

УДК 524.834

О РАВНОМЕРНОМ РАСШИРЕНИИ ВСЕЛЕННОЙ

© 2010 г. А. В. Клименко¹, В. А. Клименко², А. М. Фридман^{3,4}

¹ООО “Бизнес и технологии”, Челябинск, Россия

²Челябинский государственный университет, Челябинск, Россия

³Российский научный центр “Курчатовский институт”, Москва, Россия

⁴Учреждение Российской академии наук Институт астрономии РАН, Москва, Россия

Поступила в редакцию 20.12.2009 г.; принята в печать 02.04.2010 г.

С учетом того, что в стандартные уравнения общей теории относительности, допускающие, как известно, расширение, могут быть введены не только космологические эйнштейновские силы отталкивания, описываемые Λ -членом, но и другие силы, предлагается модель равномерно расширяющейся Вселенной (S-модель). В этой модели считается, что космологические силы отталкивания и притяжения в точности уравновешивают друг друга. Показано, что S-модель является хорошим приближением для описания эволюции Вселенной в широкой области красных смещений z (вплоть до $z \sim 1000$). В S-модели находят простое объяснение наблюдательные данные о возрасте Вселенной, о зависимости “видимая звездная величина — красное смещение” для сверхновых типа Ia, а также об угловом расстоянии между центрами соседних ярких пятен на равномерном фоне реликтового излучения.

1. ВВЕДЕНИЕ

Еще сравнительно недавно полагали, что динамику Вселенной определяют силы тяготения (см., например, [1, 2]). В настоящее время считается, что ее определяют не только силы тяготения, но и силы отталкивания. По-видимому, первым четким указанием на это были наблюдательные данные о зависимости между видимой звездной величиной m и красным смещением для сверхновых типа Ia [3, 4].

В современной космологии полагают, что объяснить эти данные в рамках общей теории относительности (ОТО) без учета Λ -члена, описывающего силы отталкивания, невозможно, и поэтому силы отталкивания играют важную роль в динамике Вселенной (см., например, [5–7]).

В однородной изотропной Вселенной величиной, характеризующей ее динамику, является радиус кривизны $a(t)$. Уравнениями, описывающими изменение во времени радиуса кривизны $a(t)$, являются космологические уравнения А.А. Фридмана. Эти уравнения являются следствием уравнений Эйнштейна ОТО и предположения об однородности и изотропности Вселенной. Подробности о космологических уравнениях А.А. Фридмана и методике их вывода из уравнений Эйнштейна см., например, в [1, 2, 7]).

Современной космологической моделью, основанной на уравнениях А.А. Фридмана с Λ -членом, является Λ CDM-модель (CDM — Cold Dark Matter). Согласно этой модели, чем больше влияние эйнштейновских сил отталкивания (Λ -члена)

на динамику Вселенной, тем дальше оказываются объекты с заданным красным смещением z и тем меньше их видимая яркость (соответственно больше звездная величина). Согласие между теоретически рассчитанной в рамках Λ CDM-модели зависимости “звездная величина — красное смещение” с наблюдаемой зависимостью для сверхновых типа Ia достигается, если считать влияние сил отталкивания в современной Вселенной существенно большим влияния сил притяжения. Именно это и явилось основанием для утверждения о важной роли Λ -члена и ускоренном расширении Вселенной.

Источник космологических сил отталкивания, описываемых Λ -членом в уравнениях Эйнштейна, в современной космологии определяют термином “темная энергия”. Считают, что “темной энергией” является некоторая вакуумоподобная среда. Λ -член в уравнениях ОТО дает описание ее макроскопических свойств (см., например, [5–7]). Предполагают, что “темная энергия” является идеальной однородной средой, имеющей во всех системах отсчета постоянную не меняющуюся во времени и пространстве плотность:

$$\rho_{\Lambda} = \frac{\Lambda c^2}{8\pi G}, \quad (1)$$

где G — гравитационная постоянная, c — скорость света, Λ — космологическая постоянная, причем $\Lambda > 0$. Индексом Λ здесь и далее обозначаем величины, рассчитываемые в рамках Λ CDM-модели.

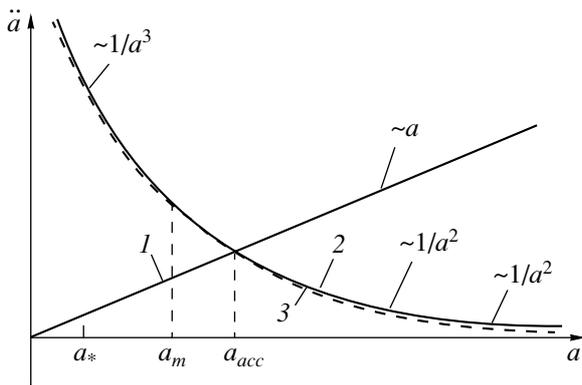


Рис. 1. Характер зависимости от радиуса кривизны: 1 — эйнштейновских сил отталкивания в Λ CDM-модели, 2 — сил притяжения в Λ CDM- и S-моделях, 3 — силы отталкивания в S-модели.

“Темная энергия” обладает отрицательным давлением. Ее уравнение состояния имеет вид [6]

$$P_\Lambda = -\varepsilon_\Lambda, \quad (2)$$

где $\varepsilon_\Lambda = \rho_\Lambda c^2$.

