tag{78}$$

Замечание. Предположение о том, что все частицы имеют одинаковые значения параметров E_γ и L_γ, не является необходимым. Вид уравнений, описывающих динамику 3-миров, не изменится, если считать, что излучение является чернотельным, а соотношение между параметрами частиц E_γ и L_γ определяется формулой (78), в которой величина Λ является универсальной постоянной. Отметим также, что отношение $c\,L_\gamma/E_\gamma$ равно прицельному расстоянию при описании траекторий релятивистских частиц, рассеивающихся на гравитиующей точечной массе, гравитационное поле которой определяется метрикой Тангерлини (см., например, [21]).

Авторы выражают благодарность В. Н. Лукашу, И. Д. Новикову, А. В. Клименко, А. М. Черепащуку, И. Г. Шухману, обсуждение с которыми проблемы космологических сил отталкивания было одним из важных стимулов для выполнения настоящей работы. Авторы признательны Н. Ю. Жилкиной за помощь в подготовке статьи. Работа выполнена при поддержке Российской академии наук (программа Президиума 19), Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 08-02-00371, 09-02-00064), Федерального агентства по науке и инновациям, и средств Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау, Л. Д. Теория Поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М. : Наука, 1988.
2. Зельдович, Я. Б. Строение и эволюция Вселенной / Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. М. : Наука, 1975.
3. Вайнберг, С. Гравитация и космология. М. : Платон, 2000.
4. Perlmutter, S. Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae / S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber et al. // Astroph. J. 1999. Vol. 517, № 2, P. 565–586.
5. Riess, A. G. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant / A. G. Riess, A. V. Filippenko, P. Challis et al. // Astron. J. 1988. Vol. 116, № 3, P. 1009.
6. Чернин, А. Д. Тёмная материя и всемирное антитяготение // УФН. 2008. Т. 178, № 3, С. 267–300.
7. Горбунов, Д. С. Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего большого взрыва / Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков. М. : ЛКИ, 2008.
8. Hinshaw, G. Three-year wilkinson microwave anisotropy probe (WMAP) observations: implications for cosmology / G. Hinshaw, M. R. Nolta, C. L. Bennet et al. // Astrophys. J. Suppl. 2007. Vol. 170, № 2. P. 377–408.
9. Astier, P. The Supernova Legacy Survey: measurement of Ω_M, Ω_Λ and w from the first year data set / P. Astier, J. Guy, N. Regnault et al. // Astron. and Astrophys. 2006. Vol. 447, № 1. P. 31–48.
10. Riess, A. G. New Hubble Space Telescope Discoveries of Type Ia Supernovae at $z \geq 1$: Narrowing Constraints on the Early Behavior of Dark Energy / A. G. Riess, L.-G. Strolger, S. Casertano et al. // Astrophys. J. 2007. Vol. 659, № 1. P. 98.
11. Лукаш, В. Темная энергия: мифы и реальность / В. Н. Лукаш, В. А. Рубаков // УФН. 2008. Т. 178, № 3. С. 310–308.
12. Черепащук, А. М. Современная космология — наука об эволюции Вселенной / А. М. Черепащук, А. Д. Чернин // Бюллетень РАН «В защиту науки». 2008. № 4.
13. Глинер, Э. Б. Раздувающаяся Вселенная и вакуумоподобное состояние физической среды // УФН. 2002. Т. 172, № 2. С. 221–228.
14. Клименко, В. А. О центробежной природе «тёмной энергии» / В. А. Клименко, А. М. Фридман. М. : ИАЭ, 2009. Т. 6597/1.
15. Клименко, А. В. О равномерном расширении Вселенной / А. В. Клименко, В. А. Клименко, А. М. Фридман М. // Астрон. журн. 2010. Т. 87, № 10. С. 947–966.
16. Жилкин, А. Г. Динамика двумерных сферических миров / А. Г. Жилкин, В. А. Клименко, А. М. Фридман // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 12–28.
17. Жилкин, А. Г. Об эйнштейновских силах отталкивания / А. Г. Жилкин, В. А. Клименко, А. М. Фридман // Докл. Акад. наук. 2010. Т. 435, № 6. С. 748–751.
18. Randall, L. An Alternative to Compactification / L. Randall, R. Sundrum // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 83. P. 4690–4693.
19. Maartens, R. Brane-World Gravity // Living Reviews in Relativity. 2004. Vol. 7, № 7.
20. Ландау, Л. Д. Механика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М. : Наука, 1988.
21. Мизнер, Ч. Гравитация : в 3 т. / Ч. Мизнер, К. Торн, Д. Уиллер. М. : Мир, 1977.
22. Tangherlini, F. Schwarzschild field in n dimensions and the dimensionality of space problem // Nuovo Cim. 1963. № 27. P. 636–651.

Приложение

Уравнения геодезических (42) в случае произвольных значений k для $\mu = 2$, 3 и 4 можно записать в виде:

$$\frac{d^2\chi}{d\lambda^2} + \frac{2}{a}\frac{da}{d\lambda}\frac{d\chi}{d\lambda} - \Sigma_k \frac{d\Sigma_k}{d\chi}\times \\ \times\left[\left(\frac{d\theta}{d\lambda}\right)^2 + \sin^2\theta\left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^2\right] = 0, \tag{79}$$

$$\frac{d^2\theta}{d\lambda^2} + \frac{2}{a}\frac{da}{d\lambda}\frac{d\theta}{d\lambda} + \frac{d\ln\Sigma_k}{d\chi}\frac{d\chi}{d\lambda}\frac{d\theta}{d\lambda} - \\ - \sin\theta\cos\theta\left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^2 = 0, \tag{80}$$

$$\frac{d^2\phi}{d\lambda^2} + \frac{2}{a}\frac{da}{d\lambda}\frac{d\phi}{d\lambda} + \frac{d\ln\Sigma_k}{d\chi}\frac{d\chi}{d\lambda}\frac{d\phi}{d\lambda} - \\ - 2\operatorname{ctg}\theta\frac{d\theta}{d\lambda}\frac{d\phi}{d\lambda} = 0. \tag{81}$$

Из уравнения (80) следует, что если в начальный момент λ_0 $\theta_0 = \pi/2$, $(d\theta/d\lambda)_0 = 0$, то и при всех λ $\theta(\lambda) = \pi/2$. Без ограничения общности можно рассматривать только те частицы, для которых $\theta = \pi/2$. При этом условии оставшиеся уравнения (79) и (81) дают

$$\frac{d^2\chi}{d\lambda^2} + \frac{2}{a}\frac{da}{d\lambda}\frac{d\chi}{d\lambda} - \Sigma_k\frac{d\Sigma_k}{d\chi}\left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^2 = 0, \tag{82}$$

$$\frac{d^2\phi}{d\lambda^2} + \frac{2}{a}\frac{da}{d\lambda}\frac{d\phi}{d\lambda} + \frac{d\ln\Sigma_k}{d\chi}\frac{d\chi}{d\lambda}\frac{d\phi}{d\lambda} = 0. \tag{83}$$

Нетрудно убедиться, что эти уравнения содержат интеграл, выражающий закон сохранения углового момента частицы:

$$\left(\frac{d\chi}{d\lambda}\right)^2 + \Sigma_k^2\left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^2 = \frac{L_\gamma^2}{a^4}. \tag{84}$$

В случае, когда $\theta \neq \pi/2$, интеграл движения (84) имеет вид

$$\left(\frac{d\chi}{d\lambda}\right)^2 + \Sigma_k^2\left(\frac{d\theta}{d\lambda}\right)^2 + \Sigma_k^2\sin^2\theta\left(\frac{d\phi}{d\lambda}\right)^2 = \frac{L_\gamma^2}{a^4}.$$

При этом все последующие выводы сохраняют силу.

Для $\mu = 0$ уравнение геодезических совпадает с уравнением (47), выведенным для случая $k = +1$. Соответствующий интеграл движения для случая произвольного k можно записать в виде

$$E_\gamma = c^2\left(k - \frac{R_g^2}{a^2}\right)\frac{dx^0}{d\lambda} \tag{85}$$

Наконец, уравнение для $\mu = 1$ можно получить способом, описанным в разделе 4. В результате несложных выкладок можно прийти к следующему уравнению:

$$\frac{1}{k - R_g^2/a^2}\frac{da}{dt} = \frac{c}{E_\gamma}\left[E_\gamma^2 - U_\gamma^2(a)\right]^{1/2}, \tag{86}$$

где

$$U_\gamma^2(a) = \frac{L_\gamma^2}{a^2}\left(k - \frac{R_g^2}{a^2}\right). \tag{87}$$

В сопутствующих координатах это уравнение может быть записано в виде

$$\frac{da}{d\tau} = \frac{a}{L_\gamma}\left[E_\gamma^2 - U_\gamma^2(a)\right]^{1/2}. \tag{88}$$

Возводя обе части (88) в квадрат и используя (87), можно прийти к уравнению (66).

Вестник Челябинского государственного университета. 2013. №19 (310)
Физика. Вып. 17. С. 43–65

А. В. Клименко, В. А. Клименко, $\boxed{\textit{А. М. Фридман}}$

О ТЕПЛОВОЙ ПРИРОДЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИХ СИЛ ОТТАЛКИВАНИЯ

Показано, что в уравнения общей теории относительности (ОТО), кроме космологических эйнштейновских сил отталкивания, описываемых Λ-членом, могут быть введены и другие силы. Рассмотрены силы отталкивания, источником которых является тепловая энергия космической среды. Показано, что они являются центробежными по своей природе и не описывается в рамках стандартных уравнений Эйнштейна. Записаны уравнения ОТО с учётом этих сил. Предложена космологическая модель однородной изотропной Вселенной, основанная на этих уравнениях (C-модель). Показана способность этой модели правильно описывать астрономические наблюдения, для которых существенны космологические эффекты.

Ключевые слова: *космология, космологические модели, космологические силы отталкивания, Λ-член.*

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время есть основания считать, что динамику Вселенной определяют не только силы тяготения, но и силы отталкивания. По-видимому, первым чётким указанием на это были наблюдательные данные о зависимости между звёздной величиной и красным смещением для сверхновых типа Ia [1; 2]. Полагают, что объяснить эти данные, а также некоторые другие, в рамках ОТО без учёта космологических сил отталкивания, невозможно и поэтому считают, что эти силы играют важную роль в динамике Вселенной (см., например [3–5]).

В современной космологии считают, что источником космологических сил отталкивания являются гипотетические среды с отрицательным давлением: «тёмная энергия», «квинтэссенция», «фантомная энергия» (подробности см., например, в [3–5]).

В настоящей работе показано, что природу космологических сил отталкивания можно объяснить, не вводя этих гипотетических сред, а лишь предполагая, что источником сил отталкивания является тепловая энергия космической среды. Подавляющая часть этой энергии сосредоточена в однородно распределённой в пространстве релятивистской компоненте космической среды.

Для того чтобы наглядно пояснить смысл космологических сил отталкивания и их взаимосвязь с тепловым движением частиц космической среды, рассмотрим в ньютоновском приближении следующие идеализированные примеры.

Пример 1. Двумерная среда состоит из невзаимодействующих частиц. В начальный момент времени $t = 0$ частицы находятся на сфере радиуса a_0 и однородно её заполняют. В трёхмерной сферической системе координат все они имеют одинаковую радиальную скорость $V_r(0) = da/dt(0)$, направленную от центра сферы. Их тангенциальные скорости $V_t(0) = 0$. Движение частиц является свободным.

В этом примере сфера расширяется равномерно со скоростью $V_r(0)$. Уравнение, описывающее её динамику, имеет вид

$$\ddot{a}(t) = 0. \qquad (1)$$

В сопутствующей двумерной системе координат, связанной с расширяющейся сферой, частицы покоятся относительно типичных наблюдателей. Среда является холодной. Имеет место однородное равномерное растяжение пространства двумерного холодного сферического мира.

Пример 2. Вначале все частицы среды также находятся на сфере радиуса a_0. В трёхмерной сферической системе координат компоненты их скорости: $V_r(0) = 0$, $V_t(0) \neq 0$. У всех частиц значение скорости $V_t(0)$ одно и тоже. Начальное распределение частиц по скоростям в каждой точке двумерной сопутствующей системы координат является изотропным. Движение частиц является свободным.

В этом примере сфера расширяется неравномерно. Функция $a(t)$, описывающая её динамику, определяется формулой

$$a(t) = \sqrt{a_0^2 + V_t^2(0)t^2}. \tag{2}$$

Она является решением уравнения

$$\ddot{a}(t) = \frac{a_0^2 V_t^2(0)}{a^3} \tag{3}$$

с начальными условиями

$$a(0) = a_0,\ \dot{a}(0) = 0. \tag{4}$$

В сопутствующей двумерной системе координат частицы относительно типичных наблюдателей движутся со скоростью $V_t(t) = V_t(0)a_0/a(t)$. Уравнение (3) можно записать в виде

$$\ddot{a}(t) = -\frac{d}{da}\left(\frac{V_t^2}{2}\right) = \frac{V_t^2}{a}. \tag{5}$$

Формально (5) можно рассматривать как уравнение, описывающее в рамках механики сплошной среды расширение нерелятивистской оболочки под действием сил отталкивания. Как видно из (5), источником этих сил является энергия

$$V_t^2/2 = \frac{V_t^2(0)a_0^2}{2a^2}. \tag{6}$$

Эти силы являются центробежными по своей природе. Их происхождение «чисто геометрическое» и они не зависят от гравитационной постоянной G.

В трёхмерной сферической системе координат энергия, определяемая формулой (6), является центробежной. В тоже время энергия $V_t^2/2$ в сопутствующей двумерной системе координат является тепловой. Уравнение (6) можно рассматривать как первое начало термодинамики, описывающее адиабатическое расширение двумерного идеального газа.

Влияние теплового движения частиц на динамику трёхмерных однородных материальных гиперповерхностей является аналогичным рассмотренному выше в примере 2. Соответствующее исследование в рамках ОТО проведено в настоящей работе.

Ранее авторами в [6] была предложена модель равномерно расширяющейся Вселенной S-модель (S — Simple). Она основана на идее о точном равновесии в сопутствующей системе отсчёта космологических сил притяжения и отталкивания во все моменты эволюции Вселенной. В настоящей работе описана космологическая модель Вселенной, в которой такого равновесия сил не предполагается. Эта модель названа нами C-моделью. В этой модели считается, что космологические силы отталкивания связаны с кривизной пространства и тепловой энергией космической среды. Космологические силы отталкивания являются центробежными по своей природе и поэтому в названии модели используется буква C (C — Centrifugal).

В настоящей работе показано, что используя C-модель, можно объяснять важные наблюдения, в которых влияние космологического расширения является существенным.

Статья организована следующим образом. В 2 записаны уравнения Эйнштейна. Метрика однородной изотропной Вселенной приведена в 3. В 4 записаны космологические уравнения А. А. Фридмана. Уравнения Эйнштейна с Λ-членом содержаться в 5. В 6 записаны обобщённые уравнения Эйнштейна, учитывающие тепловые источники космологических сил отталкивания. Обобщённые уравнения А. А. Фридмана приведены в 7. В 8 и 9 рассмотрены идеализированные модели нерелятивистской и релятивистской вселенных, учитывающие влияние центробежных сил отталкивания. В 10 содержится описание предлагаемой нами космологической C-модели. Применение этой модели для объяснения астрономических наблюдений, в которых влияние космологического расширения Вселенной является существенным, рассмотрено в 11. В 12 перечислены основные результаты работы.

Наш метод введения космологических сил отталкивания в уравнениях общей теории относительности (ОТО) аналогичен часто используемому при введении в уравнения Эйнштейна Λ-члена. Этим методом в космологические уравнения А. А. Фридмана силы отталкивания, обусловленые изменением тепловой энергии космической среды, были введены в [7].

Настоящая работа является уточнённым вариантом работы [7]. Уточнено описание вклада релятивистской компоненты космической среды в создание космологических сил отталкивания. Обозначения приведены в соответствие с общепринятыми. Кратко изложим важные для понимания настоящей работы положения.

2. УРАВНЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА

В основе космологии лежит ОТО. Согласно этой теории, четырёхмерное пространство-время при наличии материи является неевклидовым. Метрические свойства пространства-времени описываются метрикой

$$ds^2 = g_{ik}dx^i dx^k. \tag{7}$$

Метрические коэффициенты g_{ik} являются функциями четырёх пространственно-временных координат $x^i = (x^0, x^1, x^2, x^3)$. Они связаны с распределением материи, её термодинамическими свойствами и характером движения. Величиной, определяющей свойства материи, является тензор энергии-импульса T_{ik}. Взаимосвязь между компонентами метрического тензора g_{ik} и тензора энергии-импульса T_{ik} определяется уравнениями Эйнштейна:

$$R_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k R = \frac{8\pi G}{c^4}T_i^k, \tag{8}$$

где R_i^k — тензор Риччи, R — его след, δ_i^k — символ Кронекера, G — гравитационна постоянная, c — скорость света. В космологии космическую среду обычно рассматривают как непрерывную и идеальную. Часто тензор энергии-импульса записывают в виде

$$T_i^k = (\varepsilon + P)u_i u^k - P\delta_i^k, \tag{9}$$

где u_i — четырёхмерная скорость макроскопического движения, ε — плотность энергии, а P — давление космической среды (см., например, [8–11]).

3. ГЕОМЕТРИЯ ОДНОРОДНОЙ ИЗОТРОПНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

3.1. Пространство Вселенной как однородная изотропная гиперповерхность

При описании геометрии однородного, изотропного нестационарного трёхмерного пространства Вселенной рассматриваем его как однородную и изотропную трёхмерную гиперповерхность в некотором фиктивном четырёхмерном пространстве (см., например, [8, § 111–113]).

Уравнение, описывающее нестационарную однородную и изотропную трёхмерную гиперповерхность в четырёхмерных декартовых координатах (x_1, x_2, x_3, x_4), имеет вид

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = k \cdot a^2(t). \tag{10}$$

Параметр k принимает три значения: $k = +1, -1, 0$. При $k = +1$ реализуется случай пространства постоянной положительной кривизны. Значению $k = -1$ соответствует пространство постоянной отрицательной кривизны. Плоское пространство нулевой кривизны имеет место при $k = 0$. Точка $O = (0, 0, 0, 0)$ является «центром» Вселенной, а $\sqrt{k} \cdot a(t)$ — её радиусом кривизны. В нестационарной Вселенной радиус кривизны изменяется во времени. Рассмотрим геометрические свойства пространств с $k = +1, -1, 0$ в отдельности.

3.2. Сферическая Вселенная ($k = +1$)

При $k = +1$ пространство однородной и изотропной Вселенной является трёхмерной гиперсферой. Для описания этой Вселенной удобно использовать четырёхмерную сферическую систему координат (r, χ, θ, ϕ). В этой системе центр Вселенной — это точка, где $r = 0$. Радиальную координату точек Вселенной будем обозначать буквой a. Связь между четырёхмерными декартовыми и сферическими координатами точек Вселенной определяется формулами

$$\begin{gathered} x_1 = a\sin\chi\sin\theta\cos\phi, \\ x_2 = a\sin\chi\sin\theta\sin\phi, \\ x_3 = a\sin\chi\cos\theta, \\ x_4 = a\cos\chi. \end{gathered} \tag{11}$$

Допустимые интервалы изменения сферических координат

$$0 \le a < \infty, \;\; 0 \le \chi \le \pi, \\ 0 \le \theta \le \pi, \;\; 0 \le \phi \le 2\pi. \qquad (12)$$

Для описания сферической Вселенной используем также трёхмерную криволинейную систему координат — сопутствующую систему. Будем называть её также системой координат типичных наблюдателей. Типичный наблюдатель — это абстрактный объект Вселенной, совершающий относительно её центра в четырёхмерной сферической системе координат лишь радиальное движение. Система типичных наблюдателей — это бесконечное их множество, однородно заполняющее Вселенную.

Временную координату выберем так, чтобы в сопутствующей системе координат для любого типичного наблюдателя интервал между двумя бесконечно близкими событиями, происходящими в точке, где он находится, определялся формулой

$$ds^2 = c^2 dt^2. \qquad (13)$$

В силу равноправности всех типичных наблюдателей введённое таким образом время будет одинаковым для всех этих наблюдателей, и поэтому его называют мировым временем.

Если (χ, θ, ϕ) и $(\chi + d\chi, \theta + d\theta, \phi + d\phi)$ — координаты двух бесконечно близких точек Вселенной, то в сопутствующей системе координат квадрат пространственного расстояния между ними:

$$dl^2 = a^2 \times \\ \times \left(d\chi^2 + \sin^2\chi \left[\sin^2\theta\, (d\phi)^2 + (d\theta)^2 \right] \right). \qquad (14)$$

Интервал между двумя бесконечно близкими событиями в этой системе координат с учётом (13), (14) запишется в виде

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \times \\ \times \left(d\chi^2 + \sin^2\chi \left[\sin^2\theta\, (d\phi)^2 + (d\theta)^2 \right] \right). \qquad (15)$$

3.3. Пространство отрицательной кривизны $(k = -1)$

Формулы, описывающие геометрию однородного трёхмерного пространства отрицательной кривизны, получаются из формул, описывающих сферическую Вселенную, если в них формально заменить $a \to ia$, $\chi \to i\chi$. При $k = -1$ уравнение (10) описывает трёхмерную псевдосферическую Вселенную. Удобными для её описания являются псевдосферические координаты (a, χ, θ, ϕ). Они связанны с декартовыми координатами формулами

$$x_1 = a \,\mathrm{sh}\,\chi \sin\theta \cos\phi, \\ x_2 = a \,\mathrm{sh}\,\chi \sin\theta \sin\phi, \\ x_3 = a \,\mathrm{sh}\,\chi \cos\theta, \\ x_4 = -i\, a \,\mathrm{ch}\,\chi. \qquad (16)$$

Допустимые интервалы изменения псевдосферических координат

$$0 \le a < \infty, \; 0 \le \chi < \infty, \\ 0 \le \theta \le \pi, \; 0 \le \phi \le 2\pi. \qquad (17)$$

Если (χ, θ, ϕ) и $(\chi + d\chi, \theta + d\theta, \phi + d\phi)$ — координаты двух бесконечно близких точек Вселенной, то в сопутствующей системе координат квадрат пространственного расстояния между ними

$$dl^2 = a^2 \times \\ \times \left(d\chi^2 + \mathrm{sh}^2\chi \left[\sin^2\theta\, (d\phi)^2 + (d\theta)^2 \right] \right). \qquad (18)$$

Интервал между двумя бесконечно близкими событиями в этой системе координат с учётом (13), (18) запишется в виде

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \times \\ \times \left(d\chi^2 + \mathrm{sh}^2\chi \left[\sin^2\theta\, (d\phi)^2 + (d\theta)^2 \right] \right). \qquad (19)$$

3.4. Плоское пространство $(k = 0)$

Предельным является случай, когда радиус кривизны трёхмерного пространства равен бесконечности. В этом случае пространство Вселенной является плоским (евклидовым). Интервал ds^2 для этого случая можно записать в виде

$$ds^2 = c^2 dt^2 - b^2(t) \left(dx^2 + dy^2 + dz^2 \right). \qquad (20)$$

В качестве пространственных координат удобно использовать декартовы координаты x, y, z. Зависящий от времени множитель $b(t)$ в формуле, определяющей квадрат элемента длины

$$dl^2 = b^2(t) \left(dx^2 + dy^2 + dz^2 \right), \qquad (21)$$

в плоской Вселенной не меняет евклидовость пространственной метрики. При любом заданном t множитель $b(t)$ имеет определённое значение, и простым преобразованием масштаба может быть приведён к единице. В процессе эволюции плоской Вселенной «вмороженная» в неё декартова система координат претерпевает однородную деформацию. Формально, плоское пространство можно описывать как псевдосферическое, записывая ds^2 в виде [8; 9]:

$$ds^2 = c^2dt^2 - a^2(t)\times \times \left(d\chi^2 + \chi^2 \left[\sin^2\theta\,(d\phi)^2 + (d\theta)^2\right]\right). \qquad (22)$$

4. КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ А. А. ФРИДМАНА

Метрика однородного, изотропного пространства содержит лишь один скалярный параметр — радиус кривизны a. Он определяет кривизну пространства. Уравнения Эйнштейна для однородной, изотропной Вселенной могут быть преобразованы в космологические уравнения А. А. Фридмана, определяющие взаимосвязь радиуса кривизны a и величин, описывающих термодинамические свойства космической среды.

При получении уравнений А. А. Фридмана используется сопутствующая система координат, относительно которой среда покоится, и поэтому компоненты четырёхмерной скорости $u^i = (1,0,0,0)$. В сопутствующей системе отличными от нуля оказываются лишь следующие компоненты тензора энергии-импульса T_i^k:

$$T_0^0 = \varepsilon,\; T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -P. \qquad (23)$$

Используя выражения для интервала между двумя бесконечно близкими событиями (15), (19), (22), уравнения Эйнштейна (8) можно преобразовать к виду

$$3\left[\left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 + \frac{kc^2}{a^2}\right] = \frac{8\pi G}{c^2}\varepsilon, \qquad (24)$$

$$2\frac{\ddot a}{a} + \left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 + \frac{kc^2}{a^2} = -\frac{8\pi G}{c^2}P. \qquad (25)$$

Здесь и далее точка означает производную по времени t.

Уравнения (24), (25) носят название космологических уравнений А. А. Фридмана. Подробности получения этих уравнений из уравнений Эйнштейна см., например, в [3; 9]. Уравнения (24), (25) могут быть преобразованы к виду

$$\frac{d\varepsilon}{da} + 3\,(\varepsilon + P)\,\frac{1}{a} = 0, \qquad (26)$$

$$\ddot a = -\frac{4}{3}\pi G\frac{a}{c^2}\,(\varepsilon + 3P)\,. \qquad (27)$$

Из формулы (27) видно, что вклад давления (тепловой энергии) в создание гравитационного космологического ускорения может быть существенным, когда давление соизмеримо с плотностью энергии космической среды. В обычной космической среде $P > 0$ и, согласно формуле (27), эффект влияния давления заключается не в ускорении, а в замедлении скорости расширения Вселенной.

Точка зрения, что давление обычной космической среды может только замедлять расширение Вселенной, является общепринятой (см, например, [9, гл. 1.]). Предположение о возможности влияния давления (тепловой энергии) в направлении увеличения скорости разлёта однородной безграничной космической среды воспринимается отрицательно. Все понимают, что в такой среде нет градиентов давления, а следовательно, нет и расталкивающих сил давления. Согласно стандартным уравнениям А. А. Фридмана, тепловая энергия однородной, изотропной среды не только не может изменить знак гравитационного космологического ускорения, но, как видно из (27), она может лишь усилить гравитацию. Этот вывод получен из стандартных уравнений А. А. Фридмана, не учитывающих влияние на однородную космическую среду космологических сил отталкивания.

В настоящей работе покажем, что в однородной изотропной Вселенной существенную роль играют центробежные космологические силы отталкивания. Их существование обусловлено не вращением Вселенной как целого, а связано с изменением тепловой энергии космической среды. При расширении Вселенной среда охлаждается. Уменьшение тепловой энергии космической среды взаимосвязано с увеличением кинетической энергии её разлёта. Наглядный пример такого преобразования приведён во Введении. Природа этих сил чисто геометрическая. Они не зависят от гравитационной постоянной и не описываются в рамках уравнений Эйнштейна. Для описания этих сил необходимо обобщение уравнений Эйнштейна. Используемый нами метод введения центробежных космологических сил отталкивания в уравнения ОТО аналогичен методу введения в эти уравнения Λ-члена [1, гл. 4]. Кратко изложим его суть.

5. УРАВНЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА С Λ-ЧЛЕНОМ

Уравнения Эйнштейна (8) не содержат сил отталкивания. Вариант уравнений ОТО, содержащий силы отталкивания, был предложен Эйнштейном [12]. Он связан с введением в уравнения гравитационного поля источника сил отталкивания определённого вида (Λ-члена). С учётом Λ-члена уравнения Эйнштейна имеют вид

$$R_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k R = \frac{8\pi G}{c^4} T_i^k + \delta_i^k \Lambda, \qquad (28)$$

где Λ — так называемая космологическая постоянная. Эта постоянная является универсальной. Ее значение может быть найдено из сравнения предсказаний теории и наблюдений. Полагают, что $\Lambda \approx 10^{-56}\,\text{см}^{-2}$ [3; 5; 9].

Эйнштейновская модификация уравнений, связанная с введением Λ-члена, не нарушает ковариантности уравнений и не портит законов сохранения $T_{i;k}^k = 0$, содержащихся в (8).

Учёт эйнштейновских сил отталкивания, описываемых Λ-членом в уравнениях Эйнштейна, приводит к появлению в уравнениях А. А. Фридмана (24) и (25) дополнительных слагаемых. Они принимают вид

$$\begin{gathered} 3\left[\left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 + \frac{kc^2}{a^2}\right] = \\ = \frac{8\pi G}{c^2}\varepsilon_{eff} = \frac{8\pi G}{c^2}\varepsilon + c^2\Lambda, \end{gathered} \qquad (29)$$

$$\begin{gathered} 2\frac{\ddot a}{a} + \left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 + \frac{kc^2}{a^2} = \\ = -\frac{8\pi G}{c^2}P_{eff} = -\frac{8\pi G}{c^2}P + c^2\Lambda \end{gathered} \qquad (30)$$

(подробности см., например, в [9, гл. 4.]).

Переход от (8) к (28) часто связывают с заменой:

$$\begin{gathered} T_i^k \Rightarrow T_{i\,eff}^k = \\ = (\varepsilon_{eff} + P_{eff})\, u_i u^k - P_{eff}\delta_i^k, \end{gathered} \qquad (31)$$

$$\varepsilon \Rightarrow \varepsilon_{eff} = \varepsilon + \varepsilon_\Lambda,\ P \Rightarrow P_{eff} = P + P_\Lambda, \qquad (32)$$

где

$$\varepsilon_\Lambda = \frac{c^4\Lambda}{8\pi G},\ P_\Lambda = -\varepsilon_\Lambda. \qquad (33)$$

Величины ε_Λ и P_Λ являются добавками к ε и P. Полагают, что они являются параметрами некоторой гипотетической среды, называемой «тёмной энергией». Считают, что «тёмная энергия» является источником космологических сил отталкивания (см., например, [3; 5]). Эти силы часто называют эйнштейновскими.

Из уравнений (29), (30) получают формулу, определяющую космологическое ускорение, создаваемое эйнштейновскими силами отталкивания. Она имеет вид

$$\ddot a_\Lambda = -\frac{4}{3}\pi G\frac{a}{c^2}(\varepsilon_\Lambda + 3P_\Lambda) = \frac{1}{3}\Lambda c^2 a \qquad (34)$$

(см., [9, гл. 4]).

Для эйнштейновских сил отталкивания, источниками которых являются величины ε_Λ и P_Λ, важно, что $P_\Lambda = -\varepsilon_\Lambda$, вследствие чего и возникают силы отталкивания. На это обычно обращается внимание. В то же время отметим, что поле эйнштейновских сил отталкивания не зависит от гравитационной постоянной, чего не скажешь о величинах ε_Λ и P_Λ. Согласно Эйнштейну, Λ-член связан с неустранимой кривизной пространства-времени.

6. ОБОБЩЁННЫЕ УРАВНЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА

В уравнения ОТО, кроме эйнштейновских сил, описываемых Λ-членом, могут быть введены и другие космологические силы отталкивания [6; 7].

Чтобы ввести эти силы в ОТО, рассматриваем модификацию уравнений Эйнштейна вида

$$R_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k R = \frac{8\pi G}{c^4} T_i^k - \frac{8\pi \mathbb{C}}{c^4} Q_i^k. \qquad (35)$$

Будем называть эти уравнения обобщёнными уравнениями Эйнштейна. В (35) $\mathbb{C}$ — некоторая постоянная.

Тензор энергии-импульса космической среды T_i^k определяется формулой (9) и является источником гравитационного поля. Тензор Q_i^k определяем формулой

$$Q_i^k = (\varepsilon_\Delta + P_\Delta)\, u_i u^k - P_\Delta \delta_i^k. \qquad (36)$$

Считаем, что он является источником космологических сил отталкивания. Полагаем, что величины ε_Δ и P_Δ связаны со свойствами космической среды и таковы, что выполняется тождество

$$Q_{i;k}^k \equiv 0. \qquad (37)$$

Использование тензора Q_i^k, определяемого формулой (36) и удовлетворяющего условию (37), позволяет ввести в уравнения Эйнштейна дополнительные слагаемые, не нарушающие ковариантности этих уравнений, содержащихся в них законов сохранения $T_{i;k}^k = 0$, а также связать силы отталкивания с известными свойствами космической среды.

В случае однородной Вселенной ε_Δ и P_Δ определяем формулами

$$\begin{aligned} \varepsilon_\Delta &= \frac{3c^2}{4\pi\mathbb{C}} \frac{\Delta(a)}{a^2}, \\ P_\Delta &= -\frac{c^2}{4\pi\mathbb{C}} \left(\frac{\Delta(a)}{a^2} + \frac{1}{a}\frac{d\Delta(a)}{da} \right), \end{aligned} \qquad (38)$$

где $\Delta(a)$ — некоторая функция радиуса кривизны Вселенной a. Величины ε_Δ и P_Δ, также как ε и P, являются скалярными функциями. Легко проверить, что с учётом (38) при любом выборе функции $\Delta(a)$ выполняется тождество $Q_{i;k}^k \equiv 0$. Вследствие этого, законы сохранения $T_{i;k}^k = 0$, содержащиеся в стандартных уравнениях Эйнштейна, присутствуют и в уравнениях (35).

Уравнения Эйнштейна с Λ-членом являются частным случаем уравнений (35). В самом деле, если функцию $\Delta(a)$ выбрать в виде

$$\Delta(a) = \Delta_\Lambda(a) = -\frac{1}{6}\Lambda c^2 a^2, \qquad (39)$$

то уравнения (35) оказываются уравнениями Эйнштейна (28) с Λ-членом.