Согласно уравнениям ОТО, космологическое ускорение, обусловленное Λ -членом, определяется формулой

$$\ddot{a}_\Lambda = -\frac{4}{3}\pi G \left(\rho_\Lambda + \frac{3P_\Lambda}{c^2} \right) a \quad (3)$$

(см., например, [1, гл. 4]). Вследствие (2), величина $\rho_\Lambda + 3P_\Lambda/c^2 < 0$, а поэтому $\ddot{a}_\Lambda > 0$. Это и означает, что “темная энергия” с уравнением состояния (2) является источником сил отталкивания.

Кроме эйнштейновских сил отталкивания в литературе обсуждаются и другие аналогичные варианты космологических сил отталкивания. В этих вариантах, как и в случае с Λ -членом, предполагается, что причиной сил отталкивания являются среды с отрицательным давлением.

Считают, что уравнение состояния для этих сред имеет вид

$$P = w\rho c^2. \quad (4)$$

Для “квинтэссенции” [8–12] полагают, что параметр w удовлетворяет условию $-1 < w < -1/3$. При выполнении этого условия величина

$$\rho + 3P/c^2 < 0. \quad (5)$$

Вследствие этого, также как в случае (3), космологическое ускорение, создаваемое “квинтэссенцией” положительно и поэтому она является источником сил отталкивания.

Еще одна гипотеза связывает силы отталкивания с “фантомной энергией” [13–15]. Для этой идеализированной среды уравнение состояния имеет

вид (4), причем параметр w удовлетворяет условию $w < -1$.

Возрастающая точность космологических наблюдений сужает область значений параметра w в (4), при которых модели сред с отрицательным давлением согласуются с наблюдениями. По данным [16–18]

$$w = P/\rho c^2 = -0.97 \pm 0.09. \quad (6)$$

Полагают, что значительное сужение допустимого интервала значений величины w и ее близость к -1 , является сильным аргументом в поддержку мнения о том, что космологические силы являются эйнштейновскими. В настоящее время это мнение является наиболее распространенным и, как полагают, почти доказанным (см., например, [6, 7, 16–20]).

Согласно Λ CDM-модели, в ранней Вселенной определяющую роль играют силы притяжения. По мере ее расширения влияние этих сил уменьшается. В то же время все большую роль начинают играть эйнштейновские силы отталкивания, которые с увеличением размеров Вселенной растут линейно. Соотношение между космологическими силами притяжения и отталкивания меняется в широких пределах (рис. 1). Вследствие этого, согласно Λ CDM-модели, расширение Вселенной является сильно неравномерным. В этой модели при $a(t) \rightarrow 0$ и при $a(t) \rightarrow \infty$ функции $\dot{a}(t)$ и $\ddot{a}(t)$ растут неограниченно.

Недостатком варианта объяснения сил отталкивания на основе Λ -члена является отсутствие понимания физических свойств сущности, описываемой им. Это связано с принципиальными трудностями описания физических свойств “темной энергии” в рамках известных теорий.

В работе [21] рассмотрено объяснение космологических сил отталкивания, не основанное на Λ -члене и принципиально от него отличающееся. В этой работе показано, что эйнштейновский вариант сил отталкивания в ОТО не является единственным возможным. Предложен метод введения в уравнения ОТО сил отталкивания, отличных от эйнштейновских. Было обращено внимание на то, что стандартные космологические уравнения А.А. Фридмана не учитывают возможность увеличения кинетической энергии разлета космической среды за счет уменьшения ее тепловой энергии. С учетом этой возможности высказана гипотеза о том, что описание кинетической энергии разлета и ее тепловой энергии в этих уравнениях должно быть однотипным и тепловая энергия космической среды является не только одним из источников гравитационного поля, что учитывалось ранее, но одновременно и источником сил отталкивания.

Последовательная реализация идеи о симметрии описания кинетической энергии разлета и

тепловой энергии космической среды в уравнениях А.А. Фридмана приводит к определенному виду дополнительных слагаемых, описывающих космологические силы отталкивания. Их существование связано с зависимостью тепловой энергии космической среды от радиуса кривизны Вселенной. Изучение свойств этих сил показало, что они являются центробежными по своей природе. Рассмотрен наглядный модельный пример, поясняющий их физический смысл. Показано, что добавление слагаемых, описывающих силы отталкивания в правой части космологических уравнений А.А. Фридмана, не нарушает законов сохранения, содержащихся в уравнениях Эйнштейна, а также их ковариантности. Они не меняют и уравнений, описывающих взаимосвязь масштабного фактора $a(t)$ и параметров, определяющих термодинамические свойства космической среды.

В настоящей работе обращено внимание на то, что обобщенные космологические уравнения А.А. Фридмана допускают такое описание космологических сил отталкивания, при котором эти уравнения приобретают максимально простой вид. Это имеет место, если предположить, что космологические силы отталкивания в точности уравновешивают влияние гравитационных космологических сил. При этом сопутствующая космологическая система отсчета является инерциальной. В этой системе космологические уравнения, описывающие эволюцию равномерно расширяющейся Вселенной, содержат лишь один параметр — скорость ее расширения. Космологическую модель равномерно расширяющейся Вселенной будем далее, с учетом ее простоты, обозначать как S-модель (S — Simple). В отличие от Λ CDM-модели, в S-модели отсутствуют особенности в поведении $\dot{a}(t)$ и $\ddot{a}(t)$ при $a(t) \rightarrow 0$ и при $a(t) \rightarrow \infty$.

Мы не считаем, что S-модель абсолютно правильно описывает эволюцию Вселенной. В то же время в настоящей работе показано, что S-модель, по-видимому, является хорошим приближением в описании динамики Вселенной. Считаем, что это связано со следующим обстоятельством. Скорость расширения Вселенной столь велика, что уже достаточно давно влияние быстро спадающих с ростом масштабного фактора $a(t)$ космологических сил притяжения и отталкивания не может ее заметно изменить. Вследствие этого расширение Вселенной, за исключением сравнительно короткого начального периода, является почти равномерным.

В настоящей работе S-модель использована при объяснении важных для космологии наблюдений, относящихся к широкой области красных смещений z (вплоть до $z \sim 1000$). В рамках этой модели дана интерпретация зависимости “видимая звездная величина — красное смещение” для

сверхновых типа Ia, объяснено наблюдаемое угловое расстояние между яркими соседними пятнами на равномерном фоне реликтового излучения, а также найдено время жизни Вселенной. В работе параллельно приводится объяснение перечисленных выше наблюдательных данных также и в рамках Λ CDM-модели. Это делается для того, чтобы можно было понять, какая из моделей — Λ CDM или S — лучше описывает наблюдения.

Ниже приведена необходимая информация, использованная нами для получения уравнений, описывающих динамику однородной изотропной Вселенной с учетом влияния космологических сил отталкивания. Описана методика вывода этих уравнений.

2. УРАВНЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА

В основе космологии лежит общая теория относительности (ОТО). Согласно этой теории, четырехмерное пространство-время при наличии материи является неевклидовым. Метрические свойства пространства-времени описываются метрикой

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k. \quad (7)$$

Здесь и далее латинские индексы i, j, k, \dots принимают значения 0, 1, 2, 3, а греческие α, β, γ — 1, 2, 3. Метрические коэффициенты g_{ik} являются функциями четырех пространственно-временных координат $x_i = (x_0, x_1, x_2, x_3)$. Они взаимно однозначно связаны с распределением материи и характером движения частиц, ее составляющих. Величиной, определяющей свойства материи, является тензор энергии-импульса T_{ik} . Взаимосвязь между компонентами метрического тензора g_{ik} и тензора энергии-импульса T_{ik} определяется уравнениями Эйнштейна

$$R_i^k - \frac{1}{2} \delta_i^k R = \frac{8\pi G}{c^4} T_i^k, \quad (8)$$

где R_i^k — тензор Риччи, R — его след, δ_i^k — символ Кронекера.

Тензор Риччи имеет вид

$$R_i^k = g^{ks} R_{is} = g^{ks} \left(\frac{\partial \Gamma_{is}^l}{\partial x^l} - \frac{\partial \Gamma_{il}^s}{\partial x^s} + \Gamma_{is}^l \Gamma_{lm}^m - \Gamma_{il}^m \Gamma_{sm}^l \right). \quad (9)$$

Символы Кристоффеля Γ_{ik}^l определяются формулой

$$\Gamma_{ik}^l = g^{lm} \Gamma_{m,ik} = \frac{1}{2} g^{lm} \left(\frac{\partial g_{mi}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{mk}}{\partial x^i} - \frac{\partial g_{ik}}{\partial x^m} \right). \quad (10)$$

В космологии космическую среду обычно описывают как непрерывную идеальную сплошную

среду, записывая тензор энергии-импульса в форме

$$T_i^k = (\varepsilon + P)u_i u^k - P\delta_i^k, \quad (11)$$

где u_i — четырехмерная скорость макроскопического движения среды.

Подробнее об уравнениях Эйнштейна см., например, в [1, 2, 7, 22, 23].

3. ГЕОМЕТРИЯ ОДНОРОДНОЙ ИЗОТРОПНОЙ ВСЕЛЕННОЙ

Для описания геометрии однородного, изотропного нестационарного трехмерного пространства Вселенной удобно исходить из геометрической аналогии, рассматривая это пространство как однородную и изотропную трехмерную гиперповерхность в фиктивном четырехмерном евклидовом пространстве [23, § 107]. В этом пространстве могут быть стандартным образом введены четырехмерные декартовы, сферические и другие системы координат.

Уравнение, описывающее нестационарную однородную и изотропную трехмерную гиперповерхность в четырехмерных декартовых координатах (x_1, x_2, x_3, x_4) имеет вид

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = ka^2(t). \quad (12)$$

Постоянная k может принимать три значения: $k = +1, -1, 0$. При $k = +1$ реализуется случай пространства постоянной положительной кривизны. Значению $k = -1$ соответствует пространство отрицательной кривизны. Плоское пространство нулевой кривизны имеет место при $k = 0$. Точка $O = (0, 0, 0, 0)$ является центром Вселенной, а $\sqrt{k}a(t)$ — ее радиусом. В нестационарной Вселенной ее радиус a изменяется во времени. Рассмотрим геометрические свойства пространств с $k = +1, -1, 0$ в отдельности.