Учитывая (36), (38), уравнения (35) для однородной Вселенной запишем в виде

$$\begin{aligned} R_i^k - \frac{1}{2}R\delta_i^k = \frac{8\pi G}{c^4} T_i^k - \frac{2}{c^2 a^2} \times \\ \times \left[\left(3\Delta - \frac{d}{da}(a\Delta) \right) u_i u^k + \frac{d}{da}(a\Delta)\delta_i^k \right]. \end{aligned} \qquad (40)$$

Из (40) видно, что в обобщённых уравнениях Эйнштейна космологические силы отталкивания определяются видом функции $\Delta(a)$. В следующем пункте работы показано, что величина $\Delta(a)$ является источником этих сил. Обобщённые уравнения Эйнштейна, в которых не предполагается однородность Вселенной, записаны в пункте 10. Будет показано, что в эпохи, когда не существенны процессы рождения частиц/античастиц, тензором Q_i^k является тензор энергии-импульса релятивистской компоненты космической среды. Учитывается, что в эти эпохи в релятивистской компоненте сосредоточена подавляющая часть тепловой энергии космической среды.

7. ОБОБЩЁННЫЕ УРАВНЕНИЯ А. А. ФРИДМАНА

Из обобщённых уравнений Эйнштейна для описания однородной изотропной Вселенной стандартным образом получаем уравнения А. А. Фридмана. Они запишутся в виде

$$3\left[\frac{\dot a^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} \right] = \frac{8\pi G}{c^2}\varepsilon - 6\frac{\Delta(a)}{a^2}, \qquad (41)$$

$$\begin{aligned} 2\frac{\ddot a}{a} + \frac{\dot a^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} = \\ = -\frac{8\pi G}{c^2}P - \frac{2}{a}\frac{d\Delta(a)}{da} - \frac{2\Delta(a)}{a^2}. \end{aligned} \qquad (42)$$

Эти уравнения названы в [6; 7] обобщёнными уравнениями А. А. Фридмана.

Обобщённые уравнения А. А. Фридмана (41), (42) можно преобразовать к виду

$$\frac{d\varepsilon}{da} + 3(\varepsilon + P)\frac{1}{a} = 0, \tag{43}$$

$$\ddot{a} = -\frac{4}{3}\pi G\frac{a}{c^2}(\varepsilon + 3P) - \frac{d\Delta(a)}{da}. \tag{44}$$

Легко проверить, что первое из них является нулевой компонентой закона сохранения $T^k_{i;k} = 0$ для однородной изотропной Вселенной. Уравнение (43) справедливо при любом выборе функции $\Delta(a)$. Оно является первым началом термодинамики, записанным для случая однородной изотропной Вселенной. Считая, что расширение Вселенной является адиабатическим процессом (см., например, [8; 9]), первое начало термодинамики записываем в виде

$$dE = d(\varepsilon V) = -PdV. \tag{45}$$

Учитывая, что в рассматриваемом нами случае $V \sim a^3$, видим, что (43) является следствием (45).

Величина $\Delta(a)$ является некоторой энергией. Далее называем её «Δ-энергией». Из уравнения (44) видно, что эта энергия является источником космологических сил отталкивания, если она уменьшается с ростом масштаба a. В настоящей работе предполагаем, что «Δ-энергией» является тепловая энергия космической среды.

Для замыкания системы уравнений (43), (44) необходимо учесть уравнение, описывающее термодинамические свойства космической среды. Часто в теории рассматривают два следующих предельных случая.

Полагая $P \equiv 0, \varepsilon = \rho c^2$, из (43) находят, что при любых k и Δ справедливо уравнение

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt} + \frac{3}{a}\frac{da}{dt} = 0. \tag{46}$$

Отсюда следует, что плотность космической среды $\rho(t)$ и радиус Вселенной $a(t)$ связаны соотношением

$$\rho a^3 = \mathrm{const}\,. \tag{47}$$

В современной космологии считают, что уравнения (43), (44) с $P = 0$ описывают динамику Вселенной, когда вклад релятивистской компоненты космической среды в полную её массу/энергию пренебрежимо мал (см., например, [3; 9]).

Полагая $P = (1/3)\cdot\rho c^2$, из (43) находят, что при любых k и $\Delta(a)$ справедливо уравнение

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt} + \frac{4}{a}\frac{da}{dt} = 0. \tag{48}$$

Отсюда заключают, что в релятивистской Вселенной плотность, удельная энергия и давление связаны с её радиусом кривизны соотношениями

$$\rho a^4 \sim \varepsilon a^4 \sim P\,a^4 = \mathrm{const}\,. \tag{49}$$

В современной космологии полагают, что уравнения (43), (44) с $P = (1/3)\cdot\rho c^2$ хорошо описывают динамику Вселенной в радиационно доминированную (RD) эпоху, когда вклад релятивистской компоненты в полную массу/энергию Вселенной был определяющим [3; 9].

8. НЕРЕЛЯТИВИСТСКАЯ ВСЕЛЕННАЯ

Рассмотрим следующую идеализированную систему. Однородное и изотропное пространство однородно заполнено гравитирующим нерелятивистским одноатомным идеальным газом. Используя обобщённые космологические уравнения А. А. Фридмана, а также уравнения, описывающие термодинамические свойства идеального газа, изучим динамику этой системы.

На простом примере идеализированной нерелятивистской вселенной покажем, что в однородных изотропных безграничных гравитирующих средах существенную роль, кроме сил гравитации, могут играть объёмные центробежные силы. Эти силы автоматически появляются в уравнениях А. А. Фридмана, если в этих уравнениях симметрично с энергией разлёта космической среды учитывать энергию её теплового движения.

В уравнениях А. А. Фридмана (24), (25) присутствуют слагаемые, описывающие кинетическую энергию регулярного движения космической среды $\sim \dot{a}^2$, но отсутствуют аналогичные по форме слагаемые, описывающие энергию ее теплового движения. Для описания динамики нерелятивистской вселенной используем обобщённые уравнения А. А. Фридмана (41), (42). Предполагаем, что описание энергий регулярного и теплового движения космической среды в этих уравнениях должно быть симметричным. Такое описание может быть достигнуто, если функцию $\Delta(a)$ взять в виде

$$\Delta(a) = \frac{1}{2}v^2(a) - \frac{1}{2}c^2(k + k_0), \tag{50}$$

где $v^2(a)/2$ — энергия теплового движения единицы массы космической среды; k_0 некоторая константа. Учёт в «Δ-энергии» постоянной k_0 позволяет получить решения, описывающие вселенную, имеющую произвольное значение полной энергии.

С учётом (50) обобщённые космологические уравнения А. А. Фридмана запишутся в виде

$$3\left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{k_0\, c^2}{a^2}\right) = \frac{8\pi G}{c^2}\varepsilon - \frac{3\, v^2}{a^2}, \tag{51}$$

$$\begin{gathered} 2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{k_0\, c^2}{a^2}\right) = \\ = -\frac{8\pi G}{c^2}P - \frac{1}{a}\frac{dv^2}{da} - \frac{v^2}{a^2}. \end{gathered} \tag{52}$$

Дифференцируя уравнение (51) по t, находим

$$\ddot{a} = \frac{4\pi G}{3\, c^2}\frac{d}{da}\left(\varepsilon\, a^2\right) - \frac{1}{2}\frac{dv^2}{da}. \tag{53}$$

Видно, что тепловая энергия является не только одним из источников гравитационного поля, что учитывалось ранее, но одновременно и причиной сил отталкивания.

Из уравнения (52) с учётом (51) получаем

$$\ddot{a} = -\frac{4}{3}\frac{\pi G\, a}{c^2}(\varepsilon + 3\, P) - \frac{1}{2}\frac{dv^2}{da}. \tag{54}$$

Приравнивая (53), (54), заключаем, что при любом виде функции $v^2(a)$ и значении параметра k_0 справедливо уравнение, описывающее закон сохранения энергии космической среды в адиабатическом процессе:

$$\frac{d\varepsilon}{da} + 3(\varepsilon + P)\frac{1}{a} = 0. \tag{55}$$

Для нерелятивистского одноатомного газа вид зависимости $v^2(a)$ вполне определённый и является следствием уравнения (55). Для одноатомного идеального нерелятивистского газа справедливы формулы

$$\varepsilon = n\, m_0 c^2 + \frac{1}{2}n\, m_0 v^2 = \varepsilon_0 + \varepsilon_k, \tag{56}$$

$$\begin{gathered} \varepsilon_k = \frac{1}{2}n\, m_0 v^2 = \frac{3}{2}n\, k_B T, \\ P = n\, k_B T = \frac{2}{3}\varepsilon_k, \end{gathered} \tag{57}$$

где n — концентрация частиц, ε_k — тепловая энергия единицы объёма, T — температура, P — давление идеального газа, k_B — постоянная Больцмана.

Легко показать, что уравнение (55) распадается на два:

$$\frac{dn}{da} + 3\, n\frac{1}{a} = 0, \tag{58}$$

$$\frac{d\varepsilon_k}{da} + \frac{5\, \varepsilon_k}{a} = 0. \tag{59}$$

Уравнение (58) описывает закон сохранения числа частиц. Из него следует

$$n\, a^3 = \mathrm{const} = n_0 a_0^3. \tag{60}$$

Уравнение (59) описывает закон сохранения тепловой энергии в адиабатическом процессе. Интегрируя (59), находим

$$\varepsilon_k a^5 = \mathrm{const}\,. \tag{61}$$

Так как $\varepsilon_k \sim n\, v^2$, то с учётом (60), из (61) получаем

$$v^2 a^2 = \mathrm{const} = L_0^2 = v_0^2 a_0^2. \tag{62}$$

С учётом малости параметра v^2/c^2 уравнение (54) упрощается и принимает вид

$$\ddot{a} = -\frac{4}{3}\pi G a \rho - \frac{1}{2}\frac{dv^2}{da}. \tag{63}$$

Используя (60) и (62), запишем (63) в виде

$$\ddot{a} = -\frac{GM_0}{a^2} + \frac{L_0^2}{a^3} = -\frac{dU_{eff}}{da}, \tag{64}$$

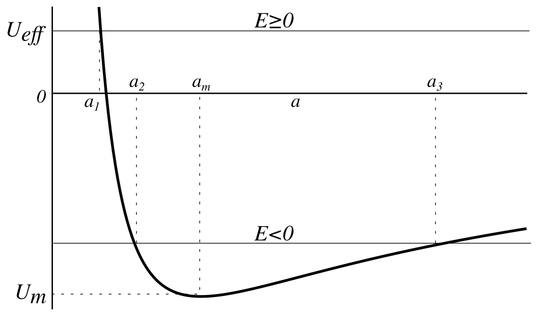


Рис. 1. График функции U_{eff}, определяемой формулой (65)

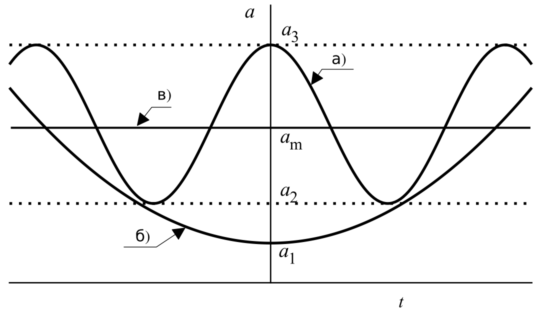


Рис. 2. Возможные типы решений уравнения (64):
а) — осциллирующая вселенная ($E < 0$);
б) — открытая вселенная ($E \geq 0$);
в) — стационарная вселенная ($E = U_m$)

где

$$U_{eff} = -\frac{GM_0}{a} + \frac{L_0^2}{2a^2}, \tag{65}$$

$$M_0 = M(a) = \frac{4}{3}\pi\rho a^3 = \frac{4}{3}\pi\rho_0 a_0^3. \tag{66}$$

График функции $U_{eff}(a)$ изображён на рис. 1. Сохраняющиеся величины M_0 и L_0^2 являются параметрами рассматриваемой идеализированной нерелятивистской вселенной.

Первым интегралом уравнения (64) является энергия:

$$E = \frac{\dot{a}^2}{2} - \frac{GM_0}{a} + \frac{L_0^2}{2a^2}. \tag{67}$$

Энергия E и параметр k_0 связаны соотношением $E = k_0 c^2/2$.

Уравнение (67) является законом сохранения энергии нерелятивистской космической среды. В отличие от соответствующего закона сохранения «стандартных» уравнений А. А. Фридмана, в уравнении (67) учитывается, что изменение кинетической энергии разлёта космической среды происходит не только за счёт изменения потенциальной энергии, но и за счёт изменения энергии теплового движения. Справедливо соотношение

$$v^2/2 = L_0^2/2a^2. \tag{68}$$

Уравнение (64) отличается от «стандартного» уравнения А. А. Фридмана для нерелятивистской среды наличием в правой части уравнения слагаемого L_0^2/a^3, описывающего космологические силы отталкивания. Действие этих сил обусловлено наличием у среды тепловой энергии. Существенно также, что трёхмерное пространство вселенной является искривлённым.

Уравнение (64) аналогично уравнению, описывающему радиальное движение единичной массы, имеющей вращательный момент $L = L_0$, в гравитационном поле точечной массы M_0.

В зависимости от того $E < 0$, $E > 0$ или $E = 0$, принципиально различными являются решения, описывающие динамику идеализированной нерелятивистской вселенной.

При $E < 0$ нерелятивистская идеализированна вселенная является замкнутой и осциллирующей. Она описывается решениями типа а) (см. рис. 2.), имеет конечный объем и массу.

При $E \geq 0$ Вселенная является открытой. Эволюцию такой Вселенной описывают инфинитные решения типа б) (см. рис. 2.)

При выполнении «начального» условия

$$a_0 = a_m = \frac{L_0^2}{GM_0}, \ \dot{a}(0) = 0 \tag{69}$$

реализуется стационарное решение $a = a_m$ (тип в), см. рис. 2.). Вселенная при этом является замкнутой, имеет конечный объём $V = 2\pi^2 a_m^3$. Стационарное состояние нерелятивистской вселенной является гравитационно устойчивым.

В нерелятивистской вселенной с $L_0 \neq 0$ отсутствует сингулярное состояние. В этой вселенной «Большой взрыв» может иметь место лишь при $L_0 = 0$.

Условия $E < 0$ и $E \geq 0$ можно записать в виде, который обычно используется в космологии, а именно: $E < 0 \Rightarrow \rho_0 > \rho_c$, $E \geq 0 \Rightarrow \rho_0 \leq \rho_c$, соответственно. В рассматриваемой здесь модели роль критической плотности играет величина

$$\rho_c = \frac{3}{8\pi G}\left(H_0^2 + \frac{L_0^2}{a_0^4}\right). \tag{70}$$

Из этой формулы видно, что центробежные космологические силы могут существенно влиять на значение критической плотности.

9. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ВСЕЛЕННАЯ

Рассмотрим следующую задачу. Безграничное однородное и изотропное трёхмерное пространство однородно заполнено чернотельным излучением, уравнение состояния которого имеет вид

$$P_{rad} = \frac{1}{3}\varepsilon_{rad} = \frac{1}{3}\rho_{rad}c^2. \tag{71}$$

Изучим динамику этой идеализированной релятивистской вселенной, для того чтобы понять, как в этом случае проявляется действие космологических сил отталкивания. Проведём исследование, используя обобщённые космологические уравнения А. А. Фридмана (41), (42), а также результаты работы [13]. В этой работе показано, что в релятивистской вселенной «Δ-энергия» определяется формулой

$$\Delta(a) = -\frac{1}{2}c^2(k + k_0) + \frac{\psi_{rad}}{2a^2}. \tag{72}$$

Параметр ψ_{rad} является интегралом движения. Он связан с характерным масштабом релятивистской вселенной a_m соотношением

$$\psi_{rad} = c^2 a_m. \tag{73}$$

Подставляя (72) в (41), (42) преобразуем их к виду

$$\ddot{a} = -\frac{8}{3}\pi G a\rho_{rad} + \frac{\psi_{rad}}{a^3}, \tag{74}$$

$$\frac{d}{da}\left(\rho_{rad}a^2\right) + 2\left(\rho_{rad}a^2\right)\frac{1}{a} = 0. \tag{75}$$

Интегрируя уравнение (75), получаем

$$\rho_{rad}a^4 = \text{const} = \rho_{rad0}a_0^4. \tag{76}$$

Учитывая термодинамические свойства чернотельного излучения, заключаем, что с изменением масштаба релятивистской вселенной a частота излучения ω, его температура T и плотность частиц n_{rad} меняются следующим образом:

$$\begin{gathered}\omega a = \omega_0 a_0,\ Ta = T_0 a_0,\\ n_{rad}a^3 = n_{rad0}a_0^3.\end{gathered} \tag{77}$$

Уравнение (74) с учётом (76) запишем в виде

$$\ddot{a} = -(1-\alpha)\tau_{rad}/a^3. \tag{78}$$

Безразмерный параметр

$$\alpha = \psi_{rad}/\tau_{rad} \tag{79}$$

определяет соотношение величин сил отталкивания и притяжения. При $\alpha = 1$ в релятивистской вселенной эти силы точно уравновешивают друг друга.

Параметр τ_{rad} определяется формулой

$$\tau_{rad} = \frac{8}{3}\pi G\rho_{rad}a^4 = \frac{8}{3}\pi G\rho_{rad0}a_0^4. \tag{80}$$

Первым интегралом уравнения (78) является энергия

$$E = \frac{\dot{a}^2}{2} - (1-\alpha)\frac{\tau_{rad}}{2a^2} = \frac{k_0c^2}{2}. \tag{81}$$

Уравнение (78) запишем в виде

$$\ddot{a} = -\frac{dU_{eff}}{da}, \tag{82}$$

где

$$U_{eff} = -(1-\alpha)\frac{\tau_{rad}}{2a^2}. \tag{83}$$

Динамика релятивистской вселенной зависит от величины параметра α. На рис. 3 приведены графики функции U_{eff}, определяемые формулой (83) для $\alpha < 1$ и $\alpha > 1$. Решения, описывающие динамику релятивистской вселенной, схематично изображены на рис. 4.

При $\alpha < 1$ возможны два типа решений. При $E < 0$ вселенная является замкнутой, а при $E \geq 0$ открытой. Решения содержат сингулярность. Вселенная рождается в результате «Большого взрыва» (см. рис. 4).

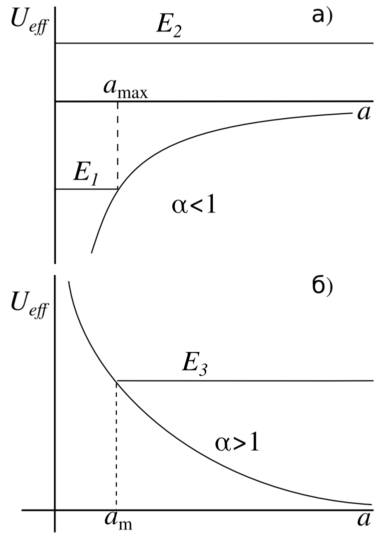


Рис. 3. Графики функции U_{eff}, определяемой формулой (83)

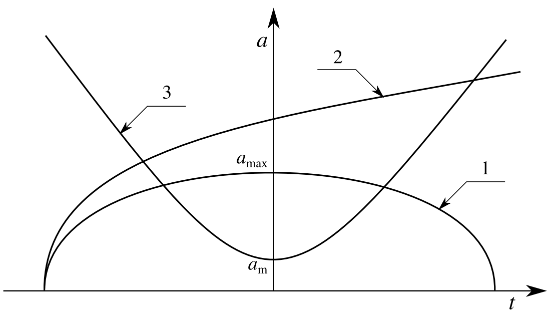


Рис. 4. Схематично изображены графики, качественно описывающие различные типы решений уравнения (82):
1 — $E = E_1 < 0$, $\alpha < 1$; 2 — $E = E_2 > 0$, $\alpha < 1$; 3 — $E = E_3 > 0$, $\alpha > 1$. Уровни энергий E_1, E_2 и E_3 схематично приведены на рис. 3

При $\alpha > 1$ релятивистская вселенная является открытой. Полная энергия вселенной $E > 0$. Описывающие её решения не имеют сингулярности. Родившись в «бесконечности» вселенная сначала сжимается до некоторого минимального масштаба, а затем неограниченно ускоренно расширяется (см. рис. 4).

Скорость изменения масштаба открытой вселенной при $a \to \infty$, определяется значением параметра k_0. При $E > 0$ параметр k_0 (см. (81)) удобно записывать в виде $k_0 = \gamma^2$. С учётом этого обозначения асимптотическое значение скорости разлёта $\dot{a}_\infty = \gamma c$.

При $\alpha = 1$ имеет место равномерное расширение релятивистской вселенной. Она является открытой.

Реальная Вселенная является многокомпонентной. Это существенно влияет на её эволюцию. В следующем пункте описана модель Вселенной, учитывающая её многокомпонентность и тепловую природу космологических сил отталкивания.

10. КОСМОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВСЕЛЕННОЙ

10.1. Состав космической среды

Учтём многокомпонентность обычной космической среды, заполняющей Вселенную. Для её описания используем двухкомпонентное приближение. Полагаем, что среда состоит из двух однородно перемешанных компонент: нерелятивистской и релятивистской.

В нерелятивистскую компоненту включаются все составляющие космической среды как видимые («барионная компонента»), так и невидимые («тёмная материя»). Эта компонента состоит из частиц, масса покоя которых много больше их кинетической энергии. Она является кластеризуемой и в настоящее время основной по массе/энергии во Вселенной. В современной Вселенной влияние давления нерелятивистской компоненты на динамику Вселенной является несущественным.

В релятивистскую компоненту включаем все составляющие космической среды как наблюдаемые (реликтовое излучение), так и ненаблюдаемые, уравнение состояния для которых $P = (1/3)\varepsilon$. Эта компонента состоит из частиц, масса покоя которых равна нулю либо много меньше их полной энергии. Считаем, что релятивистская составляющая является некластеризуемой, однородно распределенной в пространстве. В настоящее время её вклад в полную энергию космической среды и влияние на динамику Вселенной является малым (см., например, [3; 5]). В тоже время влияние релятивистской компоненты космической среды на динамику Вселенной в RD-эпоху было определяющим.

Отношение концентраций частиц нерелятивистской компоненты n_M и релятивистской n_{rad}, за исключением самых ранних стадий эволюции Вселенной, остаётся постоянным. Рассматриваем эпохи, для которых температура космической среды стала достаточно низкой и влияние процессов рождения частиц/античастиц стало несущественным. В эти эпохи, согласно наблюдательным данным, $n_{rad}/n_M \sim 10^9$. Значки M и rad используем, как это принято (см., например, [3]), для обозначения величин, описывающих нерелятивистскую и релятивистскую компоненты, соответственно.

Исходными для описания динамики Вселенной в рамках предлагаемого нами подхода являются обобщённые космологические уравнения А. А. Фридмана (41), (42). Эти уравнения для двухкомпонентной космической среды запишутся в виде

$$3\left(\frac{\dot{a}^2}{a^2}+\frac{kc^2}{a^2}\right)=8\pi G\left(\rho_M+\rho_{rad}\right)-\frac{6\Delta}{a^2}, \quad (84)$$

$$\begin{aligned} &2\frac{\ddot{a}}{a}+\left(\frac{\dot{a}^2}{a^2}+\frac{kc^2}{a^2}\right)= \\ &=-\frac{8}{3}\pi G\rho_{rad}-\frac{2\Delta}{a^2}-\frac{2}{a}\frac{d\Delta}{da}. \end{aligned} \quad (85)$$

При написании уравнений (84), (85) считаем, что полное давление космической среды $P = P_M + P_{rad} \approx P_{rad} = (1/3)\varepsilon_{rad}$. Плотности энергий ε_M и ε_{rad} связаны с плотностями ρ_M и ρ_{rad} уравнениями $\varepsilon_M = \rho_M c^2$, $\varepsilon_{rad} = \rho_{rad}c^2$.

Уравнения (84), (85) легко преобразовать к виду

$$\ddot{a}=-\frac{4}{3}\pi G\,a\left(\rho_M+2\,\rho_{rad}\right)-\frac{d\Delta}{da}, \quad (86)$$

$$\frac{d}{da}\left(\varepsilon_M+\varepsilon_{rad}\right)+\left(3\,\varepsilon_M+4\,\varepsilon_{rad}\right)\frac{1}{a}=0. \quad (87)$$

При $\Delta(a) \neq 0$ уравнение (86) может описывать не только действие сил притяжения, но и сил отталкивания. Уравнение (87) описывает изменение внутренней энергии двухкомпонентной космической среды в процессе эволюции Вселенной. Оно имеет такой вид при любом виде функции $\Delta(a)$ и значении параметра k.

Уравнение (87) распадается на два уравнения:

$$\frac{d\rho_M}{da}+3\,\rho_M\frac{1}{a}=0, \quad (88)$$

$$\frac{d\rho_{rad}}{da}+4\,\rho_{rad}\frac{1}{a}=0. \quad (89)$$

Интегрируя эти уравнения, заключаем, что плотности нерелятивистской ρ_M и релятивистской ρ_{rad} компонент связаны с характерным размером Вселенной a соотношениями

$$\begin{aligned} \rho_M(a)&=\rho_{M\,0}\left(a_0/a\right)^3, \\ \rho_{rad}(a)&=\rho_{rad\,0}\left(a_0/a\right)^4. \end{aligned} \quad (90)$$

Здесь и далее значок ноль используется для обозначения параметров современной Вселенной.

Учитывая (90), уравнения (84), (85) запишем в виде

$$\frac{\dot{a}^2}{2}+\Delta-\frac{\tau_M}{a}-\frac{\tau_{rad}}{2\,a^2}=-\frac{k\,c^2}{2}, \quad (91)$$

$$\ddot{a}=-\frac{d}{da}\left[-\frac{\tau_M}{a}-\frac{\tau_{rad}}{2\,a^2}\right]-\frac{d\Delta}{da}. \quad (92)$$

Постоянные τ_M и τ_{rad} являются интегралами движения и определяются формулами

$$\tau_M=\frac{4}{3}\pi G\rho_{M\,0}a_0^3,\ \tau_{rad}=\frac{8}{3}\pi G\rho_{rad\,0}a_0^4. \quad (93)$$

Уравнение (91) рассматриваем как закон сохранения энергии. Согласно этому уравнению, сумма кинетической энергии разлёта космической среды $\left(\dot{a}^2/2\right)$, энергии $\Delta(a)$, являющейся источником сил отталкивания, и потенциальной энергии $-\left(\tau_M/a+\tau_{rad}/2\,a^2\right)$, являющейся источником сил притяжения, в процессе эволюции Вселенной остаётся постоянной. Функция $\Delta(a)$ может содержать константу. Значение этой константы определяет полную энергию Вселенной.

Уравнение (92) интерпретируем как описывающее радиальное движение космической среды в фиктивном четырёхмерном пространстве. Первое слагаемое правой части (92) описывает действие сил притяжения, второе — сил отталкивания. Необходимым условием присутствия объёмных сил отталкивания в однородной и изотропной Вселенной является убывание «Δ-энергии» с ростом масштаба a.

10.2. C-модель

Учитывая выражения для «Δ-энергий» нерелятивистской и релятивистской вселенных (см. пункты 8 и 9), а также то, что подавляющая часть тепловой энергии космической среды содержится в релятивистской компоненте, функцию $\Delta(a)$ определяем формулой

$$\Delta(a) = \frac{\alpha\tau_{rad}}{2a^2} - \frac{\mathbb{C}^2}{2}(k + k_0), \tag{94}$$

где α и k_0 некоторые константы. Введение константы k_0, как мы полагаем, даёт возможность правильно описывать влияние вакуумной формы материи на динамику Вселенной. Подробности в статье [14]. «Δ-энергия» (94) является источником космологических сил отталкивания. Они возникают в однородной расширяющейся Вселенной за счёт перекачки энергии теплового движения космической среды в энергию её разлёта. Эти силы являются центробежными по своей природе. Космологическую модель, в основе которой лежат обобщённые уравнения А. А. Фридмана (91), (92) с «Δ-энергией», определяемой формулой (94), называем C-моделью.

Подставляя (94) в обобщённые уравнения А. А. Фридмана (91), (92), получаем уравнения описывающие динамику Вселенной в рамках C-модели:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\bar{a}^2}\left(\frac{d\bar{a}}{d\bar{t}}\right)^2 = k_0\,\frac{\Omega_{curv}}{\bar{a}^2} + \\ + \frac{\Omega_M}{\bar{a}^3} + (1-\alpha)\frac{\Omega_{rad}}{\bar{a}^4}, \end{aligned} \tag{95}$$

$$\frac{d^2\bar{a}}{d\bar{t}^2} = -\frac{\Omega_M}{2\bar{a}^2} - (1-\alpha)\frac{\Omega_{rad}}{\bar{a}^3}, \tag{96}$$

где $\bar{a} = a/a_0$, $\bar{t} = t \cdot H_0$, H_0 — постоянная Хаббла. Её часто записывают в виде $H_0 = h \cdot 100\,\text{км/с Мпк}$. Безразмерный параметр α определяет соотношение сил отталкивания и притяжения во Вселенной в RD-эпоху. Используются обозначения

$$\begin{aligned} \Omega_M = \frac{\rho_{M\,0}}{\rho_c}, \Omega_{rad} = \frac{\rho_{rad\,0}}{\rho_c}, \\ \Omega_{curv} = \frac{c^2}{H_0^2 a_0^2}. \end{aligned} \tag{97}$$

Величина критической плотности ρ_c определяется формулой

$$\rho_c = 3\,H_0^2/8\pi G = 1,88 \cdot 10^{-29} h^2\ \text{г/см}^3. \tag{98}$$

Решения уравнений (95), (96) удовлетворяют начальным условиям:

$$\bar{a}(\bar{t}_0) = 1,\ (d\bar{a}/d\bar{t})\,(\bar{t}_0) = 1. \tag{99}$$

Считаем, что современной Вселенной соответствует момент времени $t = t_0$.

Параметрами C-модели являются

$$\Omega_M,\ \Omega_{rad},\ \Omega_{curv},\ \alpha,\ h,\ k_0. \tag{100}$$

Учитывая граничные условия (99), из (95) находим, что параметры (100) связаны соотношением

$$k_0\Omega_{curv} + \Omega_M + (1-\alpha)\Omega_{rad} = 1. \tag{101}$$

В рамках C-модели возможны различные решения, описывающие динамику Вселенной. Для качественного анализа этих решений, уравнение (96) запишем в виде

$$\frac{d^2\bar{a}}{d\bar{t}^2} = -\frac{dU_C(\bar{a})}{d\bar{a}}, \tag{102}$$

где

$$U_C(\bar{a}) = -\frac{1}{2}\frac{\Omega_M}{\bar{a}} - \frac{1}{2}(1-\alpha)\frac{\Omega_{rad}}{\bar{a}^2}. \tag{103}$$

Вид решений $\bar{a}(\bar{t})$ уравнения (102) зависит от вида потенциала $U_C(\bar{a})$, а также от значения энергии

$$E = \frac{1}{2}\left(\frac{d\bar{a}}{d\bar{t}}\right)^2 + U_C(\bar{a}) = \frac{1}{2}k_0\Omega_{curv}, \tag{104}$$

являющейся первым интегралом этого уравнения.

При $\alpha \le 1$ решения, описывающие динамику Вселенной, качественно совпадают с аналогичными для релятивистской вселенной. При $E < 0$ они описывают динамику замкнутой, а при $E \ge 0$ открытой Вселенных. Эти Вселенные рождаются в момент «Большого взрыва». При $\alpha \le 1$ силы отталкивания всегда меньше, чем силы притяжения. Расширение происходит с замедлением (см. рис. 4).

Если значение параметра $\alpha > 1$, то решения, описывающие динамику Вселенной, качественно совпадают с описанными ранее для идеализированной нерелятивистской вселенной. Следует только иметь ввиду, что в реальной Вселенной главным источником космологических сил отталкивания является энергия релятивистской компоненты космической среды. В решениях с $\alpha > 1$ отсутствует сингулярность, но существует состояние, когда Вселенная имеет минимальный размер и максимальную температуру (см. рис. 2). При $\alpha > 1$ и $E < 0$ Вселенная является замкнутой и осциллирующей. Возможно устойчивое стационарное состояние Вселенной. Решения с $\alpha > 1$ и $E \geq 0$ описывают открытую Вселенную. Асимптотическое значение скорости её расширения $\dot{a}_\infty = \sqrt{k_0}\, c = \gamma\, c$.

Интересными с точки зрения приложения C-модели для описания Вселенной, по-видимому, являются решения, для которых параметр α больше единицы, но очень мало от неё отличается. Согласно этим решениям, существовала эпоха, когда Вселенная имела минимальный масштаб и очень высокую температуру. В этом состоянии определяющую роль играли огромные космологические силы отталкивания. Под действием этих сил Вселенная достаточно быстро приобрела скорость расширения близкую к скорости света. При расширении силы отталкивания спадали обратно пропорционально кубу, а притяжения квадрату масштаба Вселенной. Поэтому, вскоре после начала расширения Вселенной, определяющими её динамику стали силы притяжения. Начальная энергия разлёта была столь большой, что спадающие с ростом радиуса кривизны силы притяжения не смогли существенно изменить скорость расширения. Есть основания считать, что подавляющую часть времени Вселенная расширяется почти с постоянной скоростью [6].

При описании динамики Вселенной в сопутствующей системе координат следует иметь в виду следующее. Величина da/dt не имеет смысла физической скорости каких-либо частиц. Нет основания считать, что da/dt не может быть больше, чем скорость света. В то же время скорость расширения $da/d\tau$ Вселенной в четырёхмерном евклидовом пространстве всегда меньше скорости света. Убедимся в этом на примере равномерно расширяющейся Вселенной. Для этого случая, очевидно, справедливы формулы

$$da/dt = \gamma c,\ c^2dt^2 = c^2d\tau^2 - da^2. \qquad (105)$$

Отсюда находим

$$da/d\tau = c\frac{\gamma}{\sqrt{1+\gamma^2}}. \qquad (106)$$

При любом значении параметра γ, $(da/d\tau) < c$. С ростом γ, $da/d\tau$ монотонно растёт. При $\gamma \gg 1$, $da/d\tau \approx c$.