3.1. Сферическая Вселенная ($k = +1$)

При $k = +1$ пространство однородной и изотропной Вселенной является трехмерной гиперсферой. Для описания этой Вселенной удобно использовать четырехмерную сферическую систему координат $(a, \chi, \theta, \varphi)$. В этой системе центр Вселенной — это точка, где $a = 0$. Связь между четырехмерными декартовыми и сферическими координатами определяется формулами:

$$\begin{aligned} x_1 &= a \sin \chi \sin \theta \cos \phi, \\ x_2 &= a \sin \chi \sin \theta \sin \phi, \\ x_3 &= a \sin \chi \cos \theta, \quad x_4 = a \cos \chi. \end{aligned} \quad (13)$$

Допустимые интервалы изменения сферических координат:

$$\begin{aligned} 0 \leq a \leq \infty, \quad 0 \leq \chi \leq \pi, \\ 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \end{aligned} \quad (14)$$

Для описания сферической Вселенной используем также трехмерную криволинейную систему координат — сопутствующую систему. Будем называть ее также системой координат типичных наблюдателей. Типичный наблюдатель — это абстрактный объект Вселенной, совершающий относительно ее центра в четырехмерной сферической системе координат лишь радиальное движение. Система типичных наблюдателей — это бесконечное их множество, однородно заполняющее Вселенную.

Временную координату выберем так, чтобы в сопутствующей системе координат для любого типичного наблюдателя интервал между двумя бесконечно близкими событиями, происходящими в точке, где он находится, определялся формулой

$$ds^2 = c^2 dt^2. \quad (15)$$

В силу равноправности всех типичных наблюдателей введенное так время будет одинаковым для всех этих наблюдателей, и поэтому его называют мировым.

Динамику Вселенной будем изучать относительно одного из типичных наблюдателей. Этого типичного наблюдателя будем называть “главным”. В силу равноценности всех типичных наблюдателей любой из них может быть “главным”. Выберем четырехмерную сферическую систему координат так, чтобы “главный” типичный наблюдатель (\bar{M}) находился на “северном” полюсе этой системы координат.

Для описания движения произвольного типичного наблюдателя M в сопутствующей системе координат относительно главного наблюдателя \bar{M} удобно использовать сопутствующую трехмерную систему координат. По определению в этой системе координаты точки M составляют χ, θ, φ , причем расстояние от \bar{M} до M равно $R(t) = a(t)\chi$. Масштабный фактор $a(t)$ описывает однородное и изотропное растяжение-сжатие сопутствующей системы координат.

Считаем, что в процессе эволюции Вселенной однородность и изотропность ее пространства сохраняется. При выполнении этого условия, произвольный типичный наблюдатель M движется только вдоль радиальной координаты четырехмерной сферической системы координат. Уравнение его движения в этой системе следующее:

$$\begin{aligned} a &= a(\tau), \quad \chi(\tau) = \chi_0, \\ \theta &= \theta_0, \quad \varphi(\tau) = \varphi_0, \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} a(\tau_0) &= a_0, & \chi(\tau_0) &= \chi_0, \\ \theta(\tau_0) &= \theta_0, & \varphi(\tau_0) &= \varphi_0 \end{aligned} \quad (17)$$

— сферические координаты M в начальный момент времени $\tau = \tau_0$. Величина τ определяет время в четырехмерной сферической системе координат.

В сопутствующей системе движение M относительно главного типичного наблюдателя \bar{M} определяется уравнениями

$$\begin{aligned} R(t) &= a(t)\chi_0, & \chi(t) &= \chi_0, \\ \theta(t) &= \theta_0, & \varphi(t) &= \varphi_0. \end{aligned} \quad (18)$$

Видно, что движение M относительно \bar{M} подчиняется закону Хаббла:

$$dR(t)/dt = H(t)R(t), \quad (19)$$

где

$$H(t) = (da/dt)/a \quad (20)$$

— параметр Хаббла, одинаковый для любых $R(t)$.

Закон Хаббла является “внутренним” законом, определяющим характер движения произвольного типичного наблюдателя относительно главного. Он является следствием сохранения однородности и изотропности Вселенной в процессе ее эволюции.

Сферическое пространство является неевклидовым. Если (χ, θ, φ) и $(\chi + d\chi, \theta + d\theta, \varphi + d\varphi)$ — координаты двух бесконечно близких точек в сопутствующей системе координат, то квадрат пространственного расстояния между ними

$$\begin{aligned} dl^2 &= a^2 \left\{ d\chi^2 + \right. \\ &\left. + \sin^2 \chi [\sin^2 \theta (d\varphi)^2 + (d\theta)^2] \right\}. \end{aligned} \quad (21)$$

Интервал между двумя бесконечно близкими событиями в сопутствующей системе координат, с учетом (15), (21), запишется в виде

$$\begin{aligned} ds^2 &= c^2 dt^2 - a^2(t) \times \\ &\times \left\{ d\chi^2 + \sin^2 \chi [\sin^2 \theta (d\varphi)^2 + (d\theta)^2] \right\}. \end{aligned} \quad (22)$$

Длина окружности радиуса $R = a\chi$ равна $L = 2\pi a \sin \chi$. Отношение длины окружности к радиусу $L/R = 2\pi (\sin \chi/\chi) < 2\pi$. Площадь поверхности сферы радиуса $R = a\chi$ равна

$$\begin{aligned} S(R) &= a^2 \sin^2 \chi \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \theta d\theta = \\ &= 4\pi a^2 \sin^2 \chi. \end{aligned} \quad (23)$$

Радиус сферы R может меняться в пределах $0 \leq R \leq \pi a$. При $R = 0$ имеем $S(0) = 0$. Сначала с

ростом R величина $S(R)$ растет и при $R = \pi a/2$ достигает максимума $S_{max} = 4a^2\pi$. При дальнейшем росте R величина $S(R)$ уменьшается, и при $R = \pi a$ она обращается в ноль.

Объем пространства Вселенной, радиус кривизны которого в любой ее точке равен a , определяется формулой

$$\begin{aligned} V &= a^3 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^\pi \sin^2 \chi d\chi = \\ &= \int_0^\pi S(R) a d\chi = 2\pi^2 a^3. \end{aligned} \quad (24)$$

3.2. Пространство отрицательной кривизны ($k = -1$)

Формулы, описывающие геометрию однородного пространства отрицательной кривизны, получаются из формул, описывающих сферическую Вселенную, если в них формально заменить $a \rightarrow ia$, $\chi \rightarrow i\chi$. При $k = -1$ уравнение (12) описывает трехмерную псевдосферу.

Удобными для описания псевдосферы являются координаты $(a, \chi, \theta, \varphi)$, связанные с декартовыми посредством соотношений

$$\begin{aligned} x_1 &= a \operatorname{sh} \chi \sin \theta \cos \varphi, & x_2 &= a \operatorname{sh} \chi \sin \theta \sin \varphi, \\ x_3 &= a \operatorname{sh} \chi \cos \theta, & x_4 &= -ia \operatorname{ch} \chi. \end{aligned} \quad (25)$$

При этом допустимые интервалы изменения псевдосферических координат следующие:

$$\begin{aligned} 0 &\leq a \leq \infty, & 0 &\leq \chi < \infty, \\ 0 &\leq \theta \leq \pi, & 0 &\leq \varphi \leq 2\pi. \end{aligned} \quad (26)$$

Псевдосферическое пространство Вселенной является неевклидовым. Если (χ, θ, φ) и $(\chi + d\chi, \theta + d\theta, \varphi + d\varphi)$ — координаты двух бесконечно близких точек в сопутствующей системе координат, то квадрат пространственного расстояния между ними

$$\begin{aligned} dl^2 &= a^2 \left\{ d\chi^2 + \right. \\ &\left. + \operatorname{sh}^2 \chi [\sin^2 \theta (d\varphi)^2 + (d\theta)^2] \right\}. \end{aligned} \quad (27)$$

Интервал между двумя бесконечно близкими событиями в сопутствующей системе координат, с учетом (15), (27), запишется в виде

$$\begin{aligned} ds^2 &= c^2 dt^2 - a^2(t) \left\{ d\chi^2 + \right. \\ &\left. + \operatorname{sh}^2 \chi [\sin^2 \theta (d\varphi)^2 + (d\theta)^2] \right\}. \end{aligned} \quad (28)$$

Радиус окружности на псевдосфере $R = a\chi$. Длина окружности радиуса R равна $L = 2\pi a \operatorname{sh} \chi$. Отношение длины окружности к ее радиусу $L/R = 2\pi a (\operatorname{sh} \chi / \chi)$ больше, чем 2π . Площадь поверхности сферы радиуса $R = a\chi$ равна

$$S(R) = 4\pi a^2 \operatorname{sh}^2 \chi. \quad (29)$$

Объем пространства, охватываемый псевдосферой радиуса $R = a\chi$,

$$V(R) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \int_0^{\chi} a^3 \operatorname{sh}^2 \chi d\chi = \quad (30)$$

$$= \pi a^2 (\operatorname{sh}^2 2\chi - 2\chi).$$

С ростом радиуса $R = a\chi$ как $S(R)$, так и $V(R)$ непрерывно растут.

3.3. Плоское (евклидово) пространство ($k = 0$)

Предельным является случай, когда радиус кривизны трехмерного пространства равен бесконечности. В этом случае пространство Вселенной является плоским (евклидовым). Интервал ds^2 для этого случая можно написать в виде

$$ds^2 = c^2 dt^2 - b^2(t) (dx^2 + dy^2 + dz^2). \quad (31)$$

В качестве пространственных координат удобно использовать декартовы координаты x, y, z . Зависящий от времени множитель $b^2(t)$ в формуле, определяющей квадрат элемента длины

$$dl^2 = b^2(t) (dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (32)$$

в плоской Вселенной не меняет евклидовость пространственной метрики. При любом заданном t множитель $b^2(t)$ имеет определенное значение, и простым преобразованием координат может быть приведен к единице.