10.3. Уравнения ОТО с учётом центробежных космологических сил отталкивания

Уравнения (95), (96) не содержатся в стандартных уравнениях Эйнштейна (8). В тоже время они в предположении однородности и изотропности Вселенной могут быть получены из уравнений

$$\begin{gathered} R_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k = \\ = \frac{8\pi G}{c^4}(T_{im}^k + T_{i\ rad}^k) - \frac{8\pi\mathbb{C}}{c^4}T_{i\ rad}^k, \end{gathered} \qquad (107)$$

где $\mathbb{C} = \alpha G$ — постоянная центробежных космологических сил отталкивания. Константа $\mathbb{C}$ является столь же универсальной, как и гравитационная постоянная G. Значение $\mathbb{C}$ может быть найдено в процессе практического использования уравнений (107). Отметим, что эти уравнения в случаях, когда существенными становятся процессы рождения и уничтожения частиц и античастиц, должны быть уточнены.

Согласно уравнениям (107), релятивистская компонента космической среды является не только источником гравитационного поля, что учитывается в стандартных уравнениях Эйнштейна, но одновременно и источником космологических сил отталкивания. В следующем пункте покажем, что уравнение (107) с правильно подобранной константой α правильно описывает наблюдения, для которых эффекты космологического расширения являются существенными.

11. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ C-МОДЕЛИ ДЛЯ ОБЪЯСНЕНИЯ НАБЛЮДЕНИЙ

11.1. Интерпретация наблюдаемой зависимости «видимая звёздная величина – красное смещение» для сверхновых типа Ia

11.1.1. Зависимость «видимая звёздная величина – красное смещение»

Одним из эффективных способов проверки правильности космологической модели считается способ, основанный на сравнении теоретически рассчитанной в рамках этой модели и реально наблюдаемой зависимости: «видимая звёздная величина – красное смещение» [1; 2; 9]. В расчётах используется формула, определяющая соотношение между видимой яркостью и красным смещением для источника, чья абсолютная светимость предполагается известной. Приведём краткий вывод этой формулы.

В расширяющейся Вселенной длина волны λ фотона, испущенного в момент времени t, и его длина волны λ_0, регистрируемая наблюдателем в момент времени t_0, связаны соотношением

$$\lambda_0/\lambda = a_0/a. \tag{108}$$

Величины a и a_0 определяют характерный размер Вселенной в момент времени t и t_0, соответственно. Красное смещение наблюдаемого объекта z определяется формулой

$$z = (\lambda_0 - \lambda)/\lambda = (a_0/a) - 1. \tag{109}$$

Чем дальше находился объект, излучивший фотоны, тем дольше эти фотоны летели в расширяющейся Вселенной, тем больше отношение $a_0/a(t)$ и больше его красное смещение z (см., например, [3; 9]).

Красное смещение z объекта — непосредственно измеримая величина. Измерение z сводится к идентификации линии или системы линий излучения (или поглощения) атомов и определению того, насколько они смещены в область длинных волн. Формулы (108) и (109) имеют общий характер и справедливы при любых z.

В современной «стандартной» космологической модели Вселенной, часто обозначаемой как ΛCDM-модель, обычно предполагается, что Вселенная является открытой и используется метрика

$$\begin{gathered} ds^2 = c^2dt - a^2(t)\times \\ \times\left\{(d\chi)^2 + \operatorname{sh}^2\chi\left[(d\theta)^2 + \sin^2\theta\,(d\phi)^2\right]\right\} \end{gathered} \tag{110}$$

(см., например, [3]). Основанием для такого предположения является следующее. В случае отсутствия космологических сил отталкивания, условием реализации замкнутой модели Вселенной является выполнение неравенства $\Omega_M + \Omega_{rad} > 1$. Оно выполняется, если плотность космической среды больше, чем критическая (см., например, [3]). При учёте сил отталкивания, значение $\Omega_M + \Omega_{rad}$, при котором Вселенная может быть замкнутой, должно быть большим, чем в случае их отсутствия, т. е. превосходящим вышеуказанное неравенство.

В параметре Ω_M содержится вклад двух составляющих: «барионной компоненты» и «тёмной материи». Оценка вклада «барионной компоненты» в Ω_M, основанная на наблюдениях, показывает, что он приблизительно равен $0,04 \div 0,05$ (см., например, [3; 5]). С другой стороны, для интерпретации многочисленных наблюдательных данных (см., например, [15–18]) приходится предполагать, что количество «тёмной материи» не менее чем в пять–шесть раз превосходит количество видимой «барионной компоненты». С учётом вклада «тёмной материи» полагают, что значение параметра Ω_M лежит в области $0,25 - 0,30$. В современной космологии считается, что вклад релятивистской компоненты в полную плотность энергии современной Вселенной весьма мал. В тоже время в ранней Вселенной этот вклад был определяющим. Полагают, что значение параметра $\Omega_{rad} \approx \left(4,2/h^2\right)\cdot 10^{-5}$ (см., например, [3, гл. 4]).

Учитывая приведённые выше данные о значениях параметров Ω_M и Ω_{rad}, заключают, что плотность космической среды заметно меньше критической, а поэтому Вселенная является открытой. Это служит основанием для использования метрики (110) при описании геометрии Вселенной в ΛCDM-модели. В предлагаемой нами C-модели также используем метрику (110) и считаем, что Вселенная является открытой. В открытой модели параметр $k_0 = \gamma^2$. Величина γc определяет асимптотическое значение скорости расширения $\dot{a}_\infty$. Как было показано в предыдущем пункте, значение параметра γ может быть и больше единицы.

Площадь поверхности, через которую пролетают фотоны, испущенные источником, имеющим красное смещение z, определяется формулой

$$S(z) = 4\pi r^2(z), \tag{111}$$

где

$$r(z) = a_0 \operatorname{sh}\chi(z). \tag{112}$$

Взяв за единицу измерения длины величину $c H_0^{-1}$, запишем $r(z)$ в безразмерном виде

$$\bar{r}(z) = r(z)/c H_0^{-1}. \tag{113}$$

Плотность потока фотонов, падающих на приёмник, пропорциональна $1/S(z)$. Вследствие красного смещения энергия каждого регистрируемого фотона $\hbar\omega_0$ отличается от энергии испущенного фотона $\hbar\omega$. Эти энергии связаны соотношением

$$\hbar\omega_0/\hbar\omega = (a/a_0) = (1+z)^{-1}. \tag{114}$$

Видно, что энергия каждого принимаемого фотона в $(1+z)$ раз меньше его энергии в момент испускания. Дополнительно видимая яркость объекта, имеющего красное смещение z, ещё уменьшена на фактор $(1+z)$. Это связано с тем, что единице времени приёмника соответствует время $(1+z)^{-1}$ излучателя (см., например, [9, гл.3]).

Учитывая вышесказанное, формулу, определяющую видимую яркость E источника, имеющего абсолютную светимость L и красное смещение z, без учёта поглощения и рассеяния фотонов записываем в виде

$$E = L/\left[(1+z)^2 S(z)\right]. \tag{115}$$

Астрономы используют не величину E, а звёздные величины m. По определению

$$m = -2,5 \lg E + \mathrm{const}. \tag{116}$$

Чтобы в зависимости $m(z)$ выделить влияние факторов, определяющих эволюцию Вселенной, и исключить влияние фактора «абсолютная светимость наблюдаемого объекта», изучают источники, имеющие предсказуемую светимость («стандартные свечи»). Кроме звёздной величины m, для этих объектов используется понятие абсолютной звёздной величины M. Величина M — это есть m при условии, что источник находится на расстоянии 10 пк от наблюдателя. По определению

$$M = -2,5 \lg E_1 + \mathrm{const}, \tag{117}$$

где $E_1 = L/4\pi l_0^2$, $l_0 = 10$ пк.

Учитывая формулы (113), (115)–(117), находим

$$\begin{gathered}(m-M)(z) = \\ = 5\lg\left[(1+z)\bar{r}(z)\right] + 5\lg\left(c H_0^{-1}/l_0\right).\end{gathered} \tag{118}$$

В зависимости $(m-M)(z)$ влияние факторов, определяющих свойства наблюдаемых объектов, исключены (при этом, конечно, используется предположение об одинаковой их абсолютной светимости) и остаётся лишь зависимость от факторов, определяющих эволюцию Вселенной.

Чтобы найти функцию $\bar{r}(z)$, входящую в (118), необходимо вычислить функцию $\chi(z)$ (см. (112), (113)). Функция $\chi(z)$ однозначно связана с функцией $a(t)$, определяющей динамику Вселенной. Для фотона, движущегося к приёмнику, который находится в начале сопутствующей системы координат, справедливо уравнение

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t)\,(d\chi)^2 = 0. \tag{119}$$

Отсюда находим

$$d\chi = -c\,dt/a(t). \tag{120}$$

Знак минус взят потому, что рассматриваются лучи, приходящие к наблюдателю, находящемуся в начале системы координат.

Используя (109), от переменной t переходим к переменной z:

$$dt = a^2 dz/a_0\,(da/dt). \tag{121}$$

Формулу (120) записываем в виде

$$d\chi = c\,dz/a_0\,(\dot{a}/a). \tag{122}$$

Отсюда находим функцию $\chi(z)$:

$$\chi(z) = c\int_0^z \frac{dz'}{a_0\,(\dot{a}/a)_{z'}}. \tag{123}$$

Функцию $(\dot{a}/a)_z$ для C-модели определяем из уравнения (95). Для полноты и возможности сравнения, наряду с результатами, полученными в рамках C-модели, приводим также соответствующие результаты, полученные в рамках ΛCDM-модели.

11.1.2. Зависимость $\bar{r}(z)$ в ΛCDM-модели

Для расчёта зависимости $(m-M)(z)_\Lambda$ предварительно вычисляем функцию $\bar{r}_\Lambda(z)$. Формулу, определяющую расстояние $\bar{r}_\Lambda(z)$ до наблюдаемого объекта, имеющего красное смещение z, запишем в следующем виде (см., например, [3, гл. 4]):

$$\bar{r}_\Lambda(z) = \frac{1}{\sqrt{\Omega_{curv}}}\,\mathrm{sh}\int_0^z \frac{\sqrt{\Omega_{curv}}dz'}{\sqrt{f_\Lambda(z')}}, \tag{124}$$

где

$$\begin{gathered} f_\Lambda(z') = \Omega_{curv}\,(1+z')^2 + \\ +\Omega_M\,(1+z')^3 + \Omega_{rad}\,(1+z')^4 + \Omega_\Lambda. \end{gathered} \tag{125}$$

Параметры ΛCDM-модели Ω_{curv}, Ω_M, Ω_{rad} и Ω_Λ связаны соотношением:

$$\Omega_{curv} + \Omega_M + \Omega_{rad} + \Omega_\Lambda = 1. \tag{126}$$

Здесь и далее величины, рассчитанные в рамках ΛCDM-модели, будем обозначать индексом Λ.

Обычно для интерпретации наблюдений используется «плоская ΛCDM-модель», в которой полагают $\Omega_{curv}=0$. Предсказания ΛCDM-модели с Ω_{curv}, заметно отличающимся от нуля, противоречат наблюдениям (см., например, [3]).

Считая, что $\Omega_{curv}=0$, формулы (124), (126) записываем в виде

$$\begin{gathered} \bar{r}_\Lambda(z) = \\ = \int_0^z \frac{dz'}{\sqrt{\Omega_M(1+z')^3+\Omega_{rad}(1+z')^4+\Omega_\Lambda}}, \end{gathered} \tag{127}$$

$$\Omega_M + \Omega_{rad} + \Omega_\Lambda = 1. \tag{128}$$

Стандартная математическая процедура выбора теоретически рассчитанной зависимости $(m-M)_\Lambda(z)$, наилучшим образом описывающей наблюдательные данные по сверхновым типа Ia, показывает, что это имеет место при $\Omega_M \approx 0,27$, $\Omega_\Lambda \approx 0,73$ (см., например, [15–17]). Учитывая это, при расчётах используем следующие значения параметров ΛCDM-модели:

$$\begin{gathered} \Omega_{curv}=0,\ \Omega_M=0,27, \\ \Omega_{rad} = \left(4,2/h^2\right)\cdot 10^{-5}, \\ \Omega_\Lambda = 1-\Omega_M-\Omega_{rad}. \end{gathered} \tag{129}$$

11.1.3. Зависимость $\bar{r}(z)$ в C-модели

Учитывая (123) и (95), формулу (113), определяющую расстояние $\bar{r}_C(z)$ в C-модели, запишем в виде

$$\bar{r}_C(z) = \frac{1}{\sqrt{\Omega_{curv}}}\,\mathrm{sh}\int_0^z \frac{\sqrt{\Omega_{curv}}dz'}{\sqrt{f_C(z')}}, \tag{130}$$

где

$$\begin{gathered} f_C(z') = \gamma^2\Omega_{curv}\left(1+z'\right)^2 + \\ +\Omega_M\left(1+z'\right)^3 + \Omega_{rad}\,(1-\alpha)\left(1+z'\right)^4. \end{gathered} \tag{131}$$

Параметры C-модели связаны соотношением:

$$\gamma^2\,\Omega_{curv} + \Omega_M + (1-\alpha)\,\Omega_{rad} = 1. \tag{132}$$

Используя (118), (130), получаем формулы для расчёта зависимости $(m-M)_C(z)$.

Используемые значения параметров ΛCDM-модели в значительной степени являются не результатом непосредственных измерений, а следствием подгонки параметров модели для правильного объяснения различных наблюдений. Значения параметров C-модели также выбираем такими, чтобы получить наилучшее объяснение наблюдательных данных. Поскольку ΛCDM- и C-модели принципиально отличаются друг от друга, то нет оснований считать, что значения аналогичных параметров в этих моделях должны совпадать.

В настоящей работе проводится лишь оценка возможности C-модели давать правильное объяснение наблюдательным данным об эволюции Вселенной.

На рис. 5 приведены графики зависимости $(m-M)_C(z)$, рассчитанные по форму-

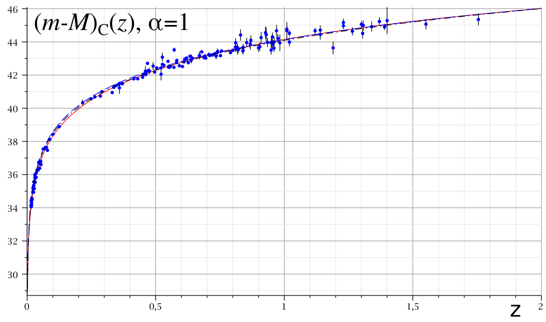


Рис. 5. Зависимость $(m-M)_C(z)$ в C-модели при значении параметра $\alpha = 1$

ле (118) для двух наборов значений параметров C-модели:

$$\begin{gathered}\Omega_M = 0,27,\ h = 0,60,\\ \gamma = 1,38,\ (\text{тире}),\end{gathered} \tag{133}$$

$$\begin{gathered}\Omega_M = 0,15,\ h = 0,63,\\ \gamma = 1,48,\ (\text{точка-тире}).\end{gathered} \tag{134}$$

Для сравнения на рис. 5 приведён график зависимости $(m - M)_\Lambda(z)$ для «стандартных» значений (127). Точками на рисунке приведены наблюдаемые значения $(m - M)(z)$, вертикальными линиями — их ошибки измерения. Наблюдательные данные взяты из [16; 17].

Параметр α полагается равным единице, Ω_{rad}, как и в ΛCDM-модели, полагаем равным $(4,2/h^2)\cdot 10^{-5}$. Приведён также график зависимости $(m-M)_\Lambda(z)$, рассчитанный для параметров (129). Видно, что приведённые графики зависимости $(m - M)_C(z)$ хорошо описывают наблюдаемую зависимость $(m - M)(z)$ для сверхновых типа Ia.

Сравнение приведённых на рис. 5 теоретически рассчитанных зависимостей $(m - M)(z)$ в рамках ΛCDM- и C-моделей показывает, что в области красных смещений $z < 2$ они практически совпадают. Это означает, что C-модель, по крайней мере в области $z < 2$ (к которой и относятся наблюдательные данные по сверхновым типа Ia (см.[16; 17]), не хуже, чем ΛCDM-модель объясняет наблюдаемую зависимость для сверхновых типа Ia.

Моделирование динамики Вселенной в рамках ΛCDM-, C- и S-моделей доступно в режиме online на нашем сайте `www.cosmoway.ru`.

Приведённые выше объяснения наблюдений даны в рамках C-модели. Она основана на понятных и простых физических представлениях. В этой модели использование «тёмной энергии» оказывается лишним. Из C-модели не следует, что пространство является плоским, не следует также, что современная Вселенная расширяется с ускорением.

В C-модели существуют решения не имеющие особенностей. Возможно, что дальнейшие исследования покажут, что одно из них и описывает реальную Вселенную.

В следующем пункте приведены формулы расчёта возраста Вселенной, момента рекомбинации и углового размера наблюдаемых объектов. Они использованы для объяснения в рамках C-модели наблюдений, относящихся к области красных смещений $z \gg 1$.

11.2. Интерпретация анизотропии реликтового излучения

11.2.1. Анизотропия реликтового излучения

В современной космологии считают, что фундаментальным результатом последних лет является установление факта малости пространственной кривизны Вселенной, её «плоскостности» [3; 5]. Полагают, что данные, которые убедительно подтверждают этот факт, связаны с наблюдаемой анизотропией реликтового излучения. Они были получены в результате обширных и систематических наблюдений анизотропии с помощью космических аппаратов (см., например, [15]).

Изучение тонкой структуры этого излучения показывает, что на равномерном реликтовом фоне имеются незначительные отклонения. Наблюдаются слабые вариации температуры реликтового фона на уровне нескольких тысячных долей процента. Они являются свидетельством существования слабых неоднородностей сжатий и разряжений в космической среде в эпоху рекомбинации. Эти неоднородности явились зародышами галактик и их скоплений. В сжатиях температура среды была слегка выше средней. Они видны как яркие (относительно среднего фона) пятна. В областях разряжения плотности температура была слегка ниже, и поэтому они наблюдаются как относительно тёмные пятна. Степень отклонения яркости пятен от средней фоновой различна. Она меняется от пятна к пятну, а также среди ярких и тёмных пятен.

Особенно интересны самые яркие пятна на картине реликтового фона. Считают, что наблюдаемые соседние пятна в эпоху рекомбинации космической среды располагались на вполне определённом расстоянии один от другого. Следуя теории образования структур, основанной на классической работе Е. М. Лифшица (см. [19], а также [20]), считают, что это расстояние задаётся возрастом мира в эпоху рекомбинации. Этот возраст может быть существенно различным в ΛCDM- и в C-моделях. Другая точка зрения на образование структур во Вселенной изложена в [21].

Наблюдения чётко выявляют наличие определённого угла $\Delta\theta$ между направлениями в пространстве на центры двух соседних ярких пятен. Этот угол с точностью один–два процента [15] равен одному градусу. Соотношение между угловым и линейным размером наблюдаемого объекта зависит от вида уравнений, описывающих расширение Вселенной, а также параметров космической среды. Для того чтобы объяснить в ΛCDM-модели наблюдаемый угол $\Delta\theta$, необходимо считать, что пространство, в котором происходит космологическое расширение, является практически плоским и полагать $\Omega_{curv} \approx 0$.

Покажем, что, не используя идею о «плоскостности» пространства, в рамках C-модели можно объяснить наблюдаемое угловое расстояние между центрами двух соседних ярких пятен на равномерном фоне реликтового излучения.

11.2.2. Угловые размеры удалённых объектов

Формула, определяющая угол $\Delta\theta$, под которым виден объект, имеющий размер d и красное смещение z, может быть записана в виде

$$\Delta\theta = d\,(1+z)/r(z) \tag{135}$$

(см. [3]). В этой формуле $r(z)$ — расстояние до наблюдаемого объекта, определяемое формулой (112). Учитывая, что физический размер объекта, испускающего фотоны в момент времени t_i, равен $d = a(t_i)\,\mathrm{sh}\,\chi\cdot\Delta\theta$, отношение $a(t_i)/a_0 = (1+z)^{-1}$, а $r(z) = a_0\,\mathrm{sh}\,\chi$, а также измеряя длины в единицах $c\,H_0^{-1}$, (135) запишем в виде

$$\Delta\theta = \bar{d}\,(1+z)/\bar{r}(z), \tag{136}$$

где $\bar{d} = d/c\,H_0^{-1}$, $\bar{r}(z) = r(z)/c\,H_0^{-1}$. Расстояние $\bar{r}(z)$ вычисляем по формулам (124) и (130) в ΛCDM- и C-моделях, соответственно.

Расстояние между центрами соседних ярких пятен d на равномерном фоне реликтового излучения определяется размером этих пятен в момент рекомбинации t_{rec}. Поясним качественно, чем определяется этот размер. В расширяющейся Вселенной изначально существуют возмущения. Росту этих возмущений при $t < t_{rec}$ мешало расталкивающее влияние давления релятивистской компоненты. После рекомбинации его влияние на динамику нерелятивистской компоненты исчезает. Вследствие этого однородное распределение нерелятивистской компоненты становится неустойчивым.

В момент рекомбинации возмущения плотности имели небольшую амплитуду $\Delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$ (см., например, [3]). Области повышенной плотности являлись источниками локально неуравновешенного гравитационного поля. Стягивание под действием этого поля нерелятивистского вещества, находящегося в причинно связанных областях, имеющих на момент рекомбинации размеры $l_{rec} = c\,t_{rec}$ и меньше, привело к росту $\Delta\rho/\rho$ на этих масштабах. Неоднородности с размерами $l \leq l_{rec}$ могли стать гравитационно-связанными. Учитывая это, считаем, что размер d, определяющий расстояние между центрами соседних пятен на однородном фоне реликтового излучения в момент рекомбинации, следует вычислять по формуле

$$d = 2\,c\,t_{rec}. \tag{137}$$

Учитывая (137), запишем (135) в виде

$$\Delta\theta = \frac{2\,\bar{t}_{rec}\,(1+z_{rec})}{\bar{r}\,(z_{rec})}\cdot\frac{180}{\pi}. \tag{138}$$

В этой формуле значение угла приведено в градусах.

Возраст Вселенной в момент рекомбинации $\bar{t}_{rec}$ находим из условия

$$\bar{a}\left(\bar{t}_{rec}\right) = a\left(\bar{t}_{rec}\right)/a_0 = 1/\left(1 + z_{rec}\right). \quad (139)$$

В расчётах полагаем $z_{rec} = 1000$. Функцию $\bar{a}(\bar{t})$ находим, решая уравнения описывающие динамику Вселенной в рамках ΛCDM- и C-моделей.

В ΛCDM-модели для значений параметров (129) и $z_{rec} = 1000$, $t_{rec} = 4,4 \cdot 10^5$ лет, значение угла $\Delta_\Lambda \theta = 1,09°$. Расчётная величина угла согласуется с наблюдаемой.

Для значений параметров (133), (134) в рамках C-модели получаем

$$\Omega_{curv} \approx 0,38, \ t_{rec} \approx 6,6 \cdot 10^5 \text{ лет}, \quad \Delta_C \theta \approx 1,01°, \quad (140)$$

$$\Omega_{curv} \approx 0,39, \ t_{rec} \approx 8,4 \cdot 10^5 \text{ лет}, \quad \Delta_C \theta \approx 1,00°. \quad (141)$$

Расчётные значения угла $\Delta_C \theta$ согласуется с наблюдаемым. При значениях параметров (133), (134), C-модель позволяет хорошо объяснить также и наблюдаемую зависимость $(m - M)(z)$ для сверхновых типа Ia (см. рис. 5). Хорошее согласие C-модели и наблюдений может быть достигнуто и при других наборах значений параметров. Полагаем, что лишь практика использования C-модели, её теоретическое осмысление, а также улучшение точности наблюдений, позволят сделать правильное заключение о истинных параметрах реальной Вселенной.

11.3. Возраст Вселенной

Для определения возраста Вселенной находили решения уравнений, описывающих динамику Вселенной в рамках ΛCDM- и C-моделей. В расчётах полагали, что современной Вселенной соответствует момент времени $\bar{t} = \bar{t}_0$, а «Большой взрыв» имел место при $\bar{t} = 0$. Величину $\bar{t}_0$ находили из условия $\bar{a}(\bar{t}_0) = 1$. Учитывая, что $t = \bar{t}\, H_0^{-1}$, возраст Вселенной t_0 определяли по формуле

$$t_0 = \bar{t}_0\, H_0^{-1}. \quad (142)$$

Проводя расчёты в рамках ΛCDM-модели, при значениях параметров (129) получили $t_0 = 13,9 \cdot 10^9$ лет. При значениях параметров (133), (134) расчёты в рамках C-модели дали $t_0 = 13,4 \cdot 10^9$ лет. Это находится в соответствии с современными представлениями об этой величине.

12. РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Показано, что в ОТО могут быть введены не только космологические силы отталкивания, описываемые Λ-членом уравнений Эйнштейна, но и другие силы, не зависящие от гравитационной постоянной G. Записаны обобщённые уравнения А. А. Фридмана, учитывающие влияние этих сил.

2. Высказано предположение, что источником космологических сил отталкивания является тепловая энергия космической среды. Это предположение основано на следующей идее. Считается, что Вселенная является трёхмерной однородной материальной гиперповерхностью, погруженной в четырёхмерное пространство. Гипотеза о четвёртом крупномасштабном пространственном измерении имеет важное следствие. В четырёхмерной сферической (псевдосферической) системе координат, вследствие наличия у космической среды тепловой энергии, в радиальном направлении действуют центробежные силы. Они растягивают трёхмерную гиперповерхность и в сопутствующей системе координат проявляются как силы отталкивания. Они являются центробежными по своей природе, хотя и не связаны с вращением Вселенной как целого.

3. На основе обобщённых уравнений А. А. Фридмана, учитывающих центробежные силы, построена космологическая модель идеализированной нерелятивистской вселенной, состоящей из идеального газа. В этой модели космологические силы отталкивания оказываются обратно пропорциональными кубу масштаба вселенной. В решениях, описывающих нерелятивистскую вселенную, сингулярность отсутствует. Возможны два типа решений. Один из них описывает замкнутую и осциллирующую нерелятивистскую вселенную, другой — откры-

тую. Нерелятивистская вселенная может находиться в устойчивом стационарном состоянии (см. рис. 2).

4. Показано, что в идеализированной релятивистской вселенной, заполненной излучением, действуют космологические силы отталкивания. Они, также как в нерелятивистской вселенной, оказываются обратно пропорциональными кубу её масштаба. Возможны три типа решений, описывающих динамику релятивистской Вселенной. Два из них описывают эволюцию, начинающуюся из сингулярного состояния, третий сингулярности не содержит. Устойчивых стационарных состояний релятивистской вселенной не существует (см. рис. 4).

5. Предложена космологическая модель однородной изотропной Вселенной, основанная на предположении о «тепловой природе» космологических сил отталкивания (C-модель). Учитывается, что космическая среда состоит из двух однородно перемешанных компонент: нерелятивистской и релятивистской. Записаны обобщённые уравнения А. А. Фридмана, описывающие динамику Вселенной в рамках этой модели. В этой модели космологические силы отталкивания обратно пропорциональны кубу масштаба Вселенной. Источником этих сил является энергия релятивистской компоненты космической среды. Важную роль в C-модели играет параметр α, определяющий соотношение сил отталкивания и притяжения во Вселенной в RD-эпоху.

6. При $\alpha \leq 1$ силы отталкивания, согласно C-модели, всегда меньше, чем силы притяжения. Вселенная рождается в «Большом взрыве» и далее расширяется с замедлением. В зависимости от значения полной энергии E Вселенная может быть замкнутой ($E < 0$) или открытой ($E \geq 0$). Решения, описывающие C-модель при $\alpha \leq 1$, содержат особенность в поведении характерного масштаба и термодинамических параметров, определяющих свойства космической среды при $a \to 0$.

7. При $\alpha > 1$ расходимости в решениях, описывающих C-модель, отсутствуют. Согласно этим решениям, существовал момент, когда Вселенная имела минимальный масштаб и максимальную температуру. Для объяснения закономерностей первичного нуклеосинтеза необходимо, чтобы максимальная температура была достаточно высокой. В C-модели это имеет место при значении параметра α лишь на малую величину превышающем единицу. Среди решений с таким значением этого параметра, как мы полагаем, и существует то, которое описывает реальную Вселенную.

8. Согласно решениям C-модели с $\alpha = 1 + \psi$, где ψ бесконечно малая величина, существовала эпоха, когда Вселенная имела маленький масштаб и очень высокую температуру. Определяющими были силы отталкивания. В результате действия этих сил Вселенная достаточно быстро приобрела радиальную скорость расширения близкую к скорости света. При расширении силы отталкивания уменьшались обратно пропорционально кубу, а притяжения квадрату масштаба Вселенной. С течением времени определяющими в расширяющейся Вселенной стали силы притяжения. Приобретённая вначале скорость разлёта космической среды была столь большой, что влияние быстро спадающих сил притяжения в дальнейшем не смогло существенно её изменить. Наблюдательные данные о возрасте Вселенной, а также анизотропии реликтового излучения хорошо объясняются решениями C-модели, согласно которым Вселенная, за исключением относительно короткого начального периода, находится в состоянии близком к равномерному расширению.

9. Доказана способность C-модели правильно объяснять важные наблюдения, для которых влияние космологического расширения является существенным:
– дано объяснение возраста Вселенной;
– приведена интерпретация наблюдаемой зависимости «видимая звёздна величина – красное смещение» для сверхновых типа Ia;
– объяснено наблюдаемое угловое расстояние между центрами соседних ярких пятен на равномерном фоне реликтового излучения.

10. Проведённое в настоящей работе исследование убеждает нас в справедливости следующего утверждения. Для того чтобы уравнения ОТО правильно описывали динамику Вселенной в эпохи, когда процессы

рождения и уничтожения частиц не являются существенными, они должны быть записаны в виде

$$R_i^k - \frac{1}{2}R\delta_i^k = \\ = \frac{8\pi G}{c^4}(T_{im}^k + T_{i\,rad}^k) - \frac{8\pi\mathbb{C}}{c^4}T_{i\,rad}^k. \quad (143)$$

Согласно этим уравнениям, релятивистская компонента космической среды является не только источником гравитационного поля, но одновременно и источником космологического поля отталкивания. Постоянная $\mathbb{C} = \alpha\, G$ является константой центробежных космологических сил отталкивания во Вселенной. По-видимому, постоянная $\alpha = 1 + \psi$, $\psi \ll 1$.

Авторы выражают благодарности А. Г. Жилкину, М. Л. Миллеру и И. Г. Шухману за их полезные замечания и помощь.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Perlmutter, S. Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae / S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber et al. // Astroph. J. 1999. Vol. 517, № 2, P. 565–586.
2. Riess, A. G. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant / A. G. Riess, A. V. Filippenko, P. Challis et al. // Astron. J. 1988. Vol. 116, № 3, P. 1009.
3. Горбунов, Д. С. Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего большого взрыва / Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков. М. : ЛКИ, 2008.
4. Черепащук, А. М. Современная космология — наука об эволюции Вселенной / А. М. Черепащук, А. Д. Чернин // Бюллетень РАН «В защиту науки». 2008. № 4.
5. Чернин, А. Д. Тёмная материя и всемирное антитяготение // УФН. 2008. Т. 178, № 3. С. 267–300.
6. Клименко, А. В. О равномерном расширении Вселенной / А. В. Клименко, В. А. Клименко, А. М. Фридман М. // Астрон. журн. 2010. Т. 87, № 10. С. 947–966.
7. Клименко, В. А. О центробежной природе «тёмной энергии» / В. А. Клименко, А. М. Фридман. М. : ИАЭ, 2009. Т. 6597/1.
8. Ландау, Л. Д. Теория Поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М. : Наука, 1988.
9. Зельдович, Я. Б. Строение и эволюция Вселенной / Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. М. : Наука, 1975.
10. Вайнберг, С. Гравитация и космология. М. : Платон, 2000.
11. Мизнер, Ч. Гравитация : в 3 т. / Ч. Мизнер, К. Торн, Д. Уиллер М. : Мир, 1977.
12. Эйнштейн, А. Вопросы космологии и общая теория относительности // Собр. науч. тр.: в 4 т. Т. 1. М. : Наука, 1965.
13. Klimenko, A. V. Centrifugal cosmological repulsive force in a homogeneous universe [Электронный ресурс] / A. V. Klimenko, V. A. Klimenko URL: `http://arxiv.org/abs/1105.0815`
14. Клименко, А. В. Вакуумные формы материи / А. В. Клименко, В. А. Клименко // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 72–77.
15. Hinshaw, G. Three-year wilkinson microwave anisotropy probe (WMAP) observations: implications for cosmology / G. Hinshaw, M. R. Nolta, C. L. Bennet et al. // Astrophys. J. Suppl. 2007. Vol. 170, № 2. P. 377–408.
16. Astier, P. The Supernova Legacy Survey: measurement of Ω_M, Ω_Λ and w from the first year data set / P. Astier, J. Guy, N. Regnault et al. // Astron. and Astrophys. 2006. Vol. 447, № 1. P. 31–48.
17. Riess, A. G. New Hubble Space Telescope Discoveries of Type Ia Supernovae at $z \geq 1$: Narrowing Constraints on the Early Behavior of Dark Energy / A. G. Riess, L.-G. Strolger, S. Casertano et al. // Astrophys. J. 2007. Vol. 659, № 1. P. 98.
18. Лукаш, В. Темная энергия: мифы и реальность / В. Н. Лукаш, В. А. Рубаков // УФН. 2008. Т. 178, № 3. С. 310–308.
19. Лифшиц, Е. М. О гравитационной устойчивости изотропного мира // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 587–602.
20. Лифшиц, Е. М. Проблемы релятивистской космологии / Е. М. Лифшиц, И. М. Халатников // УФН. 1963. Т. 80, № 7. С. 391–438.
21. Клименко, А. В. Миры и Антимиры / А. В. Клименко, В. А. Клименко // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 100–109.