В процессе эволюции плоской Вселенной “вмороженная” в нее декартова система координат претерпевает однородную деформацию. Длина окружности радиуса a в этом пространстве равна $2\pi a$. Площадь сферы равна $4\pi a^2$. Объем, охватываемый сферой радиуса a ,

$$V = \frac{4}{3}\pi a^3. \quad (33)$$

Формально математически плоское пространство можно описывать как псевдосферическое, записывая ds^2 в виде

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left\{ d\chi^2 + \right. \quad (34)$$

$$\left. + \chi^2 \left[\sin^2 \theta (d\varphi)^2 + (d\theta)^2 \right] \right\}.$$

4. КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ А.А. ФРИДМАНА

Метрика однородного, изотропного пространства содержит лишь один скалярный параметр — радиус кривизны a . Он определяет кривизну пространства. Уравнения Эйнштейна для однородной изотропной Вселенной могут быть преобразованы в космологические уравнения А.А. Фридмана, определяющие взаимосвязь радиуса кривизны a и величин, описывающих термодинамические свойства космической среды (см., например, [1, 2]). Впервые эти уравнения были получены и использованы для описания Вселенной А.А. Фридманом [24, 25]. Эти уравнения лежат в основе наших исследований.

Среда предполагается идеальной, тензор энергии-импульса T_i^k определяется выражением (11). Используя формулу (11) для вычисления тензора энергии-импульса, мы тем самым пренебрегаем всеми процессами диссипации, приводящими к возрастанию энтропии. О законности такого пренебрежения см., например, [23, § 108].

При получении уравнений А.А. Фридмана используется сопутствующая система координат, относительно которой среда покоится, и поэтому компоненты четырехмерной скорости $u^i = (1, 0, 0, 0)$; при этом отличными от нуля оказываются лишь следующие компоненты T_i^k :

$$T_0^0 = \varepsilon, \quad T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = -P. \quad (35)$$

Для описания геометрии однородной изотропной трехмерной гиперповерхности в уравнениях А.А. Фридмана используется трехмерная криволинейная система координат — сопутствующая система (см. раздел 3). Приведем краткий вывод космологических уравнений А.А. Фридмана из уравнений Эйнштейна для случая замкнутого однородного изотропного сферического пространства. Для этого пространства интервал между двумя бесконечно близкими событиями в сопутствующей системе координат запишется в виде (см. формулу (22))

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left\{ d\chi^2 + \right. \quad (36)$$

$$\left. + \sin^2 \chi [\sin^2 \theta (d\varphi)^2 + (d\theta)^2] \right\}.$$

Вместо переменной t воспользуемся переменной η , определяемой соотношением

$$cdt = a d\eta, \quad (37)$$

где η — безразмерная величина времени; $\eta = x^0$. В этом случае интервал ds^2 , определяемый формулой (36), запишется в виде

$$ds^2 = a^2(\eta) \left\{ (d\eta)^2 - (d\chi)^2 - \right. \quad (38)$$

$$- \sin^2 \chi [(d\theta)^2 + \sin^2 \theta (d\varphi)^2] \}.$$

Полагая $x^0 = \eta$, $x^1 = \chi$, $x^2 = \theta$, $x^3 = \varphi$ и записывая ds^2 в стандартном виде (7), находим компоненты метрического тензора g_{ik} :

$$g_{00} = a^2, \quad g_{11} = -a^2, \quad g_{22} = -a^2 \sin^2 \chi, \quad (39)$$

$$g_{0\alpha} = 0, \quad g_{\alpha\beta} = 0, \quad g_{33} = -a^2 \sin^2 \chi \sin^2 \theta.$$

Определитель $g = \det(g_{ik})$ равен

$$g = -a^8 \sin^4 \chi \sin^2 \theta. \quad (40)$$

Компоненты контравариантного метрического тензора g^{ik} по определению равны

$$g^{ik} = G_{(ik)}/g, \quad (41)$$

где $G_{(ik)}$ — миноры, соответствующие элементам g_{ik} в определителе $\det(g_{ik})$. Из теории определителей следует:

$$g_{ik} g^{km} = \delta_i^m. \quad (42)$$

Учитывая (40), (41), (42), находим:

$$g^{00} = a^{-2}, \quad g^{11} = -a^{-2}, \quad (43)$$

$$g^{22} = -a^{-2} \sin^{-2} \chi, \quad g^{33} = -a^{-2} \sin^{-2} \chi \sin^{-2} \theta,$$

$$g^{0\alpha} = 0, \quad g^{\alpha\beta} = 0.$$

Вычисляя компоненты тензора Риччи (9), получаем:

$$R_0^0 = \frac{3}{a^4} [(a')^2 - aa''], \quad (44)$$

$$R_\alpha^0 = 0, \quad R_\alpha^\beta = -\frac{1}{a^4} [2a^2 + (a')^2 + aa''] \delta_\alpha^\beta.$$

Штрих означает производную по переменной η .

Метод вычисления компонент тензора Риччи R_k^i , основанный на учете симметрии тензора кривизны в однородной изотропной Вселенной, приведен в [23, § 107]. Учитывая (44), находим след тензора Риччи

$$R = R_0^0 + R_\alpha^\alpha = -\frac{6}{a^3} (a + a''). \quad (45)$$

Из (44), (45) следует

$$R_0^0 - \frac{1}{2}R = 3 \left[\left(\frac{a'}{a^2} \right)^2 + \frac{1}{a^2} \right], \quad (46)$$

$$R_1^1 - \frac{1}{2}R = R_2^2 - \frac{1}{2}R = R_3^3 - \frac{1}{2}R = \quad (47)$$

$$= 2 \frac{a''}{a^3} - \left(\frac{a'}{a^2} \right)^2 + \frac{1}{a^2}.$$

Учитывая (35), (44)–(47), заключаем, что для пространства с метрикой (38), однородно заполненного идеальной средой, уравнения Эйнштейна сводятся к двум уравнениям:

$$3 \left[\left(\frac{a'}{a^2} \right)^2 + \frac{1}{a^2} \right] = \frac{8\pi G}{c^4} \varepsilon, \quad (48)$$

$$2 \frac{a''}{a^3} - \left(\frac{a'}{a^2} \right)^2 + \frac{1}{a^2} = -\frac{8\pi G}{c^4} P. \quad (49)$$