Вестник Челябинского государственного университета. 2013. №19 (310)
Физика. Вып. 17. С. 66–71

ВАКУУМ И ГРАВИТАЦИЯ

А. В. Клименко, В. А. Клименко

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ОДНОРОДНОГО ИЗОТРОПНОГО ВАКУУМА

Показано, что в отсутствие обычных форм материи существует семь типов решений, описывающих в рамках общей теории относительности (ОТО) геометрические свойства однородных изотропных трёхмерных пространств. Решение уравнений ОТО, описывающее динамику однородной изотропной Вселенной, в предельном случае исчезающе малого влияния обычной материи на метрические свойства пространства-времени, должно переходить в одно из них.

Ключевые слова: *космология, общая теория относительности, уравнения Эйнштейна, Λ-член, вакуум.*

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе рассматриваются геометрические свойства Вакуума. Термином «Вакуум» обозначаем идеализированную однородную изотропную Вселенную, в которой отсутствует обычные формы материи: «барионная компонента», состоящая из электронов, протонов и нейтронов; «релятивистская компонента», состоящая из фотонов и нейтрино; а также «тёмная материя», состоящая из частиц, физическая природа которых пока понятна не вполне [1; 2].

Геометрические свойства четырёхмерного пространства-времени описываются метрикой

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu. \tag{1}$$

Метрические коэффициенты $g_{\mu\nu}$ являются функциями пространственно-временных координат $x^\alpha = (x^0, x^1, x^2, x^3)$ (см., например, [3–6]). В основе ОТО лежит гипотеза о взаимосвязи гравитационного поля и метрических свойств пространства-времени. Функции $g_{\mu\nu}$ дают описание этого поля.

В основополагающей работе «Основы общей теории относительности» (1916 г.) [8] Эйнштейн показал, что уравнения, описывающие гравитационное поле в вакууме (областях пространства, свободных от обычных форм материи), могут быть записаны в виде

$$B_{\mu\nu} + \lambda\, g_{\mu\nu} B = 0, \tag{2}$$

где λ — некоторая константа; $g^{\mu\nu} B_{\mu\nu} = B$ — след тензора Эйнштейна $B_{\mu\nu}$; $B_{\mu\nu}$ — симметричный тензор, полученный свёрткой из тензора кривизны Римана $R^\rho_{\mu\sigma\tau}$:

$$B_{\mu\nu} = R^\sigma_{\mu\sigma\nu}. \tag{3}$$

Тензор $B_{\mu\nu}$ может быть записан в виде

$$B_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R\, g_{\mu\nu}, \tag{4}$$

где $R_{\mu\nu}$ — тензор Риччи, а R — его след (см., например, [3–6]). Тензор Риччи имеет вид

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial \Gamma^\alpha_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial \Gamma^\alpha_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \Gamma^\alpha_{\mu\nu}\Gamma^\beta_{\alpha\beta} - \Gamma^\beta_{\mu\alpha}\Gamma^\alpha_{\nu\beta}. \tag{5}$$

Символы Кристофеля $\Gamma^\alpha_{\mu\nu}$ определяются формулой

$$\Gamma^\alpha_{\mu\nu} = g^{\alpha\beta}\Gamma_{\beta,\mu\nu} = \\ = \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \left(\frac{\partial g_{\beta\mu}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\beta\nu}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\beta} \right). \tag{6}$$

Эйнштейн полагал, что с выбором уравнений гравитационного поля в виде (2) связан минимум произвола, поскольку, кроме $B_{\mu\nu}$, нет другого тензора 2-го ранга, который был бы составлен из метрического тензора

$g_{\mu\nu}$ и его производных, не содержал бы производных более высокого порядка, чем второй, и был бы линейным относительно последних.

Эйнштейн считал (см, [8]), что уравнения (2) для гравитационного поля в вакууме сводятся к уравнениям

$$B_{\mu\nu} = 0. \tag{7}$$

В общем случае это не так. При выполнении (7) уравнения (2) выполняются автоматически. В тоже время не все решения уравнений (2) являются решениями (7). В случае однородных изотропных пространств возможны два решения уравнений (7). Первое описывает плоское однородное трёхмерное стационарное пространство, расстояние между любыми точками которого остаётся постоянным. Второе — кривое открытое однородное трёхмерное пространство, радиус кривизны которого увеличивается (уменьшается) со скоростью света. В настоящей работе покажем, что уравнения (2) для Вакуума имеют и другие решения.

Пространства в Вакууме рассматриваем как предельный случай пространств реальной Вселенной, заполненных обычной материей при стремлении её плотности к нулю. В этом случае решения, описывающие однородные изотропные пространства в Вакууме, являются предельными для решений, описывающих динамику однородных изотропных пространств Вселенной. В связи с этим важно знать свойства этих предельных решений.

2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

2.1. Космологические уравнения Фридмана

Используя соотношение (4), находим, что след тензора Эйнштейна $B = -R$, где R — след тензора Риччи. Учитывая это, из уравнений (2) находим

$$R(1 + 4\lambda) = 0. \tag{8}$$

Значение коэффициента перед параметром λ равно четырём и это связано с четырёхмерностью пространства-времени. Из (8) следует, что при всех $\lambda \neq -0,25$, скалярная кривизна четырёхмерного пространства-времени R равна нулю и уравнения (2) приводятся к стандартным уравнениям Эйнштейна для вакуума

$$R_\mu^\nu = 0. \tag{9}$$

В тоже время, как видно из (8), при $\lambda = -0,25$ пространство-время в вакууме может иметь скалярную кривизну R отличную от нуля. Это означает, что при $\lambda = -0,25$ могут существовать решения уравнений (2), не являющиеся решениями уравнений (9).

Покажем, что скалярная кривизна R в вакууме не может быть переменной величиной. Взяв ковариантную производную от левой части уравнения (2) и учитывая, что

$$\nabla_\nu \left(R_\mu^\nu - \frac{1}{2} R\, \delta_\mu^\nu \right) = 0 \tag{10}$$

(см., например, [1; 3]), находим

$$\frac{\partial R}{\partial x^\mu} = 0. \tag{11}$$

Это означает, что при $\lambda = -0,25$ скалярная кривизна четырёхмерного пространства-времени R в вакууме хотя и может быть не равной нулю, но является постоянной величиной. В тоже время отметим, что это вовсе не означает, что кривизна соответствующего трёхмерного пустого пространства остаётся постоянной.

В случае, когда скалярная кривизна R отлична от нуля, используя обозначение

$$\Lambda = -\frac{1}{4}\, R, \tag{12}$$

уравнение (2), учитывая (4), запишем в виде

$$R_\mu^\nu - \frac{1}{2} R\, \delta_\mu^\nu = \Lambda\, \delta_\mu^\nu. \tag{13}$$

Это уравнение является уравнением Эйнштейна с Λ-членом для вакуума. Константа Λ называется космологической постоянной (см., например, [4; 7]). Эйнштейн трактовал Λ-член как описывающий неустранимую кривизну пространства-времени. В настоящей работе мы придерживаемся этой точки зрения.

Найдём решения уравнений (2) для Вакуума. Предполагаем, что в рассматриваемом случае соответствующие трёхмерные пространства являются однородными и изотропными.

Для описания геометрии однородных изотропных нестационарных трёхмерных пространств удобно исходить из геометрической аналогии, рассматривая эти пространства как однородные и изотропные трёхмерные гиперповерхности в четырёхмерном пространстве (см., например, [3]). Геометрия этих трёхмерных однородных изотропных пространств определяется параметром k, а также масштабным фактором a, который часто называют радиусом кривизны.

Параметр k может принимать три значения: $k = -1,\ 0,\ +1$. При $k = +1,\ -1,\ 0$ реализуются случаи трёхмерных пространств положительной, отрицательной и нулевой кривизны, соответственно. В нестационарных пространствах радиусы их кривизны a изменяются во времени. Метрику четырёхмерного пространства-времени, соответствующую рассматриваемым трёхмерным пространствам, можно записать в виде

$$\begin{gathered} ds^2 = c^2 dt^2 - \\ -a^2(t)\left\{d\chi^2 + f(\chi)(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2)\right\}, \end{gathered} \tag{14}$$

где

$$f(\chi) = \begin{cases} \sin^2\chi & \text{при } k = +1, \\ \operatorname{sh}^2\chi & \text{при } k = -1, \\ \chi^2 & \text{при } k = 0 \end{cases} \tag{15}$$

(подробности см., например, в [3; 4]).

Используя метрику (14), уравнения (2) стандартным образом преобразуем в космологические уравнения Фридмана:

$$3\left(\frac{\dot a^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2}\right) + 6\lambda\left(\frac{\dot a^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\ddot a}{a}\right) = 0, \tag{16}$$

$$2\frac{\ddot a}{a} + \frac{\dot a^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} + 6\lambda\left(\frac{\dot a^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\ddot a}{a}\right) = 0. \tag{17}$$

Уравнения (16), (17) совместны при выполнении условия

$$\ddot a a - \dot a^2 - kc^2 = 0. \tag{18}$$

Формула, определяющая скалярную кривизну R четырёхмерного пространства-времени через масштабный фактор $a(t)$, имеет вид

$$R = -\frac{6}{c^2 a^2}(kc^2 + a\ddot a + \dot a^2). \tag{19}$$

2.2. Трансформационные свойства уравнений Фридмана

Отметим, что уравнения Фридмана (16), (17) не меняются при преобразованиях вида: $a \to -a$; $t \to -t$; $t \to t + \Delta t$, где Δt — константа. Этот результат является ожидаемым, поскольку в уравнение (14), которое определяет метрику пространства, масштабный фактор $a(t)$ входит в квадрате, а время t не входит явно.

3. ПЛОСКИЕ ОДНОРОДНЫЕ ТРЁХМЕРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА ВАКУУМА

3.1. Плоское трёхмерное стационарное пространство

При $k = 0$ и значении параметра $\lambda = 0$, решением уравнений (16), (17), удовлетворяющим условию (18), является функция

$$a = a_0 = \text{const}. \tag{20}$$

Это решение описывает стационарное плоское трёхмерное пространство, расстояние между любыми точками которого остаётся постоянным. Скалярная кривизна R четырёхмерного пространства-времени в этом случае равна нулю.

3.2. Плоские трёхмерные инфляционные пространства

Кроме стационарного решения (20), при значении параметра $\lambda = -0,25$ уравнения (16), (17) для плоского трёхмерного пространства имеют нестационарные решения

$$a(t) = a_0 \exp\left(\pm\frac{t}{t_0}\right), \tag{21}$$

где $a_0 = ct_0$, t_0 — свободный параметр.

Решения со знаком плюс описывают экспоненциально расширяющиеся, а со знаком минус сжимающиеся плоские пространства. Функции (21) не являются решениями стандартных уравнений Эйнштейна (9). Они являются решениями уравнений Эйнштейна с Λ-членом (13). Взаимосвязь между характерным временем t_0 и космологической постоянной Λ определяется формулой

$$\Lambda = \frac{3}{c^2\, t_0^2}. \tag{22}$$

Согласно решениям (21), относительные скорости сближения (разлёта) точек этих трёхмерных пространств могут быть сверхсветовыми.

Замечание. В настоящей работе факт экспоненциальной расходимости масштабного фактора $a(t)$ определяем словом инфляция.

4. ОДНОРОДНЫЕ КРИВЫЕ ТРЁХМЕРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА ВАКУУМА

При значении параметра $\lambda = -0,25$ трёхмерные однородные пространства могут быть не только плоскими, но и кривыми. Параметр k, определяющий тип геометрии этих пространств, может принимать значения $+1$ и -1.

При $k = +1$ кривое трёхмерное однородное изотропное пространство имеет конечный объем и является замкнутым. Кривые однородные трёхмерные пространства бесконечного объёма являются открытыми и описываются метрикой (14), в которой параметр $k = -1$. Найдем решения уравнений (16), (17), соответствующие случаям $k = -1$, $\lambda = -0,25$ и $k = +1$, $\lambda = -0,25$.

4.1. Открытые однородные трёхмерные кривые пространства

4.1.1. Равномерно расширяющееся (сжимающееся) открытое пространство

При $k = -1$ условие (18) выполняется, если радиус кривизны

$$a(t) = |c\,t|\,. \tag{23}$$

Функция (23) описывает равномерное расширение (сжатие) однородного трёхмерного открытого кривого пространства со скоростью света. Она удовлетворяет уравнениям (16), (17) в случае, когда скалярная кривизна $R = 0$, а, следовательно, значение космологической постоянной $\Lambda = 0$.

4.1.2. Осциллирующие трёхмерные пространства

Кроме решений (23), при $k = -1$ имеются и другие решения уравнений (16), (17), удовлетворяющие условию (18). Они описывают осциллирующие однородные трёхмерные открытые кривые пространства. Эти решения имеют вид

$$a(t) = a_{\max} \left| \sin \frac{t}{t_1} \right|, \tag{24}$$

где $a_{\max} = c\,t_1$, t_1 — свободный параметр. Имеется бесконечное множество таких решений. Они отличаются амплитудами $a_{\max}$ и периодами колебаний $T = \pi\, t_1$.

В случае, когда радиус кривизны a определяется формулой (24), скалярная кривизна

$$R = \frac{12}{a_{\max}^2} > 0, \tag{25}$$

а космологическая постоянная $\Lambda = -3/a_{\max}^2 < 0$. Решения (24) являются вполне физичными. Остаётся лишь понять физический смысл Λ-члена.

4.1.3. Открытые инфляционные пространства

При $k = -1$ и $\Lambda > 0$ решения, описывающие открытые однородные пространства, имеют вид

$$a = a_2 \left| \operatorname{sh} \frac{t}{t_2} \right|, \tag{26}$$

где $a_2 = c\,t_2$, t_2 — свободный параметр. Космологическая постоянная Λ и характерное время t_2 связаны соотношением

$$\Lambda = \frac{3}{c^2\, t_2^2}. \tag{27}$$

4.1.4. Особая точка решений

Все три типа решений, описывающие открытые однородные трёхмерные пространства, содержат точку $a = 0$. Значение $a = 0$ является допустимым в решениях уравнений Фридмана (16), (17). В тоже время не совсем ясно, что происходит с пространством при a, обращающемся в ноль. Возможно, что в этот момент происходит уничтожение пространства и рождение нового. Полагаем, что в этом случае естественно продолжать решение далее, предполагая, что «новое» пространство продолжает эволюцию «старого».

4.2. Замкнутые инфляционные трёхмерные однородные пустые пространства

При $k = +1$ уравнения (16), (17) имеет решения

$$a = a_{\min}\,\mathrm{ch}\,\frac{t}{t_3}, \tag{28}$$

где $a_{\min} = t_3 c$, t_3 — свободный параметр. Область существования решений: $-\infty < t < +\infty$. Они удовлетворяют начальным условиям

$$a(0) = a_{\min},\ \dot{a}(0) = 0. \tag{29}$$

Согласно (28), замкнутые однородные трёхмерные пространства, рождаясь в бесконечности, сжимаются до некоторого минимального объёма, а затем, обратимым образом расширяясь, снова уходят на бесконечность. В любой момент времени t объём трёхмерного пространства конечен и определяется формулой:

$$V = 2\,\pi^2 a^3(t) \tag{30}$$

(см., например, [3]). Функция (28) является решением уравнений (16), (17) лишь при значении параметра $\lambda = -0,25$. Недостаток решений (28) заключается, как и в случаях (21) и (26), в их экспоненциальной расходимости, а вследствие этого, сложности физической интерпретации этих решений. Скалярная кривизна пространств, описываемых решениями (28):

$$R = -\frac{12}{a_{\min}^2} < 0. \tag{31}$$

Соответствующее значение космологической постоянной $\Lambda = 3/a_{\min}^2 > 0$.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ

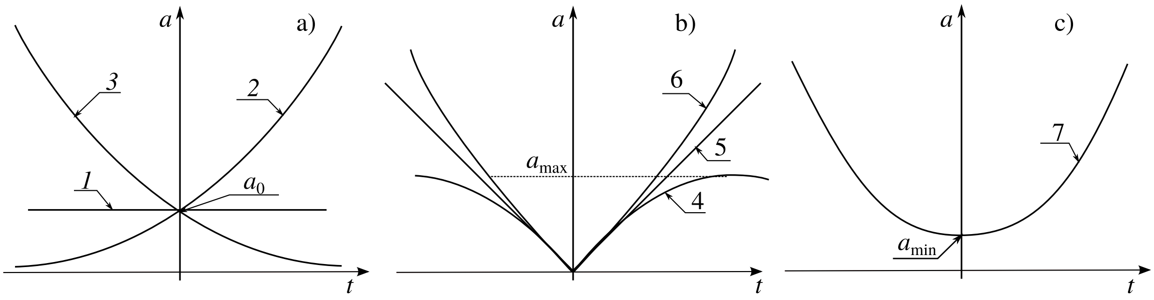
Показано, что ОТО допускает возможность существования семи типов решений, описывающих геометрические свойства однородных изотропных трёхмерных пространств Вакуума. Они могут быть не только плоскими, но также кривыми, открытыми и замкнутыми. Характер эволюции этих пространств схематично изображён на рисунке.

Динамика этих пространств описывается функциями:

$$\begin{aligned}
&1)\ a(t) = a_0 = \mathrm{const};\\
&2)\ a(t) = a_0\,\exp(t/t_0),\ t_0 = a_0/c;\\
&3)\ a(t) = a_0\,\exp(-t/t_0);\\
&4)\ a(t) = a_{\max}\,|\sin(t/t_1)|\,,\ t_1 = a_{\max}/c;\\
&5)\ a(t) = |c\,t|\,;\\
&6)\ a(t) = a_2\,|\mathrm{sh}(t/t_2)|\,,\ t_2 = a_2/c;\\
&7)\ a(t) = a_{\min}\,\mathrm{ch}(t/t_3),\ t_3 = a_{\min}/c.
\end{aligned} \tag{32}$$

Решения уравнений ОТО, описывающие динамику однородной изотропной Вселенной, в предельном случае исчезающе малого влияния обычных форм материи материи на метрические свойства пространства, должны переходить в одно из перечисленных выше решений, описывающих динамику однородных трёхмерных пространств Вакуума.

Считаем, что физически интересными среди них являются решения 1, 4 и 5, не являющиеся инфляционными (см. рисунок). Полагаем, что правильный учёт влияния материи на свойства пространства-времени может устранить особенность в точке $a = 0$, присущую решениям 4 и 5.



Плоские (a), кривые открытые (b), и кривые замкнутые (c) пространства.

ЗАМЕЧАНИЯ

1. Термин «вакуум» широко используется в научно-технической литературе и имеет много различных смыслов. Приведём некоторые из них. *Технический вакуум* — разреженный газ. *Физический вакуум* — состояние квантового поля, соответствующее минимуму его энергии. *Эйнштейновские вакуумы* — решения уравнений ОТО для пустого, без обычной материи пространства. Введённый в работе термин «Вакуум» — это краткое обозначение однородных изотропных эйнштеновских вакуумов.

2. Решения, записанные в настоящей работе, описывают геометрические свойства однородного изотропного Вакуума. Эти же решения могут быть интерпретированы и как описывающие свойства Вакуума, заполненного двумя видами вакуумных форм материи: тёмной энергии и гравитационно-нейтральной материи (см. [9]). Согласно последней интерпретации, Вакуум не бывает пустым.

В ОТО физика и геометрия тесно взаимосвязаны. Обе интерпретации дополняют друг друга.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горбунов, Д. С. Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего большого взрыва / Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков. М. : ЛКИ, 2008.
2. Чернин, А. Д. Тёмная материя и всемирное антитяготение // УФН. 2008. Т. 178, № 3. С. 267–300.
3. Ландау, Л. Д. Теория Поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц М. : Наука, 1988.
4. Зельдович, Я. Б. Строение и эволюция Вселенной / Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. М. : Наука, 1975.
5. Вайнберг, С. Гравитация и космология. М. : Платон, 2000.
6. Мизнер, Ч. Гравитация : в 3 т. / Ч. Мизнер, К. Торн, Д. Уиллер. М. : Мир, 1977.
7. Эйнштейн, А. Вопросы космологии и общая теория относительности // Собр. науч. тр.: в 4 т. Т. 1. М. : Наука, 1965.
8. Эйнштейн, А. Основы общей теории относительности // Собр. науч. тр.: в 4 т. Т. 1. М. : Наука, 1965.
9. Клименко, А. В. Вакуумные формы материи / А. В. Клименко, В. А. Клименко // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 72–77.

Вестник Челябинского государственного университета. 2013. №19 (310)
Физика. Вып. 17. С. 72–77

А. В. Клименко, В. А. Клименко

ВАКУУМНЫЕ ФОРМЫ МАТЕРИИ

Показано, что из уравнений общей теории относительности (ОТО) следует, что вакуум не бывает пустым. Он заполнен двумя видами материи. В случае плоского пространства-времени, вакуум заполнен идеальной гравитационно-нейтральной материей. Если четырёхмерное пространство-время кривое, то, кроме гравитационно-нейтральной материи, вакуум содержит тёмную энергию. Она описывается Λ-членом уравнений Эйнштейна. Показано, что нет необходимости вводить Λ-член в уравнения Эйнштейна для вакуума как некоторое дополнительное слагаемое, поскольку он в этих уравнениях при правильной их записи уже содержится. Высказана гипотеза о том, что гравитационно-нейтральной материи во Вселенной может быть больше, чем это принято считать.

Ключевые слова: *общая теория относительности, уравнения Эйнштейна, Λ-член, уравнения Фридмана, вакуум.*

1. ВВЕДЕНИЕ

Согласно общей теории относительности (ОТО), геометрические свойства четырёхмерного пространства-времени описываются метрикой

$$ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx^\mu dx^\nu. \tag{1}$$

Метрические коэффициенты $g_{\mu\nu}$ являются функциями пространственно-временных координат $x^\alpha = (x^0, x^1, x^2, x^3)$ (см., например, [1–6]). В основе ОТО лежит гипотеза о взаимосвязи гравитационного поля с геометрическими свойствми пространства-времени. Функции $g_{\mu\nu}$ дают описание этого поля.

В основополагающей работе «Основы общей теории относительности» (1916 г.) [5] Эйнштейн показал, что уравнения, описывающие гравитационное поле в вакууме (областях пространства, свободных от обычных форм материи), могут быть записаны в виде

$$B_{\mu\nu} + \lambda g_{\mu\nu} B = 0, \tag{2}$$

где λ — некоторая константа; $g^{\mu\nu} B_{\mu\nu} = B$ — след тензора Эйнштейна $B_{\mu\nu}$; $B_{\mu\nu}$ — симметричный тензор, полученный свёрткой из тензора кривизны Римана $R^{\rho}_{\mu\sigma\tau}$:

$$B_{\mu\nu} = R^{\sigma}_{\mu\sigma\nu}. \tag{3}$$

Тензор $B_{\mu\nu}$ может быть записан в виде

$$B_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu}, \tag{4}$$

где $R_{\mu\nu}$ — тензор Риччи, а R — его след (см., например, [1–6]). Тензор Риччи имеет вид

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\mu\alpha}}{\partial x^\nu} + \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}\Gamma^{\beta}_{\alpha\beta} - \Gamma^{\beta}_{\mu\alpha}\Gamma^{\alpha}_{\nu\beta}. \tag{5}$$

Символы Кристофеля $\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}$ определяются формулой

$$\begin{aligned}\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu} &= g^{\alpha\beta}\Gamma_{\beta,\mu\nu} = \\ &= \frac{1}{2} g^{\alpha\beta}\left(\frac{\partial g_{\beta\mu}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\beta\nu}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\beta}\right).\end{aligned} \tag{6}$$

Эйнштейн полагал, что с выбором уравнений гравитационного поля в виде (2) связан минимум произвола, поскольку, кроме $B_{\mu\nu}$, нет другого тензора 2-го ранга, который был бы составлен из метрического тензора $g_{\mu\nu}$ и его производных, не содержал бы производных более высокого порядка, чем второй, и был бы линейным относительно последних.

Обычно считают (см, например, [1; 5]), что уравнения (2) для гравитационного поля в вакууме сводятся к уравнениям

$$B_{\mu\nu} = 0. \tag{7}$$

В общем случае это не так. При выполнении (7) уравнения (2) выполняются автоматически. В тоже время не все решения уравнений (2) являются решениями (7). Полный набор решений уравнений (2) для вакуума приведён в [7].

Эйнштейн считал, что уравнения (2) описывают гравитационное поле в пустых пространствах. В настоящее время считают, что вакуум не является пустым, он заполнен вакуумными формами материи (см., например, [6; 8]). В настоящей работе придерживаемся этой точки зрения.

Одним из видов вакуумных форм материи является тёмная энергия [9]. Предположение о её существовании является, по-видимому, самой нетривиальной гипотезой современной физики. Из интерпретации наблюдений в рамках стандартной ОТО, учитывающей эту гипотезу, следует, что в настоящее время Вселенная более чем на семьдесят три процента состоит из тёмной энергии [6; 8].

В настоящей работе показано, что описание тёмной энергии содержится в уравнениях (2) для гравитационного поля в вакууме. Это имеет место, когда четырёхмерное пространство-время является кривым. Возможность такого описания тёмной энергии исчезает, если считать, что уравнения (2) сводятся к уравнениям (7). Через год после написания работы [5] Эйнштейн дал описание тёмной энергии, введя в (7) так называемый Λ-член [9]. При этом он исходил из физических соображений, но вовсе не из уравнений (2). Отметим также, что влияние Λ-члена на динамику Вселенной он не связывал с существованием какой-то материи. Он трактовал его как описывающий влияние неустранимой кривизны пространства-времени. Идея истолкования Λ-члена как описывающего некоторую необычную материю возникла значительно позже [10].

В настоящей работе показано, что уравнения для гравитационного поля в вакууме (2) содержат описание не только тёмной энергии, у которой уравнение состояния $P = -\varepsilon$, но и гравитационно-нейтральной материи, уравнение состояния которой

$$P = -\frac{1}{3}\rho c^2 = -\frac{1}{3}\varepsilon. \tag{8}$$

Источником гравитационного поля в стандартной ОТО являются компоненты тензора энергии-импульса космической среды. Согласно стандартной ОТО (см., например, [2; 6]), космологическое ускорение $\ddot{a}$, с которым происходит расширение однородной изотропной Вселенной, заполненной идеальной космической средой, плотность энергии которой ε, а давление P, определяется формулой

$$\ddot{a} = -\frac{4}{3}\pi G\frac{a}{c^2}\left(\varepsilon + 3P\right), \tag{9}$$

где a — масштабный фактор Вселенной. Из (9) видно, что среда, для которой уравнение состояния $P = -\frac{1}{3}\varepsilon$, является уникальной. В отличие от любых других сред она не меняет скорости расширения Вселенной, а, следовательно, как мы полагаем, является гравитационно-нейтральной. В стандартной ОТО, по-видимому, других примеров гравитационно-нейтральных сред нет.

Гравитационно-нейтральная материя не искривляет четырёхмерного пространства-времени, но влияет на скорость его расширения (сжатия).

Учитывая идеальность гравитационно-нейтральной материи, а также уравнение её состояния (8), из первого начала термодинамики

$$d\left(\varepsilon V\right) = -P\,dV, \tag{10}$$

находим

$$\varepsilon\, V^{\frac{2}{3}} = \mathrm{const}\,. \tag{11}$$

Согласно стандартной ОТО, const в (11) принимает вполне определённое значение. В настоящей работе высказана гипотеза о том, что реальное количество гравитационно-нейтральной материи в природе может отличаться от предсказываемого стандартной ОТО. Оно определяется величиной универсальной постоянной, значение которой может быть установлено в астрономических наблюдениях.

2. ТЁМНАЯ ЭНЕРГИЯ

Покажем, что уравнения Эйнштейна для гравитационного поля в вакууме (2) содержат Λ-член и нет необходимости вводить его дополнительно.

Используя соотношение (4), находим, что след тензора Эйнштейна $B = -R$, где R —

след тензора Риччи. Учитывая это, из уравнений (2) находим

$$R\,(1+4\lambda)=0. \tag{12}$$

Отсюда следует, что при всех $\lambda \neq -0,25$, скалярная кривизна четырёхмерного пространства-времени R равна нулю и уравнения (2) приводятся к виду

$$R_{\mu}^{\nu}=0. \tag{13}$$

В тоже время, как видно из (12), при $\lambda=-0,25$ пространство в вакууме, может иметь скалярную кривизну R отличную от нуля. Это означает, что при $\lambda=-0,25$ могут существовать решения уравнений (2), не являющиеся решениями уравнений (13). Значение константы λ связано с размерностью пространства-времени n ($\lambda=-1/n$).

Покажем, что в вакууме скалярная кривизна R не может быть переменной величиной. Взяв ковариантную производную от левой части уравнения (2) и учитывая тождество Бьянки

$$\nabla_{\nu}\left(R_{\mu}^{\nu}-\frac{1}{2}R\delta_{\mu}^{\nu}\right)=0 \tag{14}$$

(см., например, [1; 6]), находим

$$\frac{\partial R}{\partial x^{\mu}}=0. \tag{15}$$

Это означает, что при $\lambda=-0,25$ скалярная кривизна четырёхмерного пространства-времени в вакууме может быть не равной нулю, но является постоянной величиной. В тоже время отметим, что это вовсе не означает, что кривизна соответствующего трёхмерного пространства остаётся постоянной (см., например, [7]).

В случае, когда скалярная кривизна R отлична от нуля, используя обозначение

$$\Lambda=-\frac{1}{4}R, \tag{16}$$

уравнение (2) запишем в виде

$$R_{\mu}^{\nu}-\frac{1}{2}R\delta_{\mu}^{\nu}=\Lambda\delta_{\mu}^{\nu}. \tag{17}$$

Обычно это уравнение называют уравнением Эйнштейна с Λ-членом для гравитационного поля в вакууме. Константа Λ называется космологической постоянной (см., [6; 8]). Не было никакой необходимости вводить Λ-член в уравнения Эйнштейна как дополнительное слагаемое. Он уже содержался в работе [5]. Как видно из (16), в вакууме эта постоянная определяется скалярной кривизной четырёхмерного пространства-времени. Эйнштейн трактовал Λ-член как описывающий неустранимую кривизну пространства-времени.

При наличии материи, уравнения Эйнштейна записывают в виде [1–6]

$$R_{\mu}^{\nu}-\frac{1}{2}R\delta_{\mu}^{\nu}=\frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu}^{\nu}, \tag{18}$$

где T_{μ}^{ν} — тензор энергии-импульса материи. В ОТО материю описывают в рамках механики сплошных сред. Если среда является идеальной, то

$$T_{\mu}^{\nu}=(\varepsilon+P)\,u_{\mu}u^{\nu}-P\delta_{\mu}^{\nu}, \tag{19}$$

где ε и P — скаляры, плотность энергии и давление среды, соответственно; u^{μ} — её 4-ре скорость (см. [1; 2]).

Учитывая (17), (18) и (19), часто (см. [6; 8]) Λ-член в уравнениях Эйнштейна рассматривают как описывающий вакуумную форму материи, называемую тёмной энергией. Считают, что эта материя является идеальной, а её термодинамические свойства определяются формулами

$$\rho_{\Lambda}=\frac{\Lambda\,c^2}{8\pi\,G},\quad P_{\Lambda}=-\varepsilon_{\Lambda}=-\rho_{\Lambda}\,c^2, \tag{20}$$

где ρ_{Λ} и P_{Λ} — плотность и давление тёмной энергии. В такой интерпретации Λ-члена кривое четырёхмерное пространство-время никогда не бывает пустым. Оно, по крайней мере, заполнено тёмной энергией.

Часто гипотетически и в присутствии других видов материи считают, что $\Lambda=\mathrm{const}$ и тёмную энергию рассматривают как термодинамически независимую компоненту космической среды. При этом уравнения Эйнштейна (2) записывают в виде

$$R_{\mu}^{\nu}-\frac{1}{2}R\delta_{\mu}^{\nu}=\frac{8\pi\,G}{c^4}T_{\mu}^{\nu}+\Lambda\delta_{\mu}^{\nu}, \tag{21}$$

где T_{μ}^{ν} — тензор энергии-импульса части материи, не включающий тёмную энергию [2; 6].

В современной физике полагают, что значение космологической постоянной $\Lambda \approx 10^{-56}\,\text{см}^{-2}$ [2; 6; 8]. В силу малости Λ, влияние тёмной энергии проявляется на больших масштабах. В современной космологии считают, что без тёмной энергии невозможно объяснить астрономические наблюдения, для которых важны космологические эффекты [6; 8].

Замечание. Из (21) следует, что

$$\Lambda = -\frac{1}{4}R - \frac{2\pi G}{c^4}T, \tag{22}$$

где T — след тензора энергии-импульса обычной материи. Утверждение, что $\Lambda = \text{const}$ в вакууме, было доказано в начале этого пункта. В случае присутствия электромагнитного поля, для которого $T = 0$ (см., например, [1]), утверждение, что $\Lambda = \text{const}$, также кажется правильным. В тоже время в случае присутствия материи, состоящей из частиц, масса которых не равна нулю, $T \neq \text{const}$ и параметры могут меняться в пространстве и времени (см. [1; 2]), считать, что $\Lambda = \text{const}$, по-видимому, не правильно. Косвенно на «несовершенство» варианта, предполагающего термодинамическую независимость тёмной энергии от других компонент космической среды, указывает существование нефизичных, на наш взгляд, экспоненциально расходящихся решений, описывающих динамику Вселенной, полученных в предположении $\Lambda = \text{const}$ [2; 6; 8]. Расходимости, обусловленные Λ-членом, присутствуют и при описании Вакуума [7]. На наш взгляд, это является серьёзной проблемой тёмной энергии.

3. ГРАВИТАЦИОННО-НЕЙТРАЛЬНАЯ МАТЕРИЯ

Покажем, что уравнения (2) для гравитационного поля в вакууме, кроме тёмной энергии, содержат описание ещё и гравитационно-нейтральной материи. Чтобы это показать, рассмотрим в рамках уравнений (2) задачу о динамике Вселенной, из которой убраны все обычные формы материи. Такая идеализация является хорошим приближением при описании динамики поздней открытой Вселенной. Она позволяет в «чистом» виде увидеть присутствие в вакууме как тёмной энергии, так и гравитационно-нейтральной материи.

Считаем, что трёхмерное пространство идеализированной вселенной, заполненной только вакуумными формами материи, является однородным и изотропным. Для описания геометрии этого пространства удобно исходить из геометрической аналогии, рассматривая его как однородную и изотропную трёхмерную гиперповерхность в четырёхмерном фиктивном пространстве (см., например, [1]). Геометрия этой трёхмерной гиперповерхности определяется параметром k, а также масштабным фактором a, который часто называют радиусом кривизны.

Параметр k может принимать три значения: $k = -1, 0, +1$. При $k = +1, -1, 0$ реализуются случаи трёхмерных поверхностей положительной, отрицательной и нулевой кривизны, соответственно. В нестационарных трёхмерных пространствах радиусы их кривизны a меняются во времени. В сопутствующей системе отсчёта метрику соответствующего четырёхмерного пространства-времени можно записать в виде [1; 2]:

$$\begin{aligned} ds^2 = c^2\,dt^2 - a^2(t)\times \\ \times\left\{d\chi^2 + f(\chi)\left(d\theta^2 + \sin^2\theta\,d\phi^2\right)\right\}, \end{aligned} \tag{23}$$

где

$$f(\chi) = \begin{cases} \sin^2\chi & \text{при } k = +1; \\ \operatorname{sh}^2\chi & \text{при } k = -1; \\ \chi^2 & \text{при } k = 0. \end{cases} \tag{24}$$

Используя метрику (23), уравнения (2) стандартным образом (см., например, [2; 6]), можно преобразовать в космологические уравнения Фридмана:

$$3\left(\frac{\dot a^2}{a^2} + \frac{k\,c^2}{a^2}\right) = \Lambda c^2 = \frac{8\pi G}{c^2}\varepsilon_\Lambda, \tag{25}$$

$$2\frac{\ddot a}{a} + \frac{\dot a^2}{a^2} + \frac{k\,c^2}{a^2} = \Lambda c^2 = -\frac{8\pi G}{c^2}P_\Lambda. \tag{26}$$

Рассматривая левую часть этих уравнений как «геометрическую», а правую как «материальную», заключаем, что в них содержится описание некоторой материи. Как показано в пункте 2 и как видно из уравнений (25), (26), для рассматриваемой задачи этой материей является тёмная энергия. Её параметры определяются формулами (20). Следовательно, если скалярная кривизна R четырёхмерного пространства-времени отлична от нуля, то можно считать, что вакуум заполнен тёмной энергией.

В случае, когда $R = 0$ ($\Lambda = 0$), тёмной энергии нет. Пространство является открытым, так как при $R = 0$ параметр k, как видно из (25), (26), не может быть равным $+1$.

При $R = 0$ вакуум может быть не пустым. Чтобы это увидеть явно, уравнения (25), (26) запишем в виде

$$3\left(\frac{\dot a^2}{a^2} + \frac{0\cdot c^2}{a^2}\right) = \frac{8\pi G}{c^2}\varepsilon_k, \tag{27}$$

$$2\frac{\ddot a}{a} + \frac{\dot a^2}{a^2} + \frac{0\cdot c^2}{a^2} = -\frac{8\pi G}{c^2}P_k, \tag{28}$$

где

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= -\frac{3\,c^4}{8\pi\,G}\frac{k}{a^2}, \\ P_k &= -\frac{1}{3}\varepsilon_k \quad (k = 0, -1). \end{aligned} \tag{29}$$

Из (27)–(29) видно, что при $R = 0$, $k = 0$, пространство является плоским, стационарным и пустым.

Принципиально другая ситуация при $R = 0$, $k = -1$. В этом случае уравнения (27), (28) можем трактовать как описывающие динамику плоского трёхмерного пространства однородно заполненного некоторой материей. Термодинамические свойства этой материи описываются формулами

$$\varepsilon = \frac{3\,c^4}{8\pi\,G}\frac{1}{a^2}, \quad P = -\frac{1}{3}\varepsilon. \tag{30}$$

Поскольку уравнение состояния этой материи $P = -\frac{1}{3}\varepsilon$, то эта материя является гравитационно-нейтральной. Эта материя является идеальной и её тензор энергии-импульса может быть записан в виде (19). Как видно из (27), (28), динамика идеализированной вселенной, заполненной гравитационно-нейтральной материей вида (30), определяется уравнением

$$a(t) = \pm c\,t. \tag{31}$$

Если слагаемые, описывающие гравитационно-нейтральную материю в плоском пространстве, из правой части уравнений Фридмана перенести в левую, то там они описывают кривизну. Материя исчезла, но появилась кривизна. Мы полагаем, что материя не исчезает, а кривизна трёхмерного пространства может быть истолкована как гравитационно-нейтральная материя. Это аналогично тому, как Λ-член, согласно Эйнштейну, описывает неустранимую кривизну четырёхмерного пространства-времени, а в современной космологии он трактуется как описывающий тёмную энергию.

В заключение выскажем следующую гипотезу. В общем случае термодинамические свойства гравитационно-нейтральной материи описываются уравнениями

$$\varepsilon V^{\frac{2}{3}} = \mathrm{const}, \quad P = -\frac{1}{3}\varepsilon, \tag{32}$$

в которых значение const может отличаться от того, которое является следствием стандартной ОТО.

Считаем, что реально количество этой материи больше, чем это следует из уравнений (2). В соответствии с этим полагаем, что в случае однородной изотропной открытой Вселенной параметры гравитационно-нейтральной среды определяются формулами

$$\varepsilon = \frac{3\,c^4}{8\pi\,G}\frac{\gamma^2}{a^2}, \quad P = -\frac{1}{3}\varepsilon, \tag{33}$$

где γ — некоторая универсальная постоянная. Её значение больше единицы. Динамика идеализированной вселенной, заполненной гравитационно-нейтральной материей вида (33), определяется уравнением

$$a(t) = \pm\gamma\,c\,t. \tag{34}$$

Отметим, что величина da/dt не имеет смысла физической скорости частиц. Она определяет скорость изменения геометрических размеров материальной однородной изотропной гиперповерхности. Это наглядно продемонстрировано в работе [11] на модельном примере. Нет оснований считать, что скорость da/dt не может быть больше, чем скорость света. В [12] показано, что в сопутствующей системе отсчёта, в которой и записаны космологические уравнения Фридмана, даже при $da/dt \to \infty$ скорость частиц, пролетающих мимо любого типичного наблюдателя, не больше скорости света.

Предположение о существовании «дополнительных» количеств гравитационно-нейтральной материи во Вселенной означает, что существует вклад этой материи в тензор энергии-импульса стандартных уравнений Эйнштейна (18), связанный не только с Вакуумом, но и обычной формой материи.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Согласно точке зрения, изложенной в настоящей статье, вакуум не бывает пустым. Он заполнен двумя видами материи, определяемыми терминами тёмная энергия и гравитационно-нейтральная материя. Они являются идеальными средами. Их термодинамические свойства описываются формулами (20) и (33), соответственно. Плотность тёмной энергии определяется значением космологической постоянной Λ, а плотность гравитационно-нейтральной материи значением постоянной γ (см. (33)). Значения этих постоянных, вообще говоря, произвольные и должны находиться в процессе применения теории для объяснения наблюдений. В [11; 13] показано, что есть основания считать, что $\Lambda = 0$, а $\gamma \simeq 1,4 \div 1,5$.

Геометрические свойства однородного изотропного Вакуума описаны в [7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау, Л. Д. Теория Поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М. : Наука, 1988.
2. Зельдович, Я. Б. Строение и эволюция Вселенной / Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. М. : Наука, 1975.
3. Вайнберг, С. Гравитация и космология. М. : Платон, 2000.
4. Мизнер, Ч. Гравитация : в 3 т. / Ч. Мизнер, К. Торн, Д. Уиллер. М. : Мир, 1977.
5. Эйнштейн, А. Основы общей теории относительности // Собр. науч. тр. : в 4 т. Т. 1. М. : Наука, 1965.
6. Горбунов, Д. С. Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего большого взрыва / Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков. М. : ЛКИ, 2008.
7. Клименко, А. В. Геометрические свойства однородного изотропного вакуума / А. В. Клименко, В. А. Клименко // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 66–71.
8. Чернин, А. Д. Тёмная материя и всемирное антитяготение // УФН. 2008. Т. 178, № 3. С. 267–300.
9. Эйнштейн, А. Вопросы космологии и общая теория относительности // Собр. науч. тр.: в 4 т. Т. 1. М. : Наука, 1965.
10. Глинер, Э. Б. Раздувающаяся Вселенная и вакуумоподобное состояние физической среды // УФН. 2002. Т. 172, № 2. С. 221–228.
11. Клименко, А. В. О тепловой природе космологических сил отталкивания / А. В. Клименко, В. А. Клименко, А. М. Фридман // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 43–65.
12. Жилкин, А. Г. Динамика трёхмерных однородных изотропных релятивистских миров / А. Г. Жилкин, В. А. Клименко, А. М. Фридман // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 29–42.
13. Клименко, А. В. Частицы, античастицы и гравитация. Гравтационно-нейтральная Вселенная / А. В. Клименко, В. А. Клименко // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 89–99.

Вестник Челябинского государственного университета. 2013. №19 (310)
Физика. Вып. 17. С. 78–88

ГРАВИТАЦИОННО-НЕЙТРАЛЬНАЯ ВСЕЛЕННАЯ

А. В. Клименко, В. А. Клименко

ЧАСТИЦЫ, АНТИЧАСТИЦЫ И ГРАВИТАЦИЯ. АНТИТЯГОТЕНИЕ

Высказана гипотеза о том, что у любой частицы, в том числе и у фотона, существует античастица, отличающаяся знаком гравитационного заряда. Предложено описание гравитации, различающей частицы и античастицы. В отличие от эйнштейновской однознаковой гравитации, вклады частиц и античастиц в тензоре, являющимся источником гравитационного поля, в рассматриваемой в настоящей работе двузнаковой гравитации, не складываются, а вычитаются. В этой гравитации между частицами и античастицами присутствует антитяготение.

Приведены примеры, когда предсказания двузнаковой гравитации отличаются от соответствующих предсказаний эйнштейновской гравитации и это может быть обнаружено в наблюдениях.

Ключевые слова: *общая теория относительности, гравитация, античастицы, гравитационные заряды, миры, антимиры.*

1. ВВЕДЕНИЕ

Современной теорией гравитации является эйнштейновская общая теория относительности (ОТО) (см., например, [1–6]). Эта теория исходит из гипотезы о том, что источником гравитационного поля является тензор энергии-импульса космической среды и любые формы материи вносят свой вклад в этот тензор. Вклады всех компонент космической среды, в том числе частиц и античастиц, суммируются. Эйнштейновская гравитация не различает частицы и античастицы.

ОТО хорошо проверена экспериментально для макроскопических тел, состоящих из частиц, а также в случаях, когда изучается распространение электро-магнитных волн в гравитационном поле. Всё, что касается описания античастиц в ОТО, следует рассматривать как гипотетическое.

Гравитация слишком слаба, чтобы непосредственно экспериментально изучать её влияние на отдельные элементарные частицы [7]. Нет также и возможности экспериментально изучать движения в гравитационных полях макроскопических тел, состоящих из античастиц, вследствие их отсутствия в наблюдаемой нами части мира.

В отсутствие экспериментальных запретов существует возможность гипотетически предполагать, что в реальности гравитация различает частицы и античастицы, а обратное утверждение, содержащееся в стандартной ОТО, не является правильным.

В настоящей работе высказана гипотеза о том, что источником гравитационного поля являются «гравитационные заряды» и они у частиц и античастиц отличаются знаками. С учётом этого предположения предложен вариант гравитации, в котором источником гравитационного поля является тензор заряда-тока, в котором в отличие от тензора энергии-импульса вклады частиц и античастиц не суммируются, а вычитаются. Показано, что в рамках теории гравитации, различающей частицы и античастицы, с меньшим количеством предположений и более просто, чем в ОТО, объясняются наблюдательные данные, для которых существенны космологические эффекты [8].

В [8] с учётом современных представлений (см., например, [7]), предполагалось, что существуют частицы, которые тождественны своим античастицам и у которых гравитационный заряд отсутствует. К этим частицам был отнесён фотон. Наблюдаемое отклонение фотонов в гравитационном поле, возможно, указывает на то, что идея о том, что гравитационный заряд фотонов равен нулю, не является правильной.

В настоящей работе, чтобы согласовать идею о гравитационных зарядах с существующими представлениями о том, что все компоненты космической среды являются источниками гравитационного поля, высказывается следующая гипотеза. У любой частицы, в том числе и у фотона, существует античастица. Частица и её античастица имеют равные по величине, но противоположные по знаку гравитационные заряды. При этом одноимённые гравитационные заряды притягиваются, а разноимённые отталкиваются. С учётом этой гипотезы в настоящей работе сформулирована теоретическая схема описания двузнаковой гравитации различающей частицы и античастицы.

Согласно эйнштейновской теории, при одинаковых начальных условиях любые частицы и античастицы приобретают одинаковые по величине и знаку ускорения и движутся по одинаковым траекториям. Другая ситуация в двузнаковой гравитации, различающей частицы и античастицы. При одинаковых начальных условиях частицы и античастицы приобретают одинаковые по величине, но разные по знаку, ускорения и движутся по различным траекториям. При этом при одинаковых условиях все частицы движутся одинаково. Тоже самое имеет место и для античастиц. Принцип эквивалентности выполняется для частиц и античастиц по отдельности.

Идея об антифотонах кажется фантастичной. В тоже время не видно теоретических запретов на их существование. Различие поведения фотонов/антифотонов в гравитационных полях обычно является столь малым, что, как мы полагаем, могло «ускользнуть» от наблюдателей, поскольку его специально никто не искал. В работе предложены варианты наблюдений, в которых различие траекторий фотонов и антифотонов в гравитационном поле может быть установлено. В рамках этих наблюдений можно будет понять является ли гипотеза о существовании антифотонов правильной или ложной. Уже в настоящее время существуют технические возможности проведения соответствующих наблюдений.

2. ОСНОВОПОЛАГАЮЩИЕ ИДЕИ ДВУЗНАКОВОЙ ГРАВИТАЦИИ

2.1. Геометрия пространства-времени и гравитация

Как и в эйнштейновской гравитации, в двузнаковой гравитации считается, что гравитационное поле является тем, что определяется отклонением метрики пространства-времени от псевдоевклидовой метрики инерциальных систем отсчёта специальной теории относительности (СТО) [1–6]. Метрика четырёхмерного пространства-времени описывается тензором $g_{\mu\nu}$. В пространстве-времени квадрат интервала между двумя бесконечно близкими событиями, являющийся инвариантом, не зависящим от выбора системы координат, имеет вид

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^{\mu} dx^{\nu}. \tag{1}$$

В идеализированных инерциальных системах отсчёта при использовании декартовых координат $x^{1,2,3} = x, y, z$ и времени $x^0 = ct$, компоненты метрического тензора $g_{\mu\nu}$ равны

$$\begin{aligned} &g^{(0)}_{00} = 1, \\ &g^{(0)}_{11} = g^{(0)}_{22} = g^{(0)}_{33} = -1, \\ &g^{(0)}_{\mu\nu} = 0 \text{ при } \mu \neq \nu. \end{aligned} \tag{2}$$

Истинное гравитационное поле описывается метрическим тензором $g_{\mu\nu}$, который никакими преобразованиями координат не может быть приведён во всём пространстве к виду (2). Пространство-время, соответствующее гравитационному полю, является кривым. Его метрические свойства определяются распределением материи, её движением и физическими параметрами [1–6]. При наличии материи любая система отсчёта не является инерциальной.

Геометрия пространства-времени зависит также от выбора системы отсчёта [1–6]. Гравитационные поля могут быть порождены неинерциальностью используемой системы отсчёта. Необходим рациональный выбор системы отсчёта, позволяющий избежать необоснованного усложнения изучаемых гравитационных полей и их влияния на динамику космической среды.

В настоящей работе показано, что в гравитации, различающей частицы и античастицы, её свойства зависят ещё и от того, из чего состоит система отсчёта: из частиц или античастиц. В гравитации, различающей частицы и античастицы, показания конструктивно идентичных часов, одни из которых состоят из вещества, а другие из антивещества, помещённых рядом, в гравитационном поле разойдутся. Длительность между двумя событиями, происходящими в одной и той же точке гравитационного поля, зависит от того, измеряется ли она «часами» или «античасами». По разному в гравитационном поле изменяются длины волн фотонов и антифотонов. Факт зависимости пространственно-временных соотношений от выбора материала измерительных эталонов будем отмечать как описание гравитационного поля в представлении частиц, либо как в представлении античастиц.

2.2. Гравитационные заряды

В эйнштейновской теории гравитации считается, что источником гравитационного поля является тензор энергии-импульса всех существующих в природе форм материи. В этом тензоре вклады частиц и античастиц суммируются. Эйнштейновская гравитация не различает частицы и античастицы. Формально можно считать, что в этой гравитации любые частицы Вселенной имеют одинаковые по знаку гравитационные заряды. С учётом этого далее эйнштейновскую гравитацию будем определять термином *однознаковая гравитация*. В эйнштейновской теории гравитационным зарядом частиц является их тяжёлая масса. Считается, что она в точности равна инертной массе частиц (принцип эквивалентности) [9; 10].

В настоящей работе показано, что теоретически возможен вариант теории гравитационного поля, в котором гравитация различает частицы и античастицы. В этом варианте частицы и античастицы имеют гравитационные заряды (тяжёлые массы) различных знаков. Похожий вариант гравитации рассмотрен в [8]. В этом варианте допускалась возможность существования частиц с нулевым гравитационным зарядом и к таковым относились фотоны. В отличие от [8], в настоящей работе будем предполагать, что для любой частицы существует отличающаяся от неё знаком гравитационного заряда античастица. Гипотетически допускаем существование антифотона. Далее рассматриваемую в настоящей работе гравитацию будем определять как *двузнаковую гравитацию*. В двузнаковой гравитации источником гравитационного поля является тензор заряда-тока космической среды. Отличие тензора заряда-тока от тензора энергии-импульса лишь в одном: вклады частиц и античастиц не складываются, а вычитаются.

В двузнаковой гравитации полезными являются понятия, определяемые терминами миры и антимиры. Они обозначают области Вселенной, содержащие только частицы или только античастицы, соответственно. Эти идеализации удобны в теории. Считаем, что в предельных случаях миров и антимиров уравнения двузнаковой гравитации должны переходить в уравнения однознаковой эйнштейновской гравитации.

Чтобы иметь перед глазами то, что должно содержаться в искомых уравнениях двузнаковой гравитации в предельных случаях миров и антимиров, в следующем параграфе запишем уравнения однознаковой ОТО.

3. УРАВНЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА

В однознаковой гравитации основным уравнением гравитационного поля являются уравнения Эйнштейна (см. [1–6]).

Согласно Эйнштейну, четырёхмерное пространство-время при наличии матери является неевклидовым. Метрические свойства пространства-времени определяются метрическим тензором $g_{\mu\nu}$. Метрические коэффициенты являются функциями четырёх пространственно-временных координат $x^i = (x^0, x^1, x^2, x^3)$. Они однозначно связаны с распределением материи, её физическими свойствами, а также характером движения частиц, составляющих материю. Компоненты метрического тензора $g_{\mu\nu}$ рассматриваться как «потенциалы» гравитационного поля. Величинами, определяющими «напряжённость» гравитационного поля, являются символы Кристоффеля:

$$\Gamma^{\mu}_{\nu\sigma} = \frac{1}{2} g^{\mu\alpha} \left(\frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^{\sigma}} + \frac{\partial g_{\sigma\alpha}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial g_{\nu\sigma}}{\partial x^{\alpha}} \right). \quad (3)$$

Согласно Эйнштейну, источником гравитационного поля, является тензор энергии-импульса T^{ν}_{μ} всех компонент материи. В современной теории в перечень компонент материи, кроме хорошо изученных, включают тёмную энергию и тёмную материю, свойства которых пока понятны не в полной мере [3]. Взаимосвязь между компонентами метрического тензора и тензора энергии-импульса определяется уравнениями Эйнштейна:

$$R^{\nu}_{\mu} - \frac{1}{2}\delta^{\nu}_{\mu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T^{\nu}_{\mu}, \quad (4)$$

где R^{ν}_{μ} — тензор Риччи, R — его след, δ^{ν}_{μ} — символ Кронекера, G — гравитационная постоянная, c — скорость света [1–6].

Тензор Риччи имеет вид

$$R^{\nu}_{\mu} = g^{\nu\sigma} \times \\ \times \left[\frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\mu\sigma}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\mu\alpha}}{\partial x^{\sigma}} + \Gamma^{\alpha}_{\mu\sigma}\Gamma^{\beta}_{\alpha\beta} - \Gamma^{\beta}_{\mu\alpha}\Gamma^{\alpha}_{\sigma\beta} \right]. \quad (5)$$

В эйнштейновской теории гравитации часто космическую среду описывают как идеальную сплошную среду, записывая тензор энергии-импульса в виде

$$T^{\nu}_{\mu} = (\varepsilon + P) u_{\mu} u^{\nu} - P\delta^{\nu}_{\mu}, \quad (6)$$

где u^{ν} — четырёхмерная скорость макроскопического движения среды, ε и P — скалярные функции, определяющие плотность энергии и давление космической среды.

В эйнштейновской гравитации вклады вещества и антивещества в (6) суммируются и считается, что их макроскопические скорости совпадают.

4. УРАВНЕНИЕ ДВУЗНАКОВОЙ ГРАВИТАЦИИ

4.1. Общий вид уравнений

Идейно двузнаковая гравитация близка однознаковой. Как и в эйнштейновской гравитации, величинами, описывающими гравитационное поле, являются компоненты метрического тензора. Как и в эйнштейновской гравитации, источниками гравитационного поля являются тензоры энергии-импульса частиц и античастиц. Принципиальное отличие двузнаковой гравитации от эйнштейновской заключается в том, что вклады тензоров энергии-импульса частиц и античастиц не складываются, а вычитаются.

Может показаться, что такое определение источников гравитационного поля находится в противоречии с законом сохранения энергии. Однако это не обязательно. Чтобы это пояснить, рассмотрим подробнее предположения, лежащие в основе двузнаковой гравитации.

Предполагаем, что гравитационное поле порождается гравитационными зарядами частиц и античастиц, а также их токами. Считаем, что гравитационные заряды частиц и античастиц отличаются знаком. Придерживаемся идеи ОТО о том, что все формы материи являются источниками гравитационного поля, и поэтому полагаем, что у любой частицы, в том числе и у фотона, имеется античастица.

Считаем, что мерой величины гравитационного заряда является энергия. Полагаем, что Вселенная симметрична по содержанию в ней частиц и античастиц и её полный гравитационный заряд равен нулю. С учётом этого в двузнаковой гравитации полная энергия Вселенной разбивается на две равные части: энергию частиц и энергию античастиц. При этом имеет место закон сохранения энергии, а также взаимосвязанный с ним закон сохранения гравитационного заряда. Полные количества энергий, связанные с частицами и античастицами, равны друг другу и в ходе эволюции Вселенной не меняются.

Распределение плотности гравитационных зарядов в космической среде меняется в пространстве и времени. При высоких температурах и плотностях, существовавших на ранних этапах эволюции Вселенной, частицы и античастицы в космической среде были равномерно перемешаны, а масштабы, на которых имело место нарушение гравитационной нейтральности, малыми.

При расширении и охлаждении космической среды имело место расслоение Вселенной на миры и антимиры. Движущим фактором расслоения являлось притяжение одноимённых гравитационных зарядов и отталкивание разноимённых [11].

В двузнаковой гравитации описание частиц и античастиц является симметричным. В предельном случае миров и антимиров уравнения двузнаковой гравитации переходят в уравнения Эйнштейна.

В двузнаковой гравитации частицы и античастицы имеют гравитационные заряды противоположных знаков, поэтому при одинаковых условиях их 4-ре ускорения равны по величине, но отличаются знаком. Учитывая это, считаем, что частицы и античастицы воспринимают отклонения метрики пространства-времени от псевдоевклидовой (гравитационное поле) как имеющие разный знак. Полагаем, что метрика пространства-времени в представлениях частиц и античастиц не одно и тоже. Метрические тензоры в представлениях частиц $g_{\mu\nu}$ и античастиц $\bar{g}_{\mu\nu}$ записываем в виде

$$g_{\mu\nu} = g^0_{\mu\nu} + \delta g_{\mu\nu},\ \bar{g}_{\mu\nu} = g^0_{\mu\nu} + \delta\bar{g}_{\mu\nu}, \qquad (7)$$

где $g^0_{\mu\nu}$ определяется формулами (2), а $\delta g_{\mu\nu}$ — отклонения метрики, связанное с наличием гравитационного поля. Считаем, что $\delta\bar{g}_{\mu\nu} = -\delta g_{\mu\nu}$. В (7) и далее чёрточка над символом означает, что данная величина описывается в представлении античастиц.

В рамках механики сплошной среды в двузнаковой гравитации космическую среду рассматриваем как двухжидкостную. Одна из жидкостей состоит из частиц, другая из античастиц. Кроме обычных форм материи, космическая среда содержит вакуумные формы материи. Считаем, что вакуумная форма материи является гравитационно нейтральной [12].

Уравнения двузнаковой гравитации в представлении частиц записываем в виде

$$R^\nu_\mu - \frac{1}{2}\delta^\nu_\mu R = \frac{8\pi G}{c^4}\left(T^\nu_\mu - \bar{T}^\nu_\mu\right), \qquad (8)$$

где T^ν_μ и $\bar{T}^\nu_\mu$ — тензоры энергии-импульса для вещества и антивещества, соответственно.

В представлении античастиц уравнения двузнаковой гравитации записываются в симметричном по отношению к (8) виде:

$$\bar{R}^\nu_\mu - \frac{1}{2}\delta^\nu_\mu\bar{R} = \frac{8\pi G}{c^4}(\bar{T}^\nu_\mu - T^\nu_\mu). \qquad (9)$$

В мирах и антимирах уравнения (8) и (9) переходят в уравнения Эйнштейна (4).

Уравнения (8), (9) принципиально отличаются от уравнений Эйнштейна в тех случая, когда нельзя использовать идеализированные приближения миров и антимиров. Это имеет место, когда в космической среде с высокой скоростью идут процессы рождения/уничтожения частиц/античастиц и когда в ней в соизмеримых количествах присутствуют частицы и античастицы. Эти случаи являются типичными для ранней Вселенной, а также релятивистских стадий эволюции космических объектов.

Левые части уравнений Эйнштейна, а также уравнений (8), (9) двузнаковой гравитации удовлетворяют тождествам Бъянки (см. [1–6]):

$$\begin{aligned} &\nabla_\nu(R^\nu_\mu - \frac{1}{2}\delta^\nu_\mu R) = 0,\\ &\bar{\nabla}_\nu(\bar{R}^\nu_\mu - \frac{1}{2}\delta^\nu_\mu\bar{R}) = 0. \end{aligned} \qquad (10)$$

Учитывая тождества Бъянки, из (8), (9) заключаем, что в уравнениях двузнаковой гравитации содержится закон сохранения гравитационного заряда:

$$\nabla_\nu\left(T^\nu_\mu - \bar{T}^\nu_\mu\right) = 0. \qquad (11)$$

Кроме закона сохранения гравитационного заряда, имеет место закон сохранения полной энергии космической среды равной сумме энергий частиц и античастиц. Он может быть записан в виде

$$\nabla_\nu(T^\nu_\mu + \bar{T}^\nu_\mu) = 0. \qquad (12)$$

Уравнения (11), (12) могут быть справедливы одновременно, лишь в том случае, если они расщепляются на два независимых уравнения:

$$\nabla_\nu T^\nu_\mu = 0,\ \nabla_\nu\bar{T}^\nu_\mu = 0. \qquad (13)$$

Из этих уравнений следует, что в идее о двузнаковой гравитации, в которой предполагается, что гравитационные заряды связаны с энергией, неизбежно содержится существенное изменение представлений об энергии. Энергия становится «двузнаковой». Имеет место не просто сохранение энергии, но и сохранение энергий, связанных с частицами и античастицами по отдельности. Необходимо считать, что в процессе эволюции Вселенной эти энергии не перепутываются.

4.2. Уравнения двузнаковой гравитации в случае слабых гравитационных полей

Запишем уравнения двузнаковой гравитации для случая слабых гравитационных полей в представлении частиц.

Предполагаем малость макроскопических скоростей частиц/античастиц, а также считаем, что само гравитационное поле является слабым. Если гравитационное поле является слабым и скорости движения частиц/античастиц много меньше скорости света, то существенной является лишь компонента g_{00} метрического тензора. В этом случае она может быть записана в виде [1, § 87]

$$g_{00} = 1 + \frac{2\Phi}{c^2}, \;\; \bar{g}_{00} = 1 - \frac{2\Phi}{c^2}, \qquad (14)$$

где Φ — гравитационный потенциал. В слабом гравитационном поле важными являются лишь компоненты Γ^{α}_{00} $(\alpha = 1, 2, 3)$ символов Кристоффеля:

$$\Gamma^{\alpha}_{00} \approx -\frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \frac{\partial g_{00}}{\partial x^{\beta}} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \Phi}{\partial x^{\alpha}}. \qquad (15)$$

В нерелятивистском пределе

$$T^{\nu}_{\mu} = \rho c^2 u_{\mu} u^{\nu}, \; \bar{T}^{\nu}_{\mu} = \bar{\rho} c^2 u_{\mu} u^{\nu}. \qquad (16)$$

В этом пределе ρ и $\bar{\rho}$ — это плотности вещества/антивещества соответственно.

Макроскопическое движение вещества/антивещества считается медленным. Вследствие этого, пренебрегаем всеми пространственными компонентами 4-скорости: $u^{\alpha} = \bar{u}^{\alpha} = 0$ $(\alpha = 1, 2, 3)$. Учитывается только временная компонента $u^{\mu} : u^0 = \bar{u}^0 = 1$. С учётом этого из всех компонент T^{ν}_{μ} и $\bar{T}^{\nu}_{\mu}$ остаются лишь только

$$T^0_0 = \rho\, c^2, \; \bar{T}^0_0 = \bar{\rho}\, c^2. \qquad (17)$$

Учитывая (17), уравнения (10) записываем в виде

$$R^0_0 = \frac{4\pi G}{c^2}(\rho - \bar{\rho}). \qquad (18)$$

При вычислении R^0_0 учитывается (см. [1, § 99]), что члены, содержащие произведения символов Кристоффеля $\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}$, во всяком случае являются величинами второго порядка малости. Члены, содержащие производные по $x^0 = ct$, являются малыми (по сравнению с членами с производными по пространственным координатам) как содержащие лишние степени по $1/c$. В результате находим

$$R^0_0 = R_{00} = \frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{00}}{\partial x^{\alpha}}. \qquad (19)$$

Подставляя (15) в (19), получим

$$R^0_0 = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^{\alpha} \partial x_{\alpha}} \equiv \frac{1}{c^2}\Delta\Phi. \qquad (20)$$

Учитывая (18), (20), уравнения двузнаковой гравитации в пределе слабых гравитационных полей в представлении частиц записываем в виде

$$\Delta\Phi = 4\pi G(\rho - \bar{\rho}). \qquad (21)$$

Для практического использования этого уравнения необходимо дополнительно записать уравнения, описывающие рождение/уничтожение частиц/античастиц, а также уравнения, описывающие их движение. Нерелятивистское приближение в двузнаковой гравитации в [11] было использовано при решении задачи о расслоении Вселенной на миры и антимиры.

5. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ/АНТИЧАСТИЦ В ГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ

5.1. Геодезические для частиц и античастиц

Частица, находящаяся в гравитационном поле, не только подвергается воздействию со стороны поля, но и сама влияет на поле, изменяя его. Однако, если гравитационный заряд частицы не велик, то его действием на поле можно пренебречь. В этом случае, рассматривая движение частицы в заданном поле, можно считать, что само поле не зависит ни от координат, ни от скорости частицы. Аналогичные рассуждения справедливы и для античастиц.

Уравнение движения частицы в гравитационном поле находится путём соответствующего обобщения дифференциального уравнения свободного движения частицы в специальной теории относительности. Это уравнение гласит: $du^i = 0$, где $u^i = dx^i/ds$ есть 4-скорость частицы. В кривом пространстве-времени это уравнение обобщается и записывается в виде

$$Du^i = 0, \tag{22}$$

где Du^i — ковариантный дифференциал 4-вектора скорости u^i (см. например, [2–6]). Как известно,

$$Du^i = du^i + \Gamma^i_{kl} dx^k dx^l. \tag{23}$$

Учитывая (22), (23), находим

$$\frac{d^2x^i}{ds^2} + \Gamma^i_{kl} \frac{dx^k}{ds}\frac{dx^l}{ds} = 0. \tag{24}$$

Это и есть искомые уравнения движения для частицы в гравитационном поле. Видно, что движение частицы в гравитационном поле определяется величинами Γ^i_{kl}. В представлении частиц уравнение (24) является уравнением геодезических [1; 2].

Частицы и античастицы в двузнаковую гравитацию входят равноправно. Учитывая это, уравнения, описывающие движение античастиц в гравитационном поле в их представлении, записываем в виде

$$\frac{d^2\bar{x}^i}{ds^2} + \bar{\Gamma}^i_{kl} \frac{d\bar{x}^k}{ds}\frac{d\bar{x}^l}{ds} = 0, \tag{25}$$

где $\bar{x}^i$ — 4-вектор, определяющий координаты античастицы в четырёхмерном пространстве-времени.

В двузнаковой гравитации частицы и античастицы имеют гравитационные заряды разных знаков. Вследствие этого, 4-ускорения частиц и античастиц в любой точке пространства-времени, обусловленные его кривизной, при одинаковых скоростях равны по величине, но отличаются знаками. Это имеет место, если выполняются соотношения (7). Отклонение метрики пространства-времени от галилеевой (гравитационное поле) частицами и античастицами воспринимается как имеющее разный знак.

В собственном представлении частицы и античастицы в гравитационном поле движутся по геодезическим. Но представление частиц и античастиц о метрике пространства-времени отличается. В любой точке гравитационного поля 4-ускорения частиц и античастиц равны по величине, но противоположны по знаку. Одно и тоже гравитационное поле частицы и античастицы воспринимают по разному. Понятие геодезической не является абсолютным. Геодезические для частиц и античастиц не совпадают.