Переходя от переменной η к переменной t , из (37) получаем:

$$a' = \frac{a}{c} \dot{a}, \quad a'' = \frac{a}{c^2} (a\ddot{a} + \dot{a}^2). \quad (50)$$

Используя (50), уравнения (48), (49) приводим к виду

$$3 \left[\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \left(\frac{c}{a} \right)^2 \right] = \frac{8\pi G}{c^2} \varepsilon, \quad (51)$$

$$2 \frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \left(\frac{c}{a} \right)^2 = -\frac{8\pi G}{c^2} P. \quad (52)$$

Здесь точка означает производную по времени t .

Аналогичные вычисления могут быть проведены для случаев $k = 0$ и $k = -1$. Общим результатом для случаев $k = 0, \pm 1$ являются следующие уравнения:

$$3 \left[\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{kc^2}{a^2} \right] = \frac{8\pi G}{c^2} \varepsilon, \quad (53)$$

$$2 \frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{kc^2}{a^2} = -\frac{8\pi G}{c^2} P. \quad (54)$$

Эти уравнения носят название космологических уравнений А.А. Фридмана. Легко показать, что они могут быть преобразованы к виду

$$\frac{d\varepsilon}{da} + 3(\varepsilon + P) \frac{1}{a} = 0, \quad (55)$$

$$\ddot{a} = -\frac{4}{3} \pi G \frac{a}{c^2} (\varepsilon + 3P). \quad (56)$$

Из формулы (56) видно, что вклад давления (тепловой энергии) в создание гравитационного космологического ускорения может быть существенным. Это имеет место в случае, когда давление соизмеримо с плотностью энергии космической среды. В космической среде $P > 0$, и, согласно формуле (56), эффект влияния давления заключается не в ускорении, а в замедлении скорости расширения Вселенной.

Точка зрения, что давление может только замедлять расширение Вселенной, является общепринятой (см., например, [1, гл. 1]). Предположение о возможности влияния давления (тепловой энергии) в направлении увеличения скорости разлета однородной космической среды воспринимается отрицательно. Все понимают, что в однородной среде нет градиентов давления, а следовательно нет и расталкивающих сил давления. Согласно стандартным уравнениям А.А. Фридмана, тепловая энергия однородной изотропной среды не только не может изменить знак гравитационного космологического ускорения, но как видно из (56), она может лишь усилить гравитацию. Отметим, что этот вывод получен из стандартных уравнений А.А. Фридмана, не учитывающих влияние на космическую среду космологических сил отталкивания. В [21] показано, что в однородной изотропной Вселенной существенную роль могут играть центробежные космологические силы отталкивания. Они связаны с изменением тепловой энергии космической среды в кривом пространстве. Их влияние может приводить к увеличению скорости разлета космической среды.

5. УРАВНЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА С Λ -ЧЛЕНОМ

Уравнения Эйнштейна (8) не содержат сил отталкивания. Вариант уравнений ОТО, содержащий силы отталкивания, был предложен Эйнштейном [26]. Он связан с введением в уравнения гравитационного поля Λ -члена. С учетом Λ -члена уравнения Эйнштейна имеют вид

$$R_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k R = \frac{8\pi G}{c^4}T_i^k + \delta_i^k \Lambda, \quad (57)$$

где Λ — так называемая космологическая постоянная. Значение этой универсальной постоянной может быть найдено из сравнения предсказаний теории и наблюдений. Полагают, что $\Lambda \approx 10^{-56} \text{ см}^{-2}$ [1, 6, 7].

Учет эйнштейновских сил отталкивания, описываемых Λ -членом в уравнениях Эйнштейна, приводит к появлению в правых частях уравнений А.А. Фридмана (53) и (54) дополнительных слагаемых, и они принимают вид

$$3 \left[\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{kc^2}{a^2} \right] = \frac{8\pi G}{c^2} \varepsilon_{eff} = \frac{8\pi G}{c^2} \varepsilon + c^2 \Lambda, \quad (58)$$

$$2 \frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{kc^2}{a^2} = -\frac{8\pi G}{c^2} P_{eff} = \quad (59)$$

$$= -\frac{8\pi G}{c^2} P + c^2 \Lambda,$$

(подробности см., например, в [1, гл. 4]).

Переход от (8) к (57) означает замену

$$T_i^k \Rightarrow T_{ieff}^k = (\varepsilon_{eff} + P_{eff}) u_i u^k - P_{eff} \delta_i^k, \quad (60)$$

$$\varepsilon \Rightarrow \varepsilon_{eff} = \varepsilon + \varepsilon_\Lambda, \quad P \Rightarrow P_{eff} = P + P_\Lambda, \quad (61)$$

где

$$\varepsilon_\Lambda = c^4 \Lambda / 8\pi G, \quad P_\Lambda = -\varepsilon_\Lambda. \quad (62)$$

На наш взгляд, важно понимать, что ε_Λ и P_Λ — это не поправки к ε и P , а независимые величины, являющиеся источниками сил отталкивания, и эти силы принципиально отличаются от гравитационных.