5.2. Уравнения движения частиц/античастиц в слабом гравитационном поле

Если гравитационное поле является слабым и скорости движения частиц/античастиц много меньше скорости света, то существенной является лишь компонента g_{00} метрического тензора. В этом случае она может быть записана в виде [1, § 87]

$$g_{00} = 1 + \frac{2\Phi}{c^2}, \tag{26}$$

где Φ — гравитационный потенциал. В слабом гравитационном поле важными являются лишь компоненты Γ^α_{00} ($\alpha = 1, 2, 3$) символов Кристофеля [1, § 99].

Для слабых гравитационных полей

$$\Gamma^\alpha_{00} \approx -\frac{1}{2}\, g^{\alpha\beta}\, \frac{\partial g_{00}}{\partial x^\beta} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \Phi}{\partial x^\alpha}. \tag{27}$$

Учитывая (7) и (27), уравнения (24) и (25), определяющие движение частиц и античастиц, запишем в виде

$$\frac{d^2x^\alpha}{dt^2} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x^\alpha}, \tag{28}$$

$$\frac{d^2\bar{x}^\alpha}{dt^2} = +\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{x}^\alpha}. \tag{29}$$

Из (28) и (29) следует, что частицы и античастиц в заданном гравитационном поле движутся по разным траекториям. Ускорения, которые они приобретают в любой точке гравитационного поля равны по величине, но противоположны по знаку. Это является следствием различия знаков гравитационных зарядов частиц и античастиц. В тоже время уравнения движения для всех частиц являются одинаковыми и не зависят от их массы и состава. Тоже самое справедливо и для античастиц.

В следующем параграфе опишем предложения по проверке некоторых предсказаниях двузнаковой гравитации, которые отличаются от соответствующих предсказаний эйнштейновской гравитации.

6. ОБ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ПРОВЕРКЕ ДВУЗНАКОВОЙ ГРАВИТАЦИИ

6.1. Промежуток времени между двумя событиями

В стандартной ОТО промежуток истинного времени $d\tau$ между двумя бесконечно близкими событиями, происходящими в одной и той же точке пространства, определяется формулой

$$d\tau = \frac{1}{c}\sqrt{g_{00}}dx^0. \tag{30}$$

В общем случае истинное время между любыми двумя событиями в одной и той же точке пространства

$$\tau = \frac{1}{c}\int \sqrt{g_{00}}\, dx^0 \tag{31}$$

(см., например [1, § 84]).

В двузнаковой гравитации отклонения метрических коэффициентов от их галилеевых значений (2) частицами и античастицами воспринимаются как имеющие разные знаки. Вследствие этого, для частиц и античастиц временные промежутки, определяемые формулой (31), не одно и тоже.

Рассмотрим для простоты постоянное гравитационное поле. В этом поле, как известно (см. [1, § 84]), возможна синхронизация часов, находящихся в разных точках пространства. Мировое время x^0 может быть введено так, что, по определению, его промежуток между двумя событиями в некоторой точке пространства совпадает с его промежутком между любыми другими двумя событиями в любой точке пространства, которые рассматриваются как одновременные с первой парой событий. Одинаковым промежутком мирового времени x^0 в разных точках гравитационного поля соответствуют различные промежутки собственного времени τ.

Учитывая (30), эту связь запишем в виде

$$\tau = \frac{1}{c}\sqrt{g_{00}}\, x^0, \tag{32}$$

применимом к любым конечным промежуткам.

В слабом гравитационном поле, в представлениях частиц и античастиц, компоненты g_{00} и $\bar{g_{00}}$ определяются формулами (14). Учитывая (14) и (32), формулы, определяющие зависимость промежутков времени, показываемых часами (τ) и античастицами ($\bar{\tau}$) от значения гравитационного потенциала Φ, записываем в виде

$$\tau = \tau_0\left(1 + \frac{\Phi}{c^2}\right),\ \bar{\tau} = \tau_0\left(1 - \frac{\Phi}{c^2}\right), \tag{33}$$

где τ_0 — это то, что было бы, если часы и античасы находились на «бесконечности», где нет гравитационного поля и значение гравитационного потенциала полагается равным нулю.

Вывод. Если одинаковые часы и античасы находились некоторое время в гравитационном поле звезды, то отставшими будут часы. С точностью наоборот будет в случае, если их поместить в гравитационное поле антизвезды.

Этот вывод можно попытаться проверить экспериментально. Для этого, например, можно измерить периоды полураспада частиц T и античастиц $\bar{T}$ на поверхности сферического тела радиуса R, имеющего массу M. В этом случае, учитывая (33), формулы для T и $\bar{T}$ можно записать в виде

$$\begin{aligned} T &= T_0\left(1 + \frac{GM}{c^2R}\right), \\ \bar{T} &= T_0\left(1 - \frac{GM}{c^2R}\right), \end{aligned} \tag{34}$$

где T_0 — период полураспада в отсутствие гравитационного поля. Если измерения производить на поверхности Земли, то $(T - \bar{T})/T_0 \approx 4 \cdot 10^{-10}$. Более благоприятные условия для выявления различия периодов T и $\bar{T}$ в окрестности релятивистских объектов, где их отличие может быть значительным.

6.2. Фотоны и антифотоны в постоянном гравитационном поле

Рассмотрим возможность экспериментального доказательства существования антифотонов. Известно, что частота света, измеренная в собственном времени, равна $\omega = -\partial\Psi/\partial\tau$ (см. [1, § 58]), где Ψ — эйконал. Она различна в различных точках гравитационного поля.

В силу соотношения

$$\frac{\partial\Psi}{\partial\tau} = \frac{\partial\Psi}{\partial x^0}\frac{\partial x^0}{\partial\tau} \Rightarrow \omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{g_{00}}}, \qquad (35)$$

где ω_0 — частота света в точках на луче, в которых гравитационное поле отсутствует.

Для фотонов и антифотонов изменение частоты при их движении в одном и том же гравитационном поле происходит различным образом.

В слабом гравитационном поле для фотонов

$$\omega = \omega_0\left(1 - \frac{\Phi}{c^2}\right), \qquad (36)$$

а для антифотонов

$$\bar{\omega} = \omega_0\left(1 + \frac{\Phi}{c^2}\right). \qquad (37)$$

Эти формулы применим для расчёта смещения частот $\triangle\omega$ (для фотона) и $\triangle\bar{\omega}$ (для антифотона) при их переходе из места испускания, где потенциал $\Phi = \Phi_1$, в место наблюдения, где $\Phi = \Phi_2$. Учитывая (36), (37), находим

$$\triangle\omega = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{c^2}\omega_0, \qquad (38)$$

$$\triangle\bar{\omega} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{c^2}\omega_0 = -\triangle\omega. \qquad (39)$$

Экспериментальные методы позволяют измерять очень малые смещения частоты фотонов. Например, ещё в 1960 г. американским физиком Р. Паунду и Д. Ребке [13] удалось уверенно наблюдать с использованием эффекта Мёссбауэра гравитационное смещение спектральных линий при распространении света в поле тяжести Земли. Проходимый путь составлял по вертикали всего 20 м. В этом случае ожидаемое смещение $\triangle\omega/\omega_0 \simeq 2 \cdot 10^{-14}$. Измерение дали именно этот результат. Повторение аналогичных измерений для антифотонов в предположении, что они существуют, является актуальной задачей.

Различие смещений частот фотонов/антифотонов в гравитационном поле может чётко проявиться в следующей ситуации. Если существуют антифотоны, то в спектрах излучения релятивистских объектов должны наблюдаться два «пичка», смещённые относительно частоты $\nu_0 = mc^2/h$ (m — масса электрона, h — постоянная Планка) на величину

$$\triangle\nu = \pm\frac{GM}{c^2R}\nu_0 = \pm\frac{1}{2}\frac{r_g}{R}\nu_0. \qquad (40)$$

Эти «пички» можно было бы интерпретировать как потоки фотонов и антифотонов, родившихся в процессе аннигиляции электрон–позитронных пар на поверхности релятивистских объектов, имеющих массу M и радиус R; $r_g = 2GM/c^2$ — гравитационный радиус этих объектов. Возможно, этот эффект «расщепления» может особенно ярко проявиться при наблюдении объектов с быстро изменяющимся R.

6.3. Расщепление изображений релятивистских объектов на фоне гравитационных линз

Можно ожидать, что в окрестности релятивистских объектов (нейтронных звёзд, чёрных дыр, активных ядер галактик и др.) интенсивно происходят процессы рождения/уничтожения частиц/античастиц и при этом в больших количествах, кроме фотонов, рождаются антифотоны. Если это так, то при наблюдении этих объектов на фоне гравитационных линз должны наблюдаться особенности в их изображении, обусловленные различием закона распространения фотонов и антифотонов в гравитационном поле линзы. Гравитационные линзы, состоящие из вещества, являются собирающими для фотонов и рассеивающими для антифотонов. Влияние гравитационных линз, состоящих из антивещества, является противоположным. Наличие в наблюдениях таких особенностей было бы серьёзным аргументом в поддержку правильности двузнаковой гравитации.

6.4. Искажение наблюдаемых форм гравитационных линз

Наблюдение тонкой структуры реликтового излучения показывает, что на его равномерном фоне имеются незначительные отклонения (см., например, [3; 14]). На равномерном реликтовом фоне наблюдаются пятна. Возможны две главные причины их возникновения. Первая из них связана с неоднородностью «поверхности» отрыва реликтового излучения от вещества/антивещества. Вторая связана с неоднородностью среды, через которую распространяется реликтовое излучение.

Неоднородности космической среды являются для проходящего через них реликтового излучения гравитационными линзами. Есть основание предполагать, что наблюдаемая часть Вселенной состоит из вещества [2; 3; 8; 11]. Если это так, то в рамках двузнаковой гравитации наблюдаемые гравитационные линзы для фотонов являются собирающими, а для антифотонов рассеивающими.

В двузнаковой гравитации следует ожидать, что реликтовое излучение наполовину состоит из фотонов, а наполовину из антифотонов. Вследствие этого должны наблюдаться особенности в угловом распределении наблюдаемого реликтового излучения, проходящего через гравитационную линзу.

Если линза сферически симметричная, то в реликтовом излучении она будет наблюдаться как имеющая более яркую центральную часть (фотоны) и более слабое кольцо, охватывающее её центральную часть (антифотоны). В случае линз более сложной геометрической конфигурации, эти особенности будут проявляться в изображениях отдельных её элементов.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено одно из простейших теоретически допустимых расширений эйнштейновской теории гравитации. Оно предполагает, что гравитация различает частицы и античастицы. Гипотетически считается, что у любой частицы, в том числе и у фотона, существует отличающаяся от неё знаком гравитационного заряда античастица.

В предполагаемом варианте двузнаковой гравитации сохранена идея об однозначной взаимосвязи гравитации и геометрии пространства-времени.

Считается, что источником гравитационного поля является тензор заряда-тока. В этом тензоре, в отличие от тензора энергии-импульса, вклады частиц и античастиц не суммируются, а вычитаются.

Записаны уравнения, описывающие двузнаковую гравитацию, различающую частицы и античастицы.

Показано различие представлений частиц и античастиц о геометрических свойствах пространства-времени (о гравитации).

Приведены примеры, в которых предсказания двузнаковой гравитации отличаются от соответствующих предсказаний эйнштейновской гравитации, а также гравитации с нулевым гравитационным зарядом у фотона [8], и это может быть обнаружено в наблюдениях.

Решения, описывающие динамику однородной изотропной Вселенной, в рамках двузнаковой гравитации и гравитации с нулевым гравитационным зарядом у фотоном, совпадают. Эти решения приведены в [8]. Аналогичный результат получен в [15] при значениях параметра $\alpha = 1$. Гравитационно-нейтральная Вселенная расширяется равномерно. Её динамика принципиально отличается от предсказываемой в рамках стандартных уравнений ОТО.

Двузнаковая гравитация принципиально отличается от эйнштейновской в тех случаях, когда существенными являются процессы рождения/уничтожения частиц/античастиц и когда их вклады в полную плотность энергии космической среды соизмеримы. Например, в эйнштейновской гравитации присутствие сингулярностей является неизбежным (Р. Пенроуз, С. Хоукинг [16]), в двузнаковой, это, по-видимому, вовсе не обязательно. Античастицы, которые могут возникать в окрестности сингулярности, согласно двузнаковой гравитации, выбрасываются в окружающее пространство. Это может существенно влиять на условия образования и существования сингулярностей. Процессы, протекающие в окрестностях сингулярностей, могут иметь взрывной характер и проявляться в наблюдениях. Полагаем, что двузнаковая гравитация идейно ближе к квантовой теории, чем стандартная ОТО.

Уравнения двузнаковой гравитации переходят в уравнения Эйнштейна в предельных случаях миров и антимиров.

При всей «фантастичности» идеи об антифотонах не видно явных противоречий предлагаемой теории с физическими принципами современной физики. Нам не известны те наблюдения, которые бы ясно указывали на ошибочность идеи о различии гравитационных зарядов частиц и античастиц. Использование этой идеи позволяет более просто и естественно объяснить известные астрономические наблюдения, для которых существенны космологические эффекты.

Будем рады сотрудничеству с астрономами с целью установления в наблюдениях предполагаемого различия частиц и античастиц в гравитации. Заранее признательны специалистам в области элементарных частиц за соображения о допустимости или запрете на введение идеи о гравитационных зарядах и различии их знаков у частиц и античастиц.

Авторы выражают глубокую благодарность А. Г. Жилкину, указавшему на неточности первого варианта статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау, Л. Д. Теория Поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М. : Наука, 1988.
2. Зельдович, Я. Б. Строение и эволюция Вселенной / Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. М. : Наука, 1975.
3. Горбунов, Д. С. Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего большого взрыва / Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков. М. : ЛКИ, 2008.
4. Горбунов, Д. С. Введению в теорию ранней Вселенной. Космологические возмущения. Инфляционная теория / Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков. М. : КРАСАНД, 2010.
5. Вайнберг, С. Гравитация и космология. М. : Платон, 2000.
6. Мизнер, Ч. Гравитация : в 3 т. / Ч. Мизнер, К. Торн, Д. Уиллер. М. : Мир, 1977.
7. Окунь, Л. Б. Физика элементарных частиц. М. : Наука, 1988.
8. Клименко, А. В. Частицы, античастицы и гравитация. Гравтационно-нейтральная Вселенная / А. В. Клименко, В. А. Клименко // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 89–99.
9. Roll, P. G. The equivalence of inertial and passive gravitational mass / P. G. Roll, R. Krotkov, R. H. Dicke // Annals of Physics. 1964. № 26. P. 442–517.
10. Брагинский, В. Б. Эквивалентность инертной и гравитационной масс / В. Б. Брагинский, В. И. Панов // УФН. 1971. Т. 105, № 4.
11. Клименко, А. В. Миры и Антимиры / А. В. Клименко, В. А. Клименко // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 100–109.
12. Клименко, А. В. Вакуумные формы материи / А. В. Клименко, В. А. Клименко // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 72–77.
13. Pound, R. V. Gravitational Red-Shift in Nuclear Resonance / R. V. Pound, Jr. G. A. Rebka // Physical Review Letters. 1959. № 3. P. 439–441.
14. Hinshaw, G. Three-year wilkinson microwave anisotropy probe (WMAP) observations: implications for cosmology / G. Hinshaw, M. R. Nolta, C. L. Bennet et al. // Astrophys. J. Suppl. 2007. Vol. 170, № 2. P. 377–408.
15. Клименко, А. В. О тепловой природе космологических сил отталкивания / А. В. Клименко, В. А. Клименко, А. М. Фридман // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 42–65.
16. Hawking, S. W. The Singularities of gravitational collapse and cosmology / S. W. Hawking, R. Penrose // Proc. Roy. Soc. Lond. 1970. Vol. A314. P. 529–548.

Вестник Челябинского государственного университета. 2013. №19 (310)
Физика. Вып. 17. С. 89–99

А. В. Клименко, В. А. Клименко

ЧАСТИЦЫ, АНТИЧАСТИЦЫ И ГРАВИТАЦИЯ. ГРАВИТАЦИОННО-НЕЙТРАЛЬНАЯ ВСЕЛЕННАЯ

Высказаны следующие предположения: источником гравитационного поля являются инвариантные гравитационные заряды, у частиц и античастиц они отличаются знаком, одноимённые гравитационные заряды притягиваются, а разноимённые отталкиваются. Предложена модификация ОТО, учитывающая эти предположения. На её основе построена модель гравитационно-нейтральной Вселенной.

В рамках этой модели объяснены известные наблюдательные данные, для которых существенны космологические эффекты.

Ключевые слова: *космология, общая теория относительности, эйнштейновские уравнения, античастицы, гравитационные заряды, миры, антимиры.*

1. ВВЕДЕНИЕ

В 1928 г. П. А. М. Дирак нашёл релятивистское квантовое волновое уравнение для точечных частиц со спином $S = 1/2$. Из анализа решений найденного им уравнения в 1931 г. Дирак делает вывод о существовании антиэлектронов и антипротонов. Его выводы оказались пророческими, [1].

Сейчас существование для любой частицы соответствующей ей античастицы полагается саморазумеющимся. Считается, что некоторые частицы (например, фотоны, π^0-, K^0-мезоны) совпадают со своими античастицами (см., например, [2]).

Из общих принципов квантовой теории поля следует выполнение CPT-инвариантности. Согласно CPT-теореме (см., например, [2–5]), существует определённая связь между параметрами частиц и античастиц.

Экспериментально античастицы изучены гораздо хуже, чем соответствующие им частицы. Такое положение — следствие того, что окружающий нас мир состоит из частиц (вещества), а не античастиц (антивещества). Перенос экспериментально хорошо изученных для частиц свойств на античастицы не вызывает возражений. Это неявно содержится в современных теориях. Считается, что гравитация не различает частицы и античастицы (см., например, [6–8]).

Концепция «элементарных частиц» как неизменных, неуничтожимых составляющих материи оказалась не состоятельной. Как и фотоны, частицы и античастицы могут рождаться и уничтожаться. В современной физике утвердилась концепция «вечных зарядов» и законов их сохранения. Этими зарядами являются электрический, барионный и лептонный заряды.

Впервые идея о симметричной по частицам и античастицам Вселенной была высказана Дираком в 1933 г. в его Нобелевской лекции. Применительно к различным масштабам Вселенной эта идея уже давно обсуждалась. В тоже время у неё существуют, как полагают (см., например, [6; 7]), непреодолимые трудности.

Согласно расчётам, в рамках стандартной ОТО подавляющая часть пар частиц–античастиц должна была проаннигилировать ещё в ранней Вселенной. В современной Вселенной могло остаться не более 10^{-15} см$^{-3}$ барионов и антибарионов. Реально барионов на семь–восемь порядков больше, а антибарионы в окружающем нас пространстве в заметных количествах не наблюдаются. Отсутствует разумное объяснение механизма разделения частиц и античастиц на космологических масштабах. Не наблюдаются также эффекты, являющиеся следствием интенсивной аннигиляции, которые можно было бы истолковать как связанные с присутствием антиматерии.

Учитывая вышесказанное, делают вывод: Вселенная не является симметричной по частицам и античастицам. Утверждается: если бы она была симметричной, то к настоящему времени все частицы и античастицы, по крайней мере, e^-, e^+, p, $\bar{p}$, n и $\bar{n}$, должны были проаннигилировать. Считают, что при снижении температуры космической среды ниже пороговой для рождения пар рассматриваемого сорта падение их концентраций происходит по экспоненциальному закону с характерным временем значительно меньшим возраста Вселенной, что приводит к практически полному исчезновению таких пар (см., например, [6–8]).

В окружающем нас пространстве в больших количествах присутствуют барионы, но в тоже время антибарионы практически отсутствуют. Чтобы объяснить этот наблюдательный факт, возникла идея о барионной асимметрии (см., например, [6; 7]). Согласно этой идее, современная Вселенная состоит из «лишних» барионов, возникших в ранней Вселенной. Предполагают, что ещё в ранней Вселенной спонтанно возникло нарушение барионной симметрии. На каждый миллиард пар барионов и антибарионов возник приблизительно один «лишний» барион. Предлагаются механизмы создания «лишних» барионов в ранней Вселенной (см., например, [8; 9]).

Считается, что в процессе расширения Вселенной и её остывания весь симметричный мир пар частиц-античастиц проаннигилировал. Остались лишь те барионы, а также соответствующее им количество электронов, для которых не нашлось партнёров. В стандартной космологической модели Вселенной (ΛCDM) совершенно исключена возможность «выживания» позже, чем через 10^{-3} секунды после «Большого взрыва», заметного количества антибарионов (см., например, [6–8]).

В настоящей работе показано, что идея симметрии Вселенной по веществу и антивеществу может быть согласована с наблюдениями, если произвести существенное уточнение уравнений Эйнштейна. Полагаем, что используемое в современной ОТО предположение о том, что гравитация не различает частицы и античастицы, возможно, не является правильным.

В работе показано, что в ОТО непротиворечивым образом может быть реализована идея о гравитационных зарядах и их токах как источниках гравитационного поля. Она основана на предположении, что у частиц и соответствующих им античастиц гравитационные заряды отличаются знаками. В настоящей работе считается, что некоторые частицы тождественны своим античастицам и их гравитационный заряд равен нулю. В частности, предполагается, что фотоны являются гравитационно нейтральными. Частицы и античастицы, имеющие одноимённые гравитационные заряды, притягиваются, а разноимённые — отталкиваются.

2. СТАНДАРТНАЯ ОТО

2.1. Основополагающие идеи

Основы релятивистской теории гравитации (ОТО) заложены в работе [10]. С подробным изложением этой теории можно ознакомиться, например, в [6–8; 11; 12]. Приведём краткое изложение идей ОТО и укажем, какие уточнения этой теории, по нашему мнению, являются необходимыми.

Согласно ОТО, четырёхмерное пространство-время при наличии материи является неэвклидовым и оно определяет движение материи. В криволинейном пространстве-времени частицы движутся по геодезическим. В свою очередь геометрия пространства-времени определяется распределением и движением материи, а также её термодинамическими свойствами. В ОТО физика и геометрия оказываются взаимосвязанными.

Геометрические свойства пространства-времени определяются метрикой [11; 12]

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu. \tag{1}$$

Величиной, определяющей термодинамические свойства и характер движения материи, является тензор энергии-импульса $T_{\mu\nu}$ [11; 12]. В ОТО, взаимосвязь между компонентами метрического тензора $g_{\mu\nu}$ и тензором энергии-импульса $T_{\mu\nu}$ определяется уравнениями Эйнштейна [11; 12]:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \tag{2}$$

где $R_{\mu\nu}$ — тензор Риччи, R — его след, G — гравитационная постоянная, c — скорость света.

В стандартной ОТО считается, что источником гравитационного поля являются компоненты тензора энергии-импульса космической среды. Космическую среду обычно описывают в приближении механики сплошных сред. Часто её считают идеальной и тензор энергии-импульса записывают в виде [11; 12]

$$T_{\mu\nu} = (\varepsilon + P)u^{\mu}u^{\nu} - Pg^{\mu\nu}, \tag{3}$$

где ε — плотность энергии, а P — давление космической среды. Считается, что космическая среда состоит из обычной материи и вакуумной формы материи [7; 13]. Обычная материя состоит из частиц и античастиц. Предполагают, что гравитация не различает частицы и античастицы, и поэтому их вклады в ε и P суммируются.

В стандартной ОТО предполагается равноправность всех компонент обычной материи в создании гравитационного поля. Их вклады в тензоре энергии-импульса суммируются. Гравитационная постоянная одинакова для всех этих компонент. В тоже время существует различие во взаимоотношении с гравитационным полем обычной материи и вакуумных форм матери. Для последних оно зависит не от гравитационной постоянной, а от других констант, например, для тёмной энергии от космологической постоянной.

В стандартной ОТО широко распространена точка зрения, что вакуумной формой материи является так называемая тёмная энергия (см., например, [14]). Уравнение состояния этой среды

$$P_{\Lambda} = -\varepsilon_{\Lambda}, \tag{4}$$

а её плотность энергии

$$\varepsilon_{\Lambda} = \frac{c^4\Lambda}{8\pi G}, \tag{5}$$

одинакова во все моменты времени и во всех точках пространства. Полагают, что значение космологической постоянной $\Lambda \approx 10^{-56}\,1/\text{см}^2$. В современной космологии считается, что тёмная энергия оказывает существенное влияние на динамику Вселенной и оно стало главным ещё $6 \div 7$ млрд лет назад. Считают, что со временем оно будет всё больше и больше (см., например, [7; 13]).

Использование тёмной энергии обусловлено невозможностью объяснить без неё некоторые астрономические наблюдения (см., например, [7; 8; 13]). В тоже время, в связи с тёмной энергией возникают сложности. Не понятен её физический смысл. Имеет место нефизичное, на наш взгляд, экспоненциально расходящееся решение, описывающее динамику однородной изотропной Вселенной [7; 13].

2.2. Предлагаемые уточнения уравнений Эйнштейна

Вследствие отмеченных выше сложностей, связанных с тёмной энергией, полагаем, что вместо нее в ОТО необходимо учитывать вакуумную форму материи другого вида. Она описана в [15]. Её использование в уравнениях ОТО приводит к физически разумным решениям, правильно описывающим наблюдаемую динамику Вселенной.

Мы сомневаемся в том, что гравитация в реальности не различает частицы и античастицы. Наши сомнения основаны на следующем. В правой части уравнений Эйнштейна стоят источники гравитационного поля. Можно предположить, что ими являются «гравитационные заряды». Также как для электромагнитного поля, они для частиц и античастиц отличаются знаками. Если это так, то вклады частиц и античастиц в правой части уравнений Эйнштейна надо не складывать, а вычитать. С учётом этого предположения полагаем, что в правой части уравнений Эйнштейна должен стоять не тензор энергии-импульса, а тензор заряда-тока, в котором, в отличие от первого, вклады частиц и античастиц не складываются, а вычитаются. Это обусловлено тем, что, как мы предполагаем, гравитационные заряды у частиц и античастиц имеют разные знаки. Предлагаемая в работе модификация ОТО содержит два новых существенных момента.

Выбор вакуумной формы материи в виде гравитационно-нейтральной материи [15].

Учёт различия в гравитации частиц и античастиц.

3. МОДИФИЦИРОВАННАЯ ОТО

3.1. Состав космической среды

Считаем, что космическая среда состоит из трёх компонент: вакуумной формы материи, вещества и антивещества.

Современный состав вещества: электроны (e), протоны (p), нейтроны (n), нейтрино (ν_e, ν_μ, ν_τ), слабовзаимодействующие «тёмные частицы» ($\mathcal{D}$), (D — Dark), а также фотоны (γ). Природа слабовзаимодействующих $\mathcal{D}$-частиц в настоящее время не вполне понятна (см., например, [7; 8]).

В настоящей работе считаем, что Вселенная симметрична по частицам и античастицам. Состав античастиц: $\bar{e}, \bar{p}, \bar{n}, \bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau, \bar{\mathcal{D}}, \bar{\gamma} \equiv \gamma$. Учитываем, что во Вселенной могут существовать нестабильные частицы (античастицы), но их влияние на её динамику несущественно.

В работе не учитываем тёмную энергию. Полагаем, что вакуумной формой материи является гравитационно-нейтральная материя, описанная в [15]. Уравнение состояния этой материи

$$P_V = -\frac{1}{3}\,\varepsilon_V. \qquad (6)$$

Значок «V» здесь и далее, относится к величинам, описывающим вакуум (V — Vacuum). Вариант теории гравитации, в котором считается, что гравитационный заряд фотонов отличен от нуля и $\bar{\gamma} \neq \gamma$, изложен в работе [16].

3.2. Гравитационные заряды

В предлагаемой модификации ОТО считаем, что источником гравитационного поля являются инвариантные гравитационные заряды. При их описании предполагаем, что они могут быть двух знаков. Считаем, что у частиц и соответствующих им античастиц, имеющих гравитационные заряды, они равны по величине, но противоположны по знаку. Одноимённые гравитационные заряды гравитационно притягиваются, а разноимённые отталкиваются. Вследствие этого в космической среде существует естественный регулярный механизм нарушения однородности в распределении гравитационных зарядов (вещества и антивещества). Подробности в [17]

В настоящей работе предполагаем, что гравитационный заряд фотонов равен нулю и вследствие этого они не являются источниками гравитационного поля.

Считаем, что полный гравитационный заряд Вселенной равен нулю. Имеет место закон сохранения гравитационного заряда. Сколько положительного заряда рождается/уничтожается, столько же одновременно рождается/уничтожается отрицательного заряда. Этот закон выполняется локально.

Используем приближение механики сплошных сред. Задача определения величин гравитационных зарядов отдельных элементарных частиц не рассматривается.

Для проверки правильности идеи о гравитационных зарядах необходимо в наблюдениях увидеть или экспериментально показать различие движения частиц и античастиц в гравитационном поле в трёхмерном пространстве. Например, показать, что античастицы отталкиваются от вещества. Полагаем, что проведение соответствующих наблюдений или экспериментов является важнейшей задачей современной физики. Сложность таких исследований заключается в необходимости выявления влияния гравитационного поля на движение элементарных частиц на фоне неизмеримо большего влияния локальных электромагнитных полей.

3.3. Гравитационные заряды и принцип эквивалентности

Идея о гравитационных зарядах, в общем случае, не согласуется с принципом эквивалентности, который в стандартной ОТО является фундаментальным (см., например, [10; 11]). В связи с этим принципом, отметим следующее.

В известных экспериментах (см., например, [18; 19]) равенство инертной и тяжёлой масс проверялось для нерелятивистских макроскопических тел, состоящих из вещества. Нет оснований априори считать, что принцип эквивалентности справедлив в релятивистской области, а также для частиц и античастиц. Это всего лишь гипотезы. Такой же гипотезой является предположение об инвариантных гравитационных зарядах, имеющих различные знаки у частиц и античастиц. Все эти гипотезы необходимо проверять экспериментально.

3.4. Модифицированные уравнения Эйнштейна

Учитывая идею о гравитационных зарядах как источниках гравитационного поля, уравнения ОТО записываем в виде

$$\begin{aligned} B_{\mu\nu} &= R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg^{\mu\nu} = \\ &= \frac{8\pi G}{c^4}\left(Q^{\mu\nu} + \bar{Q}^{\mu\nu} + Q_V^{\mu\nu}\right), \end{aligned} \tag{7}$$

где $Q^{\mu\nu} = \rho_g c^2 u^\mu u^\nu$, $\bar{Q}^{\mu\nu} = \bar{\rho}_g c^2 \bar{u}^\mu \bar{u}^\nu$ — тензоры гравитационного заряда-тока вещества и антивещества, соответственно. Скаляры ρ_g и $\bar{\rho}_g$ — плотности их гравитационных зарядов. Для обозначения тензора заряда-тока используем значок «Q». Запись этих тензоров для вещества и антивещества в таком виде является наиболее простой формой реализации идеи о том, что источником гравитационного поля являются компоненты тензора, определяющего распределение гравитационных зарядов и их токов. Учитываем, что потоки вещества и антивещества в гравитационном поле двигаются поразному. Тензор $Q_V^{\mu\nu}$ описывает вакуумные формы материи.

В предлагаемой модификации ОТО излучение является гравитационно-нейтральным, и поэтому его вклад в создание гравитационного поля не учитывается. Предполагаем, что вакуум также является гравитационно-нейтральным и для тензора $Q_V^{\mu\nu}$ независимо выполняются уравнения

$$\nabla_\nu Q_V^{\mu\nu} = 0. \tag{8}$$

Тёмная энергия не является гравитационно-нейтральной. Заполненный тёмной энергией вакуум является гравитационно заряженным. Он создаёт ускоренное расширение Вселенной [7; 13]. В настоящей работе считаем, что тёмная энергия отсутствует, а вакуумной формой материи, заполняющей Вселенную, является гравитационно-нейтральная материя, описанная в [15]. Это находится в соответствии с нашими представлениями о том, что полный гравитационный заряд Вселенной равен нулю.

Учитывая тождество Бьянки

$$\nabla_\nu B^{\mu\nu} = 0 \tag{9}$$

(см., например, [7; 11]), заключаем, что в уравнениях (2) содержатся законы сохранения энергии-импульса. Они могут быть записаны в виде [6; 7]

$$\nabla_\nu T^{\mu\nu} = 0. \tag{10}$$

В модифицированных уравнениях ОТО (7) уравнения, описывающие законы сохранения энергии-импульса (10) не содержатся. Также, как и в случае электромагнитного поля в среде (см., например, [20]), эти уравнения при описании гравитационного поля, должны вводиться как дополнительные.

Учитывая тождество Бьянки (9), а также (8), заключаем, что уравнения (7) содержат в себе закон сохранения гравитационного заряда материи, состоящей из вещества и антивещества:

$$\nabla_\nu \left(Q^{\mu\nu} + \bar{Q}^{\mu\nu}\right) = 0. \tag{11}$$

В ранние эпохи, когда вещество и антивещество ещё были равномерно перемешаны, выполнялось равенство $Q^{\mu\nu} = -\bar{Q}^{\mu\nu}$ и динамика Вселенной определялась термодинамическими параметрами гравитационно-нейтральной вакуумной формы материи.

Модифицированные уравнения ОТО содержат в себе закон сохранения гравитационного заряда. В отличие от стандартных уравнений, они не содержат уравнений движения частиц (античастиц), а также уравнений, описывающих негравитационные поля. Для замыкания системы модифицированных уравнений ОТО необходимо дополнительно записать уравнения, описывающие рождение/уничтожение частиц и античастиц, а также уравнения, описывающие их движение. В этом смысле описание гравитационного поля становится подобным описанию электромагнитного поля в среде.

В виде примера запишем модифицированные уравнения (7) для слабых гравитационных полей.

3.5. Слабые гравитационные поля

Запишем уравнения (7), предполагая малость макроскопических скоростей частиц/античастиц, а также считая, что и само гравитационное поле является слабым. В рассматриваемом предельном случае важной является лишь компонента g_{00} метрического тензора [11, § 87]. Она может быть записана в виде

$$g_{00} = 1 + \frac{2\Phi}{c^2}, \tag{12}$$

где Φ — гравитационный потенциал.

Компоненты заряда-тока имеют вид

$$Q_\mu^\nu = \rho\, c^2 u_\mu u^\nu,\ \bar{Q}_\mu^\nu = -\bar{\rho}\, c^2 u_\mu u^\nu. \tag{13}$$

Считаем, что в нерелятивистском пределе ρ и $\bar{\rho}$ — это сумма масс покоя частиц/античастиц в единице объёма. Полагаем, что гравитационные заряды (тяжёлые массы) частиц/античастиц отличаются знаками.

Макроскопическое движение вещества/антивещества считается медленным. Вследствие этого, пренебрегаем всеми пространственными компонентами 4-скорости: $u^\alpha = \bar{u}^\alpha = 0$ ($\alpha = 1, 2, 3$). Учитывается только временная компонента $u^\mu : u^0 = \bar{u}^0 = 1$. Из всех компонент Q_μ^ν и $\bar{Q}_\mu^\nu$ остаются только лишь

$$Q_0^0 = \rho\, c^2,\ \bar{Q}_0^0 = -\bar{\rho}\, c^2. \tag{14}$$

Учитывая (14), модифицированные уравнения ОТО (7) записываем в виде

$$R_0^0 = \frac{4\pi G}{c^2}(\rho - \bar{\rho}). \tag{15}$$

При вычислении R_0^0 учитывается (см. [11, § 99]), что члены, содержащие произведения символов Кристоффеля $\Gamma_{\mu\nu}^\alpha$, во всяком случае являются величинами второго порядка малости. Члены, содержащие производные по $x^0 = c\,t$, являются малыми (по сравнению с членами с производными по пространственным координатам) как содержащие лишние степени по $1/c$. В результате находим

$$R_0^0 = R_{00} = \frac{\partial \Gamma_{00}^\alpha}{\partial x^\alpha}. \tag{16}$$

Подставляя

$$\Gamma_{00}^\alpha \approx -\frac{1}{2} g^{\alpha\beta} \frac{\partial g_{00}}{\partial x^\beta} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \Phi}{\partial x^\alpha}, \tag{17}$$

находим

$$R_0^0 = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^\alpha \partial x_\alpha} \equiv \frac{1}{c^2}\Delta\Phi. \tag{18}$$

Учитывая (15), (18), модифицированные уравнения ОТО в пределе слабых гравитационных полей записываем в виде

$$\Delta\Phi = 4\pi G(\rho - \bar{\rho}). \tag{19}$$

Для практического использования этого уравнения необходимо записать уравнения, описывающие рождение/уничтожение частиц/античастиц, а также уравнения, описывающие их движение. В следующем пункте используем модифицированные уравнения ОТО для исследования динамики однородной изотропной Вселенной.

4. КОСМОЛОГИЯ ГРАВИТАЦИОННО-НЕЙТРАЛЬНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

4.1. Общие замечания

Считаем, что полный гравитационный заряд Вселенной равен нулю и в любой момент времени полные заряды частиц и античастиц во Вселенной равны друг другу и противоположны по знаку.

Предполагаем, что в ранней Вселенной ($T \gg T_p = m_p c^2/k_B,\ m_p$ — масса протона), частицы, античастицы и излучение находились в полном термодинамическом равновесии (химическом и тепловом) и были равномерно перемешаны. Плотность гравитационного заряда была равна нулю. Пространство-время было плоским на любых масштабах. Вакуумная материя была сильно сжатой, она определяла расширение плоского пространства. Вещество, антивещество и излучение были «вморожены» в расширяющееся пространство и практически не влияли на общую динамику Вселенной. Количество частиц, античастиц и фотонов было приблизительно одинаковым. Их параметры менялись в соответствии с изменением масштаба Вселенной.

При расширении Вселенной и её остывании происходил выход частиц и античастиц из химического равновесия. Сначала из равновесия вышли D и $\bar{D}$, ν и $\bar{\nu}$, частицы и античастицы, затем p, $\bar{p}$, n, $\bar{n}$, последними e и $\bar{e}$.

Вследствие наличия электрических и гравитационных зарядов у частиц и античастиц происходило их пространственное разделение. Коллективное электромагнитное взаимодействие порождало мелкомасштабные неоднородности электрического заряда. Коллективное гравитационное взаимодействие создавало неоднородности гравитационных зарядов значительно больших масштабов.

В процессе расширения и остывания Вселенной подавляющая часть частиц античастиц проаннигилировала. При $T \approx 10^9$ К почти вся энергия обычной космической среды оказалась в излучении. Вселенная оказалась разбитой на гравитационно заряженные области вещества и антивещества [17]. В отличие от них, излучение и вакуумная форма материи во все эпохи распределены во Вселенной почти однородно. Далее используем следующие термины. Миры — области пространства, заполненные частицами (e, p, n, D). Антимиры — области пространства, заполненные античастицами $(\bar{e}, \bar{p}, \bar{n}, \bar{D})$.

В стандартной ОТО имеет место барионная асимметрия и вся современная Вселенная — это Мир. В модифицированной ОТО Вселенная гравитационно нейтральна. Ещё в ранние эпохи она распалась на бесконечное множество миров и антимиров. Наш Мир — лишь один из миров [17].

4.2. Космологические уравнения Фридмана

Рассмотрим динамику Вселенной. Считаем, что Вселенная однородна, изотропна и нестационарна. Учитываем, что метрику её пространства-времени в сопутствующей системе отсчёта можно записать в виде

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \times \\ \times \left[d\chi^2 + f(\chi)\left(\sin^2\theta\, d\phi^2 + d\theta^2\right)\right], \tag{20}$$

$$f(\chi) = \begin{cases} \chi^2, & \text{при } k = 0; \\ \sin^2\chi, & \text{при } k = 1; \\ \operatorname{sh}^2\chi, & \text{при } k = -1. \end{cases} \tag{21}$$

При $k = 0$ пространство плоское, при $k = 1$ — замкнутое сферическое, а при $k = -1$ — псевдосферическое (см., например, [7; 11]).

С учётом (20) модифицированные уравнения Эйнштейна (7) стандартным образом (см., например, [6; 7]) преобразуем в модифицированные космологические уравнения Фридмана, описывающие динамику однородной изотропной Вселенной:

$$\left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{0\,c^2}{a^2}\right) = \frac{8\pi G}{3}\left(\rho_g + \bar{\rho}_g\right) + \frac{\gamma^2 c^2}{a^2}, \tag{22}$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{0\,c^2}{a^2} = \frac{\gamma^2 c^2}{a^2}. \tag{23}$$

При записи этих уравнений учтено, что влияние давлений частиц/античастиц на динамику Вселенной в интересующие нас эпохи не является существенным. Учитываем также, что, кроме обычной материи, Вселенную заполняет ещё и гравитационно-нейтральная вакуумная форма материи. Её параметры определяются формулами [15]

$$\varepsilon_V = \frac{3c^4}{8\pi G}\frac{\gamma^2}{a^2}, \quad P_V = -\frac{1}{3}\varepsilon_V, \tag{24}$$

где γ — универсальная постоянная, значение которой может быть найдено в процессе применения теории.

На достаточно больших масштабах Вселенная однородна изотропна, а плотность гравитационного заряда $\rho_g + \bar{\rho} = 0$. В этом случае модифицированные уравнения Фридмана (22), (23) принимают вид

$$\ddot{a} = 0, \ \dot{a}^2 = \gamma^2 c^2. \tag{25}$$

Применение теории показывает, что для того чтобы она правильно объясняла наблюдения, необходимо предполагать, что Вселенная является открытой.

Решение уравнений (25) с граничными условиями:

$$a(t_0) = a_0,\ \dot{a}(t_0) = H_0 a_0, \qquad (26)$$

где t_0 — возраст Вселенной, H_0 — постоянная Хаббла, имеет вид

$$a(t) = \gamma\, c\, t,\ t_0 = H_0^{-1}. \qquad (27)$$

Значок «0» здесь и далее относится к величинам, определяющим состояние современной Вселенной. Согласно (27), имеет место равномерное расширение Вселенной. Оно обусловлено гравитационно-нейтральной вакуумной формой материи, параметры которой определяются формулами (24).

Космологическая модель, описываемая уравнением (27), названа, в силу её простоты, авторами [21] S-моделью (S — Simple). В отличии от [21], идея, используемая для обоснования «законности» S-модели, является более физичной.

5. ОБЪЯСНЕНИЕ НАБЛЮДЕНИЙ

5.1. Время жизни Вселенной

В S-модели время жизни Вселенной t_0 определяется значением постоянной Хаббла H_0. Оно в точности равно H_0^{-1}. При $H_0 \approx 70$ км/с Мпс, $t_0 \approx 14 \cdot 10^9$ лет. Если $H_0 \approx 65$ км/с Мпс, то $t_0 \approx 15 \cdot 10^9$ лет. Эти оценки находятся в согласии с современными представлениями о времени жизни Вселенной [7; 8].

В послеаннигиляционный период температура излучения $T(t)$ и характерный масштаб $a(t)$ связаны соотношением

$$T(t) \cdot a(t) = T_0 \cdot a_0. \qquad (28)$$

Из (27), (28) находим время, в которое достигается температура T:

$$t = t_0 \frac{T_0}{T}. \qquad (29)$$

Согласно современным данным (см., например, [7]), $T_0 \approx 2,725$ K.

5.2. Зависимость «звёздная величина – красное смещение»

Одним из эффективных способов проверки правильности космологической модели считается способ, основанный на сравнении теоретически рассчитанной в рамках модели и наблюдаемой зависимости «видимая звёздная величина – красное смещение» для объектов, имеющих определённую абсолютную светимость, [6; 22; 23].

Формула, описывающая эту зависимость, имеет вид

$$\begin{aligned}(m - M)(z) = 5 \lg \left[(1+z)\bar{r}(z)\right] + \\ + 5 \lg \left(c H_0^{-1}\right),\end{aligned} \qquad (30)$$

где

$$\bar{r}(z) = \frac{r(z)}{c H_0^{-1}},\quad m = -2,5 \lg E + \text{const},$$

$$M = -2,5 \lg E_1 + \text{const},$$

$$E = \frac{L}{4\pi r^2(z)(1+z)^2},\quad E_1 = \frac{L}{4\pi l_0^2},$$

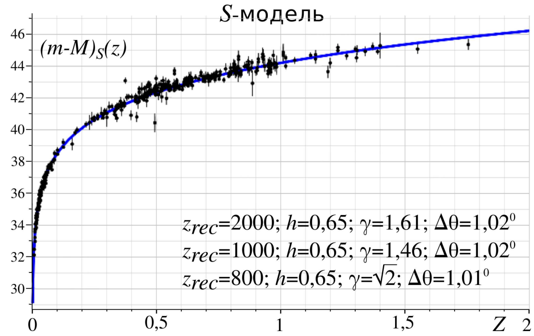
L — абсолютная светимость наблюдаемого объекта, имеющего красное смещение z; $r(z)$ — фотометрическое расстояние до этого объекта; $l_0 = 10$ пс (подробности см., например, в [6; 21]).

Формула, определяющая фотометрическое расстояние $r(z)$, в S-модели имеет вид [21]

$$r(z) = c H_0^{-1} \gamma\, \text{sh} \left[\frac{1}{\gamma} \ln(1+z)\right]. \qquad (31)$$

Используя (30), (31), рассчитываем зависимость $(m - M)(z)$ в S-модели. На рисунке приведены графики зависимости $(m - M)(z)$, рассчитанные в рамках S-модели для нескольких значений её параметров.

Как видно из рисунка, значения константы γ, при которых S-модель хорошо описывает наблюдательные данные по сверхновым типа Ia, лежат в области $1,4 \div 1,5$. Это означает, что количество вакуумной формы материи, обеспечивающее необходимую скорость расширения Вселенной, раза в два больше, чем это следует из стандартных уравнений Фридмана.



Зависимость $(m-M)(z)$ в S-модели. Экспериментальные точки взяты из [24; 25]. Сплошная кривая рассчитана в S-модели для $h = 0,65$. Приведены значения угла $\Delta\theta$ для различных значений z_{rec} и γ

5.3. Анизотропия реликтового излучения

Наблюдения тонкой структуры реликтового излучения показывает, что на его равномерном фоне имеются незначительные отклонения (см., например, [26]). Они являются свидетельством существования неоднородностей в распределении видимой материи. В современной космологии считается, что эти неоднородности явились зародышами галактик и их скоплений [6; 7]. В рамках модифицированной ОТО есть основания считать, что наблюдаемые при $z \approx 1000$ яркие пятна на фоне реликтового излучения, имеющие угловые размеры $1^\circ \pm (1 \div 2)\%$, являются выделившимися ещё раньше (при $z \approx 10^9$) мирами и антимирами (подробности в [17]).

Считается, что наблюдаемые пятна соответствуют эпохе рекомбинации, для которой красное смещение $z_{rec} \approx 1000$ (см., например, [7]). Возможно, что эпоха рекомбинации имела место при значениях красных смещений z несколько больших, чем это принято считать. Такое впечатление складывается, если посмотреть на графики зависимости степени ионизации водород-гелиевой плазмы от температуры. При температурах $T \approx 3000$ K степень ионизации очень маленькая (см., например, [27]).

Моменту рекомбинации в S-модели соответствует возраст Вселенной:

$$t_{rec} = H_0^{-1}/(1+z_{rec}) \qquad (32)$$

Так как $H_0^{-1} \approx 14 \cdot 10^9$ лет, а $z_{rec} \approx 1000$, то $t_{rec} \approx 14 \cdot 10^6$ лет.

Предполагая, что миры и антимиры выделились в расширяющейся Вселенной ещё при $z \approx 10^9$ и «вморожены» в равномерно расширяющееся пространство, заключаем, что их линейный размер при $z = z_{rec}$ был равным

$$d = \gamma\, c\, t_{rec}. \qquad (33)$$

Формула, определяющая угол $\Delta\theta$, под которым виден объект, имеющий линейный размер d и красное смещение z, в радианах, имеет вид [7, § 4.7]

$$\Delta\theta = \frac{d(1+z)}{r(z)}. \qquad (34)$$

В этой формуле $r(z)$ — фотометрическое расстояние до наблюдаемого объекта. Оно определяется формулой (31).

В S-модели $t_{rec}(1+z_{rec}) = H_0^{-1}$, поэтому угол $\Delta\theta$, определяемый в градусах, можно записать в виде

$$\Delta\theta = \frac{\gamma \cdot 180}{\bar{r}(z_{rec})\,\pi}. \qquad (35)$$

Учитывая (31), (35), находим, что в S-модели $\Delta\theta \approx 1^\circ$, если значение параметра γ лежит в области значений $1,4 \div 1,5$. При этих значениях параметра γ модель равномерно расширяющейся Вселенной хорошо описывает также и наблюдаемую зависимость «видимая звёздная величина – красное смещение» для сверхновых типа Ia в области красных смещений (см. рисунок). Значение параметра γ, при котором наблюдения и расчёты согласуются, зависят от принимаемого значения z_{rec}. Полагаем, что опыт применения модифицированной теории гравитации для объяснения широкого спектра наблюдательных данных, позволит высказать более определённые суждения о значениях параметров γ и z_{rec}.

6. НАБЛЮДАЮТСЯ ЛИ МИРЫ И АНТИМИРЫ?

Обычно, идеи обнаружения антивещества основаны на регистрации продуктов аннигиляции (см., например, [6–8]). Приведём лишь две из них.

Предполагают, что миры и антимиры могут сближаться и сталкиваться. Считают, что области интенсивной аннигиляции, на границе вещество—антивещество, должны быть мощными источниками γ-излучения, но, по-видимому, они не наблюдаются.

Обсуждается идея обнаружения мощных точечных источников антинейтрино при $z \leq 2$. Например, полагают, что при вспышке антисверхновой количества выделяющихся антинейтрино $\approx 10^{57}$ штук $(e^+ + \bar{p} \to \bar{n} + \bar{\nu}_e)$. Чувствительности нейтринных телескопов уже сейчас достаточно для наблюдения взрывов антисверхновых на расстояниях $z \leq 2$. Но их пока также не наблюдают.

Описанные выше идеи, лежащие в основе поиска антимиров, основаны на представлениях стандартной ОТО, а они могут быть неправильными.

Согласно модифицированной ОТО, антимиры и миры вовсе не стремятся сближаться и сталкиваться. Нет также оснований считать, что антимиры находятся на расстояниях $z \leq 2$. Согласно сценарию эволюции Вселенной, развиваемой в рамках модифицированной ОТО, расслоение Вселенной на миры и антимиры произошло при $z \approx 10^9$ [17]. Они «вморожены» в равномерно расширяющееся пространство. Их характерный современный размер приблизительно $14 \cdot 10^9$ световых лет. Всё что наблюдают астрономы, кроме реликтового излучения, приходит из нашего Мира, а он состоит из вещества. Отсутствие антивещества в нашем Мире, согласно модифицированной ОТО, связано не с барионной асимметрией, а с процессами разделения вещества и антивещества в ранней Вселенной и её общей динамикой.

Полагаем, что уже более пятнадцати лет астрономы наблюдают миры и антимиры. Ими, по нашему мнению, являются относительно яркие пятна на почти однородном реликтовом фоне, имеющие характерный угловой размер 1°.

7. ЗАМЕЧАНИЯ

В настоящей работе ограничились приложением предлагаемой модификации ОТО к изучению эволюции однородной изотропной Вселенной. В тоже время отметим, что предлагаемая модификация ОТО имеет область применимости не меньшую, чем стандартная ОТО. Очевидно, что их предсказания будут существенно различаться в задачах, для которых важны процессы рождения уничтожения частиц античастиц, а также в случаях, когда заметная часть энергии космической среды сосредоточена в излучении.

Исследование проводилось в рамках механики сплошной среды. В связи с идеей о гравитационных зарядах, важной является задача их определения для отдельных частиц и античастиц. В настоящей работе эта задача не обсуждалась.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дирак, П. Принципы квантовой механики. М. : Наука, 1979.
2. Окунь, Л. Б. Физика элементарных частиц. М. : Наука, 1988.
3. Берестецкий, В. Б. Релятивистская квантовая теория : в 2 т. Т. 1 / В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. М. : Наука, 1968.
4. Лифшиц, Е. М. Релятивистская квантовая теория : в 2 т. Т. 2 / Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. М. : Наука, 1971.
5. Бояркин, О. М. Введение в физику элементарных частиц. М. : Наука, 2008.
6. Зельдович, Я. Б. Строение и эволюция Вселенной / Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. М. : Наука, 1975.
7. Горбунов, Д. С. Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего большого взрыва / Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков. М. : ЛКИ, 2008.
8. Горбунов, Д. С. Введению в теорию ранней Вселенной. Космологические возмущения. Инфляционная теория / Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков. М. : КРАСАНД, 2010.
9. Рубаков, В. А. Электрослабое несохранение барионного числа в ранней Вселенной и в столкновениях частиц при высоких энергиях / В. А. Рубаков, М. Е. Шапошников // УФН. 1996. Т. 166, № 5. С. 493–537.
10. Эйнштейн, А. Основы общей теории относительности // Собр. науч. тр. : в 4 т. Т. 1. М. : Наука, 1965.
11. Ландау, Л. Д. Теория Поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М. : Наука, 1988.

12. Мизнер, Ч. Гравитация : в 3 т. / Ч. Мизнер, К. Торн, Д. Уиллер. М. : Мир, 1977.
13. Чернин, А. Д. Тёмная материя и всемирное антитяготение // УФН. 2008. Т. 178, № 3. С. 267–300.
14. Глинер, Э. Б. Раздувающаяся Вселенная и вакуумоподобное состояние физической среды // УФН. 2002. Т. 172, № 2. С. 221–228.
15. Клименко, А. В. Вакуумные формы материи / А. В. Клименко, В. А. Клименко // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 72–77.
16. Клименко, А. В. Частицы, античастицы и гравитация. Антитяготение / А. В. Клименко, В. А. Клименко // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 78–88.
17. Клименко, А. В. Миры и Антимиры / А. В. Клименко, В. А. Клименко // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 100–109.
18. Roll, P. G. The equivalence of inertial and passive gravitational mass / P. G. Roll, R.K̃rotkov, R. H. Dicke // Annals of Physics. 1964. № 26. P. 442–517.
19. Брагинский, В. Б. Эквивалентность инертной и гравитационной масс / В. Б. Брагинский, В. И. Панов // УФН. 1971. Т. 105, № 4.
20. Ландау, Л. Д. Электродинамика сплошных сред / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М. : Наука, 1982.
21. Клименко, А. В. О равномерном расширении Вселенной / А. В. Клименко, В. А. Клименко, А. М. Фридман // Астрон. журн. 2010. Т. 87, № 10. С. 947–966.
22. Perlmutter, S. Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae / S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber et al. // Astroph. J. 1999. Vol. 517, № 2. P. 565–586.
23. Riess, A. G. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant / A. G. Riess, A. V. Filippenko, P. Challis et al. // Astron. J. 1998. Vol. 116, № 3. P. 1009.
24. Astier, P. The Supernova Legacy Survey: measurement of Ω_M, Ω_Λ and w from the first year data set / P. Astier, J. Guy, N. Regnault et al. // Astron. and Astrophys. 2006. Vol. 447, № 1. P. 31–48.
25. Riess, A. G. New Hubble Space Telescope Discoveries of Type Ia Supernovae at $z \geq 1$: Narrowing Constraints on the Early Behavior of Dark Energy / A. G. Riess, L.-G. Strolger, S. Casertano et al. // Astrophys. J. 2007. Vol. 659, № 1. P. 98.
26. Hinshaw, G. Three-year wilkinson microwave anisotropy probe (WMAP) observations: implications for cosmology / G. Hinshaw, M. R. Nolta, C. L. Bennet et al. // Astrophys. J. Suppl. 2007. Vol. 170, № 2. P. 377–408.
27. Арцимович, Л. А. Управляемые термоядерные реакции. М. : Физматгиз, 1963.

Вестник Челябинского государственного университета. 2013. №19 (310)
Физика. Вып. 17. С. 100–109

А. В. Клименко, В. А. Клименко

МИРЫ И АНТИМИРЫ

В рамках модифицированной теории гравитационного поля, учитывающей различие знаков гравитационных зарядов частиц и античастиц, показано, что в процессе эволюции первоначально однородной изотропной гравитационно-нейтральной Вселенной происходит её расслоение на области, состоящие из частиц (миры), и области, состоящие из античастиц (антимиры).

Высказана гипотеза о том, что уже более пятнадцати лет астрономы наблюдают миры и антимиры. Ими, по мнению авторов, являются объекты, наблюдаемые как относительно яркие пятна на почти однородном фоне реликтового излучения, имеющие характерный угловой размер один градус.

Ключевые слова: *космология, частицы, античастицы, тяготение, антитяготение, миры, антимиры.*

1. ВВЕДЕНИЕ

Вопрос о структурах Вселенной, их зарождении и эволюции является одним из центральных в современной космологии [1–4].

В настоящей работе рассмотрен один из возможных механизмов зарождения структур во Вселенной. В его основе лежит предполагаемое различие гравитационных зарядов частиц и античастиц [5; 6].

Наблюдения тонкой структуры реликтового излучения показывает, что на его равномерном фоне имеются незначительные отклонения яркости.

Наблюдаются пятна. Они имеют характерный угловой размер равный одному градусу. Амплитуда флуктуаций температуры реликтового излучения, обусловленная наличием этих пятен, составляет $\delta T_{rad}/T_{rad} \lesssim 10^{-5} \div 10^{-4}$ (см., например, [2; 4; 7; 8]).

Учитывая этот наблюдательный факт, считают, что уже в эпоху рекомбинации в космической среде существовали возмущения плотности и температуры. Их амплитуда была порядка $10^{-5} \div 10^{-4}$ [2; 4; 7; 8]. В космологии полагают, что существующие в современной Вселенной структуры (галактики и их скопления), возникли в результате эволюции этих малых неоднородностей (см., например, [1–3]).

Современные теории, описывающие развитие неоднородностей, основаны на расчёте эволюции возмущений при заданных начальных условиях. Известная неопределённость этих теорий заключается в выборе начальных возмущений. Этот выбор в значительной степени является произвольным. Например, в фундаментальной монографии [1, гл. 14] отмечается следующее: «Чем обусловлено возникновение первичных возмущений, каков их характер — об этом существуют только смутные догадки».

В связи с неопределённостью в знании начальных возмущений, рассматриваются различные гипотезы о них. Возможно, наиболее проработанным является вариант адиабатических возмущений, основанный на гипотезе о потенциальных начальных возмущениях [1; 2]. Интересной является гипотеза о первичной турбулентности космической среды и развитая на её основе теория вихревых возмущений космической среды (см., например, [9]). В основе рассматриваемых исследований лежит стандартная общая теория относительности (ОТО).

Красивой является идея Омнеса о зарядово-симметричном мире и начальных возмущениях, связанных с его распадом на области вещества и антивещества. В последнее время она обсуждается редко. Полагают, что эту идею трудно обосновать в рамках стандартной ОТО и она не подтверждается наблюдениями [1; 2]. В [1] отмечается, что при всей красоте замысла теория Омнеса о зарядово-симетричной Вселенной встречается с такими трудностями, которые заставляют отказаться от предлагаемой им картины эволюции Вселенной.

Отметим некоторые из этих трудностей, которые, как полагают, «убивают» идею о симметрии Вселенной по частицам и античастицам. Согласно расчётам в рамках стандартной ОТО, ещё в ранней Вселенной, весь симметричный мир пар частиц–античастиц должен был проаннигилировать. В стандартной космологической модели (ΛCDM) совершенно исключена возможность «выживания» позже, чем через 10^{-3} секунды после «Большого взрыва» заметного количества антивещества (см., например [1; 3]).

Главный недостаток теории Омнеса видим в отсутствии механизма роста областей занятых частицами и античастицами (см., например, [1, гл. 22]). Эта теория основана на стандартной теории гравитации, не различающей частицы и античастицы. В ней отсутствует регулярный механизм разделения частиц и античастиц.

В современной космологии считается, что наблюдаемая Вселенная состоит из «лишних» барионов, возникших в ранней Вселенной. Предполагают, что ещё в ранней Вселенной спонтанно возникло нарушение барионной симметрии. На каждый миллиард пар барионов и антибарионов возник приблизительно один «лишний» барион (см., например, [1; 3; 10]).

В работах [5; 6] высказано сомнение в правильности основополагающей гипотезы стандартной теории ОТО о том, что гравитация не различает частицы и античастицы. В этих работах содержится гипотеза о том, что источником гравитационного поля являются гравитационные заряды и токи. Согласно этой гипотезе, гравитационные заряды частиц и античастиц отличаются знаком. При этом одноимённые гравитационные заряды притягиваются, а разноимённые отталкиваются. В [5] считается, что фотоны являются для себя античастицами, их гравитационный заряд равен нулю, и поэтому излучение является гравитационно нейтральным. В [6] предполагается, что у фотона есть античастица и она отлична от него. Считается, что в целом во Вселенной излучение содержит равное количество частиц и античастиц и является гравитационно-нейтральным.

В настоящей работе показано, что красивая идея о возникновении структур в результате распада Вселенной на миры и антимиры в рамках модифицированной ОТО [5; 6] находит естественное обоснование. Показано, что распад Вселенной на миры и антимиры происходит в результате действия регулярного механизма. Он обусловлен различием знаков гравитационных зарядов частиц и античастиц. Одноимённые заряды притягиваются, а разноимённые отталкиваются. Это и является фактором роста неоднородностей гравитационных зарядов во Вселенной.

В работе используем следующие термины. Миры и антимиры — области пространства, заполненные частицами и античастицами, соответственно. Согласно стандартной ОТО, имеет место барионная асимметрия и вся современная Вселенная — это Мир. В настоящей работе показано, что если идея о различии гравитационных зарядов частиц и античастиц является правильной, то ещё в ранние эпохи Вселенная естественным образом распалась на бесконечное множество миров и антимиров. Наш Мир — лишь один из миров.

В рамках модели Вселенной нейтральной не только по электрическому, но и по гравитационному зарядам, проблема начальных возмущений рассматривается без каких-либо произвольных предположений. Считаем, что начальными возмущениями являются тепловые флуктуации космической среды. Это снимает неопределённость в задании начальных условий, имеющую место в других теориях возникновения структур во Вселенной.

2. КАЧЕСТВЕННЫЕ СООБРАЖЕНИЯ О РАССЛОЕНИИ ВСЕЛЕННОЙ НА МИРЫ И АНТИМИРЫ

Считаем, что космическая среда состоит из трех компонент: вакуумной формы материи, вещества и антивещества. Современный состав вещества: электроны (e) протоны (p), нейтроны (n), нейтрино (ν_e, ν_μ, ν_τ), слабовзаимодействующие «тёмные частицы» ($\mathcal{D}$) (D — dark), фотоны (γ). Природа слабо взаимодействующих $\mathcal{D}$-частиц в настоящее время не вполне понятна [2; 3]. Считаем, что Вселенная симметрична по частицам и античастицам. Состав античастиц: $\bar{e}, \bar{p}, \bar{n}, \bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau, \bar{\mathcal{D}}, \bar{\gamma}$. Учитываем, что во Вселенной может существовать большое количество нестабильных частиц (античастиц), но их влияние на её динамику несущественно.

В работе не учитываем тёмную энергию. Полагаем, что вакуумной формой материи является гравитационно-нейтральная материя, описанная в [11]. Уравнение состояние этой материи $P_V = -(1/3)\varepsilon_V$.

При температурах значительно больших, чем пороговая для рождения $\mathcal{D}$, $\bar{\mathcal{D}}$, p, $\bar{p}$, n и $\bar{n}$ частиц ($T >> 10^{13}\,K$) во Вселенной с высокой скоростью шли реакции их рождения и уничтожения. В ранней Вселенной их было более чем на девять—десять порядков больше, чем частиц $\mathcal{D}$, p и n в современной Вселенной.

Изначально космическая среда была неоднородной. В ней существовали тепловые флуктуации. Их амплитуда была разной для различных масштабов. В объёмах, содержащих n частиц/античастиц, начальная амплитуда тепловых флуктуаций $\delta n/n$ была на уровне $\sim 1/\sqrt{n}$ [12]. В расширяющейся Вселенной действовал механизм, обеспечивающий регулярный рост этих флуктуаций. Он был обусловлен различием знаков гравитационных зарядов у частиц и античастиц. Согласно теории гравитации [5; 6], различающей частицы и античастицы, механизм расслоения первоначально равномерно перемешанных в ранней Вселенной частиц и античастиц состоял в следующем. Начальные тепловые флуктуации плотности вещества создавали вокруг себя локальные гравитационные поля. Они притягивали в эти флуктуации частицы и выталкивали из них античастицы. Это создавало регулярный рост рассматриваемых флуктуаций. Симметричный процесс имел место в флуктуациях повышенной плотности антивещества. Эти флуктуации втягивали античастицы и выталкивали частицы. Рост флуктуаций вещества и антивещества в гравитационно-нейтральной расширяющейся Вселенной происходил до тех пор, пока в результате её охлаждения не началась интенсивная аннигиляция вещества и антивещества. К началу эпохи аннигиляции барионов/антибарионов амплитуда флуктуаций плотности вещества и антивещества, обусловленная различием их концентраций, достигала в объёмах, содержащих $\approx 10^{88}$ частиц/античастиц, значений $\delta\rho/\rho \sim \delta\bar{\rho}/\bar{\rho} \lesssim 10^{-10} \div 10^{-9}$. Она была малой, но на много порядков больше, чем амплитуда первоначальных тепловых флуктуаций. После завершения аннигиляции в флуктуациях «выжили» лишь незначительные избытки частиц над античастицами и античастиц над частицами, имевшиеся в флуктуациях на начало эпохи аннигиляции. Расширяющаяся Вселенная распалась на зародыши миров и антимиров. Подавляющая часть барионов и антибарионов, имевшихся до аннигиляции, проанигилировала и превратилась в излучение и слабовзаимодействующие нейтрино.

Эпохи эволюции Вселенной удобно характеризовать величиной красного смещения z, соответствующего им. Формула

$$z = (a_0/a) - 1$$

определяет красное смещение эпохи (см., например, [1]). Здесь a_0 — масштаб современной Вселенной, а a — её масштаб в рассматриваемую эпоху. Эпохе интенсивной аннигиляции барионов/антибарионов $T \simeq 3 \cdot 10^{12}$ соответствует красное смещение $z_a \approx 10^{12}$.

После завершения аннигиляции электронно-позитронных пар в эпоху $z \lesssim 10^9$ Вселенная окончательно распалась на миры и антимиры, погруженные в почти однородную, равномерно расширяющуюся релятивистскую компоненту космической среды.

3. УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ МАЛЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ В НЬЮТОНОВСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

В рамках модифицированной гравитации [5; 6], исследуем линейную стадию развития неустойчивости, в результате которой Вселенная распалась на миры и антимиры.

Считаем, что в отсутствии возмущений гравитационное поле отсутствует. Вещество и антивещество равномерно перемешаны. Имеет место равномерное расширение Вселенной [5]. Динамику возмущений изучаем в сопутствующей системе отсчёта. В силу малости возмущений исследование проводим в ньютоновском приближении. В этом приближении, уравнение, описывающее гравитационное поле [5; 6], принимает вид

$$\Delta\Phi = 4\pi G(\rho - \bar{\rho}), \tag{1}$$

где ρ и $\bar{\rho}$ — плотности гравитационных зарядов вещества и антивещества, соответственно; Φ — гравитационный потенциал; $G \simeq 6,67 \cdot 10^{-8}$ см^3/с^{2}г — гравитационная постоянная.

Рассматриваем эпоху, в которую процессы рождения и уничтожения барионов/антибарионов ещё в точности уравновешивали друг друга. Это имело место при температурах больших, чем 10^{13} K. Для этой эпохи уравнения, описывающие сохранение гравитационных зарядов для вещества и антивещества, запишутся в виде

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + div(\rho\vec{u}) = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial t} + div(\bar{\rho}\vec{w}) = 0, \tag{3}$$

где $\vec{u}$ и $\vec{w}$ — поля скоростей для вещества и антивещества, соответственно.

Вещество и антивещество рассматриваем как две взаимопроникающие жидкости. Полагаем, что гравитационные массы частиц и античастиц различаются знаком. С учётом этих предположений уравнения движения для вещества и антивещества записываем в виде

$$\begin{gathered}\frac{\partial\vec{u}}{\partial t} + (\vec{u}\nabla)\vec{u} = \\ -\frac{1}{\rho}\nabla P - \nabla\Phi - \nu(\vec{u} - \vec{w}),\end{gathered} \tag{4}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial\vec{w}}{\partial t} + (\vec{w}\nabla)\vec{w} = \\ -\frac{1}{\bar{\rho}}\nabla P + \nabla\Phi - \nu(\vec{w} - \vec{u}),\end{gathered} \tag{5}$$

где P — давление в космической среде, ν — эффективная частота столкновений частиц и античастиц. Как будет видно из дальнейшего, трение между противотоками частиц и античастиц существенно влияет на процесс расслоения космической среды во Вселенной на миры и антимиры, вследствие этого, оно учитывается.

Уравнения (1)–(5) используем для исследования неустойчивости расширяющейся гравитационно-нейтральной космической среды. Исследование неустойчивости проводим в линейном приближении.

В [5] рассмотрена динамика однородной изотропной гравитационно-нейтральной Вселенной. Показано, что имеет место её равномерное расширение. Изменение масштаба Вселенной $a(t)$ описывается уравнением

$$a(t) = \gamma ct, \tag{6}$$

где γ — некоторый универсальный параметр, c — скорость света. Имеет место хаббловское расширение Вселенной. Параметр Хаббла

$$H(t) = \frac{1}{a}\frac{da}{dt} = \frac{1}{t}. \tag{7}$$

Невозмущенное хаббловское расширение может быть описано и в рамках уравнений (1)–(5). Из этих уравнений следует, что для невозмущенных параметров выполняются соотношения

$$\begin{gathered}\rho_0(t) = \bar{\rho_0}(t), \quad \nabla\rho_0 = \nabla\bar{\rho_0} = 0, \\ \nabla P_0 = 0, \quad \vec{u_0}(t) = \vec{w_0}(t) = H(t)\,\vec{r}.\end{gathered} \tag{8}$$

Используя (8), из (1)–(5) находим

$$\frac{d\rho_0}{dt} + 3H(t)\rho_0 = 0, \tag{9}$$

$$\frac{dH}{dt} + H^2 = 0. \tag{10}$$

Интегрируя (9), (10), получаем

$$\begin{gathered}\rho_0\, a^3 \sim \rho_0\, t^3 = \mathrm{const}, \\ H(t) = \frac{1}{t}, \; a(t) = \gamma\, c\, t.\end{gathered} \tag{11}$$

Предположим, что на расширяющуюся космическую среду, состоящую из равномерно перемешанных вещества и антивещества, наложено малое возмущение. Однородное, но переменное во времени значение f_0 любого из параметров космической среды получает возмущение f_1.

Легко показать, что в линейном приближении по возмущениям уравнения (1)–(5) могут быть записаны в виде

$$\Delta\Phi_1 = 4\pi G\rho_0(\delta\rho - \delta\bar{\rho}), \tag{12}$$

$$\frac{\partial\delta\rho}{\partial t} + H\vec{r}\nabla(\delta\rho) + \nabla\vec{u_1} = 0, \tag{13}$$

$$\frac{\partial\delta\bar{\rho}}{\partial t} + H\vec{r}\nabla(\delta\bar{\rho}) + \nabla\vec{w_1} = 0, \tag{14}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial\vec{u_1}}{\partial t} + H\vec{u_1} + H(\vec{r}\nabla)\vec{u_1} = \\ = -\, u_s^2\nabla\delta\rho - \nabla\Phi - \nu(\vec{u_1} - \vec{w_1}),\end{gathered} \tag{15}$$

$$\begin{gathered}\frac{\partial\vec{w_1}}{\partial t} + H\vec{w_1} + H(\vec{r}\nabla)\vec{w_1} = \\ = -\, u_s^2\nabla\delta\bar{\rho} + \nabla\Phi - \nu(\vec{w_1} - \vec{u_1}).\end{gathered} \tag{16}$$

Использованы обозначения

$$\delta\rho = \rho_1/\rho_0,\ \delta\bar{\rho} = \bar{\rho_1}/\rho_0. \tag{17}$$

Аналогичные уравнения для случая однородной расширяющейся космической среды, состоящей лишь из вещества, хорошо известны. Они записаны, например, в [1] и [3]. Впервые задача о малых возмущениях в однородной изотропной расширяющейся Вселенной в ньютоновском приближении рассматривалась Боннором [13]. Если в (12)–(16) положить $\delta\bar{\rho} = 0$, $\bar{w_1} = 0$, то получим уравнения, приведённые, например, в [1] и [3] и описывающие задачу Боннора. Наше рассмотрение является более общим. Оно учитывает отличие гравитационных зарядов частиц и античастиц. Именно вследствие различия знаков гравитационных зарядов частиц и античастиц в ранней Вселенной существовал регулярный механизм расслоения Вселенной на миры и антимиры.

Система (12)–(16) является системой линейных уравнений в частных производных с коэффициентами, зависящими от времени. Считаем, как это обычно предполагается (см., например, [1; 3]), что вследствие расширения Вселенной, происходит изменение длин волн, составляющих возмущение, и они меняются подобно её масштабу $a(t)$. Учитывая это, для решения системы (12)–(16) используем преобразование [1–3]:

$$f_1(\vec{r}, t) = f_{1\vec{k}}(t)\exp\left(i\frac{\vec{k}\vec{r}}{a(t)}\right). \tag{18}$$

Это преобразование позволяет заменить операторы дифференцирования по пространственным переменным на алгебраические операции и получить систему линейных обыкновенных дифференциальных уравнений для Фурье-амплитуд $f_{\vec{k}}(t)$. Учитывая (18), из (12)–(16) получаем

$$k^2\Phi_1 = -4\pi G\rho_0 a^2(\delta\rho - \delta\bar{\rho}), \tag{19}$$

$$\frac{d\delta\rho}{dt} + i\frac{\vec{k}}{a}\vec{u_1} = 0, \tag{20}$$

$$\frac{d\delta\bar{\rho}}{dt} + i\frac{\vec{k}}{a}\vec{w_1} = 0, \tag{21}$$

$$\begin{gathered}\frac{d\vec{u_1}}{dt} + H\vec{u_1} + \\ + i\frac{\vec{k}}{a}(u_s^2\delta\rho + \Phi_1) + \nu(\vec{u_1} - \vec{w_1}) = 0,\end{gathered} \tag{22}$$

$$\begin{gathered}\frac{d\vec{w_1}}{dt} + H\vec{w_1} + \\ + i\frac{\vec{k}}{a}(u_s^2\delta\bar{\rho} - \Phi_1) + \nu(\vec{w_1} - \vec{u_1}) = 0.\end{gathered} \tag{23}$$

В уравнениях (19)–(23) значок $\vec{k}$ в обозначениях фурье-амплитуд для того, чтобы не загромождать запись индексами, опущен.

Используя (19)–(23), получаем систему уравнений, определяющих эволюцию возмущений плотности вещества и антивещества. Они могут быть записаны в виде

$$\begin{gathered}\frac{d^2\delta\rho}{dt^2} + 2H\frac{d\delta\rho}{dt} + \nu\left(\frac{d\delta\rho}{dt} - \frac{d\delta\bar{\rho}}{dt}\right) + \\ + \left(\frac{k^2u_s^2}{a^2} - 4\pi G\rho_0\right)\delta\rho + 4\pi G\rho_0\,\delta\bar{\rho} = 0,\end{gathered} \tag{24}$$

$$\begin{gathered}\frac{d^2\delta\bar{\rho}}{dt^2} + 2H\frac{d\delta\bar{\rho}}{dt} + \nu\left(\frac{d\delta\bar{\rho}}{dt} - \frac{d\delta\rho}{dt}\right) + \\ + \left(\frac{k^2u_s^2}{a^2} - 4\pi G\rho_0\right)\delta\bar{\rho} + 4\pi G\rho_0\,\delta\rho = 0.\end{gathered} \tag{25}$$

В рассматриваемой нами задаче, вещество и антивещество входят симметрично.

В сопутствующей системе отсчёта скорости их движения в гравитационном поле в каждой точке равны по величине, но противоположны по направлению. Вследствие этого, сколько частиц приходит в некоторый объём, ровно столько же античастиц из него уходит, и наоборот. Меняется в пространстве и времени соотношение между количеством частиц и античастиц. В тоже время суммарная концентрация частиц и античастиц меняется лишь во времени. Это изменение связано с расширением Вселенной. Учитывая вышесказанное, считаем, что до тех пор, пока вещество и антивещество находятся в локальном термодинамическом равновесии, выполняются соотношения

$$\vec{u_1} = -\vec{w_1}, \ \delta\bar{\rho} = -\delta\rho, \ \nabla P = 0. \qquad (26)$$

Согласно (26), изменение возмущений плотности в веществе и антивеществе происходит согласованно. Возмущения давления в рассматриваемый период отсутствуют. Они в космической среде возникли позже, в эпоху интенсивной аннигиляции.

С учётом соотношений (26) система уравнений (24), (25) сводится к одному. Оно имеет вид

$$\frac{d^2\delta\rho}{dt^2} + 2H\frac{d\delta\rho}{dt} + 2\nu\frac{d\delta\rho}{dt} - 8\pi G\rho_0\,\delta\rho = 0. \quad (27)$$

Используем это уравнение для анализа роста флуктуаций плотности барионов/антибарионов в ранней Вселенной.

4. РОСТ ВОЗМУЩЕНИЙ В РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ

Идея проводимого в настоящей работе исследования заключается в следующем. Считаем, что при наличии флуктуаций плотности $\delta\rho$ и $\delta\bar{\rho}$, в остывающей Вселенной, при температурах ниже чем $3 \cdot 10^{12}$ K, не все барионы/антибарионы имели возможность проаннигилировать. В флуктуациях где был избыток частиц ($\delta\rho > 0$) остались «лишние» барионы, и наоборот, в флуктуациях, где $\delta\bar{\rho} > 0$, остались «лишние» антибарионы. Соотношение между количеством барионов/антибарионов, не проаннигилировавших в рассматриваемых флуктуациях, к количеству фотонов в них приблизительно равно значению $\delta\rho$ в эпоху $T \simeq 3 \cdot 10^{12}$ K.

В рамках уравнения (27) исследуем принципиальную возможность роста $\delta\rho$ и $\delta\bar{\rho}$ в ранней Вселенной при температурах $T \gtrsim 3 \cdot 10^{12}\, textK$ до уровня 10^{-9}. Предполагаем, что начальный уровень возмущений $\delta\rho(0)$ и $\delta\bar{\rho}(0)$ был на много порядков меньше, чем 10^{-9}. Считаем,что флуктуации $\delta\rho(0)$ и $\delta\bar{\rho}(0)$ имели тепловое происхождение. Интересуемся флуктуациями содержавшими приблизительно $n_0 \approx 10^{88}$ частиц/античастиц. В этом случае начальный уровень возмущений $\delta\rho(0)$ и $\delta\bar{\rho}(0)$ был на уровне 10^{-44} ($\delta\rho(0) \sim \delta\bar{\rho}(0) \sim 1/\sqrt{n_0} \sim 10^{-44}$) [12]. Выбор начальных флуктуаций такого масштаба связан с идеей рассматривать наблюдаемую часть Вселенной как следствие развития одной из этих флуктуаций.

Рост возмущений $\delta\rho$ приблизительно на тридцать пять порядков (от начального теплового $\delta\rho(0) \sim 10^{-44}$) мог быть обеспечен, если имел место их экспоненциальный рост, а характерное время τ этого роста было приблизительно в восемьдесят раз меньше, чем возраст Вселенной t_a в эпоху интенсивной аннигиляции барионов.

Согласно модели однородной изотропной гравитационно-нейтральной Вселенной (см. [5]), она расширяется равномерно. Считая, что это так, заключаем, что эпоха аннигиляции барионов/антибарионов имела место приблизительно через время

$$t_a = t_0/z_a \approx 4,2 \cdot 10^5 \text{ с} \qquad (28)$$

после «Большого взрыва». В (28) учтено, что возраст современной Вселенной $t_0 \simeq 14 \cdot 10^9$ лет, а аннигиляция барионов/антибарионов имела место при $z \approx 10^{12}$.

В эпоху, предшествующую аннигиляции барионов/антибарионов, космическая среда находилась в термодинамическом равновесии с излучением. Невозмущенная плотность энергии $\rho_0\, c^2$ для вещества/антивещества в эту эпоху была одного порядка с плотностью излучения. Учитывая это, считаем, что при $T \gtrsim 3 \cdot 10^{12}$ K

$$\rho_0 \sim \sigma T^4/c^2 \gtrsim 10^{15} \text{ г/см}^3, \qquad (29)$$

где $\sigma \simeq 7,56 \cdot 10^{-15}$ гK^{-4}/с^2 см — постоянная Стефана – Больцмана. Соответствующее этой плотности характерное время

$$\tau_0 = (8\pi G\rho_0)^{-1/2}, \qquad (30)$$

входящее в уравнение (27), оказывается $\lesssim 2,4 \cdot 10^{-5}$ с.

Характерным временем изменения невозмущенных параметров является величина H^{-1}. В модели равномерно расширяющейся Вселенной $H^{-1} = t$. Во времена предшествующие аннигиляции барионов/антибарионов $H^{-1} \lesssim 10^5$ с.

В интересующую нас эпоху эффективное время ν^{-1} между столкновениями частиц–античастиц, за исключением, возможно, самых ранних моментов эволюции Вселенной, много меньше характерного времени изменения её невозмущенных параметров. Вследствие этого, считаем, что $\nu \gg H$ и в уравнении (27) влияние второго слагаемого на рост возмущений не учитываем.

Требуемый рост возмущений плотностей вещества/антивещества $\delta\rho$ и $\delta\bar{\rho}$ от 10^{-44} до 10^{-9} получается, если характерное время их роста составляет приблизительно около одной восьмидесятой от времени жизни Вселенной в эпоху аннигиляции барионов/антибарионов $t_a \approx 4 \cdot 10^5$. Предполагая, что это так, и сравнивая характерные значения первого и последнего членов в уравнении (27), заключаем, что в ранней Вселенной в эпоху $z > 10^{12}$ влияние слагаемого $d^2\delta\rho/dt^2$ не является существенным.

С учётом приведённых выше оценок уравнение (27), описывающее рост возмущений $\delta\rho(t)$ в ранней Вселенной, приближённо может быть записано в виде

$$2\nu\frac{d\delta\rho}{dt} = 8\pi G\rho_0\,\delta\rho. \qquad (31)$$

В оценочных расчётах, учитывая, что $\nu \sim n_0$, $\rho_0 \sim n_0$, где n_0 — невозмущенная концентрация частиц/античастиц, приближённо считаем, что величина

$$\tau = \frac{\nu}{4\pi G\rho_0}, \qquad (32)$$

в интересующие нас эпохи, остаётся постоянной. В этом случае решение уравнения (31) с начальным условием

$$\delta\rho|_{t=0} = \delta\rho(0) \qquad (33)$$

имеет вид

$$\delta\rho(t) = \delta\rho(0)\exp(t/\tau). \qquad (34)$$

Величина τ определяет характерное время роста возмущений $\delta\rho$. Чтобы обеспечить рост возмущения $\delta\rho$ от уровня 10^{-44} при $t = 0$ до 10^{-9} при $t \approx t_a$ необходимо, чтобы время τ было следующим:

$$\tau \approx \frac{1}{80}t_a \simeq 5 \cdot 10^3\ \text{с}. \qquad (35)$$

Учитывая (29) и (32), находим, что условие (35) выполняется, если эффективная частота столкновений в противотоках частицы—античастицы $\nu \approx 4 \cdot 10^{12}\,\text{с}^{-1}$. Эта частота приблизительно на одинадцать порядков меньше, чем частота столкновений ядерных частиц, если считать, что их скорости движения околосветовые, а их концентрация $\approx 10^{39}\,1/\text{см}^3$ ($\rho_0 \simeq 10^{15}\text{г}/\text{см}^3$). По-видимому, это означает, что в рассматриваемых условиях $\rho_0 \gtrsim 10^{14}\,\text{г}/\text{см}^3$, $T \gtrsim 10^{13}\,\text{К}$ материя находилась в сверхтекучем состоянии.

Приведённые оценки показывают, что в ранней Вселенной могли существовать условия, при которых в объемах, содержавших приблизительно 10^{88} частиц/античастиц, к началу эпохи аннигиляции, достигался рост $\delta\rho(t)$ до значений приблизительно равных 10^{-9}. После аннигиляции барионов/антибарионов, Вселенная распалась на области, содержащие лишь барионы и области, в которых остались лишь антибарионы. В каждой из рассматриваемых областей, их осталось приблизительно по 10^{79} штук. При этом в этих областях установилось барион–фотонное и антибарион–фотонное соотношение на уровне 10^{-9}. По порядку величины, именно такими и являются число частиц в наблюдаемой части Вселенной и барион–фотонное соотношение, наблюдаемое в окружающем нас мире, см., например, [1; 2].

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Приведённое исследование указывает на следующую возможность расслоения Вселенной на миры и антимиры.

В ранней Вселенной при $z > 10^{12}$, вследствие различия знаков гравитационных зарядов у частиц и античастиц, действовал регулярный механизм роста флуктуаций гравитационных зарядов. Флуктуации одного знака втягивали в себя частицы и выталкивали античастицы. Симметричная ситуация имела место в флуктуациях другого гравитационного знака. Они втягивали античастицы и выталкивали частицы. Вследствие действия этого регулярного механизма, и те и другие флуктуации росли. Их количество было приблизительно одинаковым.

Рассматривался рост флуктуаций, в которых первоначально содержалось приблизительно 10^{88} штук частиц и античастиц. Такой выбор количества частиц и античастиц в флуктуациях связан с идеей рассматривать наблюдаемую часть Вселенной как одну из этих флуктуаций. Считаем, что вначале они имели тепловую природу. В таких флуктуациях случайное начальное превышение числа частиц над числом античастиц в возмущениях одного знака, как и симметричное ему случайное начальное превышение числа античастиц под числом частиц в возмущениях другого знака, было на уровне 10^{-44}.

В сопутствующей системе отсчёта в любой точке гравитационных полей, возникших флуктуаций, частицы и античастицы двигались с одинаковой, но противоположно направленной скоростью. Имел место экспоненциальный рост флуктуаций. Скорость их роста определялась равновесием сил гравитации и сил трения в противотоках частицы—античастицы. Приведённые в пункте 4 оценки показывают, что есть основания предполагать, что в ранней Вселенной характерное время роста избытка частиц над античастицами, и наоборот, в рассматриваемых флуктуациях, составляло приблизительно $5 \cdot 10^3$ секунды. Вследствие экспоненциального роста, к началу интенсивной аннигиляции барионов/антибарионов значения возмущений плотности $\delta\rho$ и $\delta\bar{\rho}$ в рассматриваемых флуктуациях смогли вырасти приблизительно до величины 10^{-9}.

В эпоху аннигиляции барионов/антибарионов подавляющая их часть погибла. Выжившими оказались лишь приблизительно один барион/антибарион на миллиард. Эта величина наблюдается в современной Вселенной для барион-фотонного соотношения. Согласно предлагаемому в настоящей работе объяснению, это соотношение определяется амплитудой флуктуаций гравитационных зарядов на момент начала барион/антибарионной аннигиляции.

После аннигиляции барионов/антибарионов в рассматриваемых флуктуациях осталось приблизительно по 10^{79} барионов/антибарионов. В половине из них сохранились лишь барионы, а в другой половине лишь антибарионы.

Характерный масштаб образовавшихся зародышей миров и антимиров при $z \lesssim 10^{12}$ был приблизительно 10^6 световых секунд. В этой оценке учитывается, что плотность массы барионов/антибарионов в эпоху их аннигиляции упала приблизительно на девять порядков и стала приблизительно равной $10^5 \div 10^6$ г/см^3. Эти зародыши миров и антимиров были «вморожены» в релятивистскую расширяющуюся космическую среду, состоявшую в основном из вакуумной формы материи, электронов, позитронов, нейтрино, антинейтрино и фотонов. В эту эпоху подавляющая часть энергии космической среды была заключена в её релятивистской компоненте.

При $z \lesssim 10^9$ $(T \lesssim 3 \cdot 10^9\,\mathrm{K})$ произошла аннигиляция электрон-позитронных пар и Вселенная окончательно распалась на миры и антимиры. Их масштаб в это время был приблизительно 10^9 световых секунд.

Барионы (p, n) и электроны в мирах, антибарионы $(\bar{p}, \bar{n})$ и позитроны в антимирах ещё долго, приблизительно до $z \simeq 10^3$ $(T \approx 3 \cdot 10^3\,\mathrm{K})$, находились в термодинамическом равновесии с излучением. Закон расширения миров и антимиров в эпоху от $z \simeq 10^9$ до $z \simeq 10^3$ очень мало отличался от закона расширения Вселенной в целом. Слабое различие скоростей расширения Вселенной и миров/антимиров было связанно с влиянием гравитационных полей последних на их динамику. Оно привело к тому, что при $z \simeq 10^3$ средняя плотность миров/антимиров стала на $10^{-4} \div 10^{-5}$ больше, чем средняя плотность космической среды во Вселенной.

Согласно модели равномерно расширяющей Вселенной, размер миров/антимиров в эпоху рекомбинации $z \simeq 10^3$ составлял приблизительно $14 \cdot 10^6$ световых лет ($\simeq 4,2$ Мпс). Согласно расчётам (см., [5; 14]), в рамках модели равномерно расширяющейся Вселенной, при таких линейных размерах, миры и антимиры в настоящее время должны наблюдаться как объекты имеющие угловой размер приблизительно равный одному градусу.

Наблюдение тонкой структуры реликтового излучения показывает, что на его равномерном фоне имеются незначительные отклонения (см., например, [2; 7]). Они являются свидетельством существования неоднородностей в распределении видимой материи. Во многих местах реликтового фона чётко наблюдаются пятна, имеющие угловые размеры приблизительно один градус. Учитывая оценки, приведённые в пункте 4, полагаем, что есть основания предполагать, что эти пятна являются мирами и антимирами. По-видимому, они распределены в пространстве регулярно и являются наиболее крупными структурными элементами Вселенной. Мы живём в одном из миров. Полагаем, что невозможность чётко видеть в полном объёме периодичность в пространственном распределении окружающих нас миров и антимиров связана с «загораживающим» влиянием неоднородностей, возникших в нашем Мире значительно позже.

Согласно теории гравитации, различающей частицы и античастицы [5; 6], миры и антимиры вовсе не стремятся сближаться и сталкиваться. Они «вморожены» в равномерно расширяющееся пространство гравитационно-нейтральной Вселенной. Их характерный современный размер приблизительно $14 \cdot 10^9$ световых лет. Миры и антимиры отталкиваются друг от друга.

В [5] показано, что изменение масштаба Вселенной $a(t)$ определяется формулой (6). Размеры $R(t)$ миров/антимиров меняются подобно масштабу Вселенной $a(t)$. Различие в скорости расширения гравитационно-нейтральной Вселенной и гравитирующих миров/антимиров связано с влиянием гравитационных полей последних на их динамику. Приближённо можно считать, что при $z \lesssim 10^9$ миры/антимиры расширяются как независимые хаббловские шары с практически однородным начальным распределением в них вещества/антивещества.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые идея о зарядово-симметричной Вселенной высказана П. Дираком в 1933 г. в его Нобелевской лекции. Нам доставляет удовольствие привести абзац из этой лекции. «Если мы станем на точку зрения, что полная симметрия между положительными и отрицательными электрическими зарядами является фундаментальным законом природы, то мы должны рассматривать как своего рода случайность, что Земля и, вероятно, вся Солнечная система содержит избыток обычных электронов и положительных протонов. Вполне возможно, что некоторые звезды построены иным путём, именно, главным образом, из позитронов и отрицательных протонов. Конечно, в мире должно быть одинаковое число звёзд каждого сорта. Оба сорта звёзд будут иметь в точности одинаковые спектры, и в настоящее время нет возможности различить их каким-либо астрономическим методом.».

Основываясь на исследовании, проведённом в настоящей статье, есть основания предполагать, что антимиры существуют и находятся от нас на расстояниях больших, чем $14 \cdot 10^9$ световых лет. В тоже время отметим, что, возможно, антиматерия может рождаться в Мире. На релятивистских стадиях эволюции массивных «звёзд» в них с высокой скоростью могут идти процессы рождения/уничтожения частиц/античастиц. При этом, вследствие различия знаков гравитационных зарядов, может происходить эффективное разделение частиц и античастиц и образование из последних антивещества. Рождённое в окрестности этих «звёзд» антивещество может выбрасываться в окружающее их пространство.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зельдович, Я. Б. Строение и эволюция Вселенной / Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков. М. : Наука, 1975.

2. Горбунов, Д. С. Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего большого взрыва / Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков. М. : ЛКИ, 2008.
3. Горбунов, Д. С. Введению в теорию ранней Вселенной. Космологические возмущения. Инфляционная теория / Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков. М. : КРАСАНД, 2010.
4. Чернин, А. Д. Тёмная материя и всемирное антитяготение // УФН. 2008. Т. 178, № 3. С. 267–300.
5. Клименко, А. В. Частицы, античастицы и гравитация. Гравтационно-нейтральная Вселенная / А. В. Клименко, В. А. Клименко // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 89–99.
6. Клименко, А. В. Частицы, античастицы и гравитация. Антитяготение / А. В. Клименко, В. А. Клименко // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 78–88.
7. Hinshaw, G. Three-year wilkinson microwave anisotropy probe (WMAP) observations: implications for cosmology / G. Hinshaw, M. R. Nolta, C. L. Bennet et al. // Astrophys. J. Suppl. 2007. Vol. 170, № 2. P. 377–408.
8. Черепащук, А. М. Современная космология — наука об эволюции Вселенной / А. М. Черепащук, А. Д. Чернин // Бюллетень РАН «В защиту науки». 2008. № 4.
9. Озерной, Л. М. «Фотонные вихри» в горячей Вселенной / Л. М. Озерной, А. Д. Чернин // Письма в ЖЭТФ. 1968. Т. 7, № 11. С. 436–439.
10. Рубаков, В. А. Электрослабое несохранение барионного числа в ранней Вселенной и в столкновениях частиц при высоких энергиях / В. А. Рубаков, М. Е. Шапошников // УФН. 1996. Т. 166, № 5. С. 493–537.
11. Клименко, А. В. Вакуумные формы материи / А. В. Клименко, В. А. Клименко // Вестн. Челяб. гос. ун-та. 2013. № 19 (310). Физика. Вып. 17. С. 72–77.
12. Киттель Ч. Статистическая термодинамика. М. : Наука, 1977.
13. Bonnor, W B. Jeans' formula for gravitational instability // MNRAS. 1957. Vol. 117. P. 104.
14. Клименко, А. В. О равномерном расширении Вселенной / А. В. Клименко, В. А. Клименко, А. М. Фридман М. // Астрон. журн. 2010. Т. 87, № 10. С. 947–966.

ABSTRACTS

A. G. Zhilkin, V. A. Klimenko, $\boxed{\textit{A. M. Fridman}}$

THE DYNAMICS OF TWO-DIMENSIONAL SPHERICAL WORLDS

Investigated the dynamics of two-dimensional homogeneous spherically symmetric self-gravitating worlds (2-worlds). It is shown that a consistent description of the dynamics of two-worlds in the general theory of relativity (GTR), taking into account additional to these worlds third large-scale spatial dimension leads to a physically observable effect. In 2-worlds, except for the attractive forces, appear the forces of repulsion. The source of these forces is the thermal energy of the particles that fill the 2-worlds. In three dimensions space, they are the centrifugal forces. They are acting in an external for a 2-worlds third spatial dimension, by stretching them. In 2-worlds, these forces appear as forces of repulsion. The example, considered in the present paper, due to convenience and simplicity, is important. Generalized to the three dimensions case it allows it, we believe, to understand the nature of the cosmological repulsion forces in a homogeneous isotropic universe.

Keywords: *cosmological repulsion forces, general theory of relativity, centrifugal forces, two-dimensional worlds.*

A. G. Zhilkin, V. A. Klimenko, $\boxed{\textit{A. M. Fridman}}$

THE DYNAMICS OF THREE-DIMENSIONAL HOMOGENEOUS ISOTROPIC RELATIVISTIC WORLDS

Investigated the dynamics of self-gravitating homogeneous isotropic three-dimensional worlds (3-worlds), filled with radiation. It is shown that a consistent description of the dynamics of these worlds as part of the general theory of relativity (GTR), with the additional large-scale spatial dimension, leads to an important effect. In the 3-world, except the forces of gravity, appear the forces of repulsion. The source of these forces is the thermal energy of the radiation that fills the 3rd world. In four-dimensional space, these forces are centrifugal. They are acting in the external for a 3-world spatial dimension and stretch it. It is shown that in the comoving frame, these repulsion forces are einsteinian and described by Λ-term of the equations of general relativity. The physical meaning of the cosmological constant is established.

Keywords: *cosmological repulsion forces, centrifugal force, additional spatial dimension, cosmological constant.*

A. V. Klimenko, V. A. Klimenko, $\boxed{\textit{A. M. Fridman}}$

ON THERMAL NATURE OF THE COSMOLOGICAL REPULSION FORCES

It is shown that in the equations of general relativity (GR), other than Einstein's cosmological repulsion forces, described by Λ-term, can be entered and others. Considered repulsion forces originating from the thermal energy of the space environment. It is shown that they are centrifugal in their nature and is not described in the standard Einstein equations. Written equations of general relativity with taking into account to these forces. We propose the cosmological model of the homogeneous isotropic universe based on these equations (C-model). Showed the ability of the model correctly describe astronomical observations, for which are important cosmological effects.

Keywords: *cosmology, cosmological models cosmological repulsion forces, Λ-term.*

A. V. Klimenko, V. A. Klimenko

GEOMETRIC PROPERTIES OF THE HOMOGENEOUS ISOTROPIC VACUUM

It is shown that there are seven types of solutions describing, in the framework of general relativity (GR), the geometric properties of homogeneous isotropic three-dimensional spaces. Solution of the equations of general relativity, which describes the dynamics of a homogeneous isotropic universe, in the extreme case of vanishingly small influence of ordinary matter by the metric properties of space must go to one of them.

Keywords: *cosmology, general theory of relativity, Einstein equations, Λ-term*

A. V. Klimenko, V. A. Klimenko

VACUUM FORMS OF MATTER

It is shown that from the equations of general relativity (GR) follows that the vacuum is not empty. It is filled with two kinds of matter. In the case of flat space-time, the vacuum is filled with ideal gravity-neutral matter. If the four-dimensional spacetime is curved, besides gravity-neutral matter, the vacuum contains dark energy. It described by Λ-term of the Einstein equations. It is shown that there is no need to introduce the Λ-term in Einstein equations, as some additional term. It is contained in the equations of general relativity for the vacuum. It is hypothesized that the gravitational-neutral matter in the universe may be greater than is commonly believed.

Keywords: *general theory of relativity, Einstein equations, Λ-term, Friedmann equations, vacuum.*

A. V. Klimenko, V. A. Klimenko

PARTICLES, ANTIPARTICLES AND GRAVITATION. ANTIGRAVITATION

It has been hypothesized, that each particle, including photon, has an antiparticle which differs sign of gravitational charge. Offered the description of gravity, which distinguish particles and antiparticles. Unlike one-signed Einstein gravitation, contributions of particles and antiparticles in the tensor, which is the source of the gravitational field under consideration in this paper two-signed gravitation do not add up, and subtracted. Shown the examples in which the predictions of two-signed gravity are differ from the corresponding predictions of Einstein's gravitation and they can be found in the observations.

Keywords: *general theory of relativity, gravitation, antiparticles, gravitational charges, worlds, antiworlds.*

A. V. Klimenko, V. A. Klimenko

PARTICLES, ANTIPARTICLES AND GRAVITATION. GRAVITATIONAL-NEUTRAL UNIVERSE

Expressed the following assumptions:source of the gravitational field is the gravitational charges, for a particles and antiparticles they have the different signs, gravitational charges of one sign are attract and different signs are repel. Offered the modification of general relativity, which takes into account these assumptions. Based on it, built the model of the gravitational-neutral universe. In the framework of this model, explained the known observation data for which are important the cosmological effects.

Keywords: *cosmology, general theory of relativity, Einstein equations, antiparticles, gravitational charges, worlds, antiworlds.*

A. V. Klimenko, V. A. Klimenko

WORLDS AND ANTIWORLDS

In the framework of the modified theory of the gravitational field, which takes into account the difference of signs of gravitational charges of particles and anti-particles, it is shown that in the evolution of the initially homogeneous isotropic gravitational-neutral universe, occurs a bundle on the areas consisting of particles (worlds), and the area consisting of antiparticles (antiworlds).

It is hypothesized that more than fifteen years, just as astronomers observe worlds and antiworlds. They are, according to the authors, are the objects that observed as a relatively bright spots on the almost uniform background of cosmic microwave background radiation with a characteristic angular size of one degree.

Keywords: *cosmology, particles, antiparticles, worlds, antiworlds, gravitational field*

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Жилкин Андрей Георгиевич — доктор физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики Челябинского государственного университета, ведущий научный сотрудник отдела физики и эволюции звезд Института астрономии РАН
E-mail: `zhag@csu.ru`

Клименко Алексей Владимирович — кандидат физико-математических наук, руководитель отдела ИТ ООО «Бизнес и Технологии»
E-mail: `alklimenko@gmail.com`

Клименко Владимир Антонович — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики Челябинского государственного университета
E-mail: `waklimenko@gmail.com`

Фридман Алексей Максимович — академик РАН, доктор физико-математических наук, РНЦ «Курчатовский институт», Институт астрономии РАН