Из уравнений (58), (59) легко получить формулу, определяющую космологическое ускорение, создаваемое эйнштейновскими силами отталкивания. Она имеет вид [1, гл. 4]

$$\ddot{a} = -\frac{4}{3} \pi G \frac{a}{c^2} (\varepsilon_\Lambda + 3P_\Lambda) = \frac{1}{3} \Lambda c^2 a. \quad (63)$$

Для эйнштейновских сил отталкивания, источниками которых являются величины ε_Λ и P_Λ , важно, что $P_\Lambda = -\varepsilon_\Lambda$, вследствие чего и возникают силы отталкивания. На это обычно обращается внимание. В то же время, даже при $G \equiv 0$, поле эйнштейновских сил отталкивания остается (неустраняемая кривизна), и вследствие этого, как мы полагаем, является независимой от гравитационного поля сущностью.

6. ОБОБЩЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА

Мы обратили внимание на то, что в уравнениях ОТО, кроме эйнштейновских сил, связанных с Λ -членом, теоретически допустимы и другие космологические силы отталкивания. Стандартные уравнения Эйнштейна (8) допускают замену более общего вида, чем (60), (61). Она имеет вид

$$T_i^k \Rightarrow T_{i,eff}^k, \quad \varepsilon \Rightarrow \varepsilon_{eff} = \varepsilon + \varepsilon_\Delta, \quad (64)$$

$$P \Rightarrow P_{eff} = P + P_\Delta.$$

Величины ε_Δ и P_Δ определяются формулами

$$\varepsilon_\Delta = -\frac{3c^2}{8\pi G} \frac{\Delta^2(a)}{a^2}, \quad (65)$$

$$P_\Delta = \frac{c^2}{8\pi G} \left(\frac{\Delta^2(a)}{a^2} + \frac{1}{a} \frac{d\Delta^2(a)}{da} \right),$$

где $\Delta^2(a)$ — некоторая произвольная функция радиуса кривизны Вселенной a . Величина a является скаляром — характеристикой свойств однородной изотропной Вселенной, одинаково меняющейся во

времени во всех ее точках. Величины ε_Δ и P_Δ являются источниками космологических сил отталкивания. Так же, как и ε и P , они являются скалярными функциями. Эйнштейновские источники сил отталкивания ε_Δ и P_Δ являются частным случаем вводимых нами ε_Δ и P_Δ .

С учетом (64) уравнения Эйнштейна приобретают вид

$$R_i^k - \frac{1}{2}\delta_i^k R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{i,eff}^k. \quad (66)$$

Эти уравнения описывают не только гравитационное поле, но и космологическое поле сил отталкивания. Источниками этого поля являются величины ε_Δ и P_Δ . Еще раз подчеркнем, что наличие в ε_{eff} и P_{eff} слагаемых ε_Δ и P_Δ в предлагаемом нами способе описания космологических сил отталкивания, в частности эйнштейновских, вовсе не означает, что это поправки к энергии и давлению. Величины ε_{eff} и P_{eff} состоят из двух частей. Первые из них $-\varepsilon$ и P — источники гравитационного поля, вторые $-\varepsilon_\Delta$ и P_Δ — источники космологического поля сил отталкивания. Предлагаемые нами силы отталкивания, как и эйнштейновские, являются независимыми от гравитационного поля. Для того, чтобы отличать уравнения (66) от стандартных уравнений Эйнштейна (8), будем называть их обобщенными уравнениями Эйнштейна.

При преобразованиях (64), (65) матрица $T_{i,eff;k}^k$ остается тензором второго ранга и поэтому ковариантность уравнений Эйнштейна не нарушается. Замена (64), (65) не нарушает также и законов сохранения $T_{i,eff;k}^k = 0$, содержащихся в уравнениях Эйнштейна. При любом выборе функции $\Delta^2(a)$ выполняются законы сохранения:

$$T_{i,eff;k}^k = 0. \quad (67)$$

При любом виде функции $\Delta^2(a)$ справедливо соотношение

$$T_{i,eff;k}^k = 0 \Rightarrow T_{i,k}^k = 0. \quad (68)$$

Преобразования (60)–(62), приводящие к уравнениям Эйнштейна с Λ -членом, являются частным случаем преобразований (64), (65). В самом деле, если функцию $\Delta^2(a)$ выбрать в виде

$$\Delta^2(a)/2 = \Delta_\Lambda^2(a)/2 = -\frac{1}{6}\Lambda c^2 a^2, \quad (69)$$

то $\varepsilon_\Delta = \varepsilon_\Lambda$, $P_\Delta = P_\Lambda$, и имеют место уравнения Эйнштейна (57) с Λ -членом.

7. ОБОБЩЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ А.А. ФРИДМАНА

Из обобщенных уравнений Эйнштейна для описания однородной изотропной Вселенной стандартным образом получаем уравнения А.А. Фридмана. Они запишутся в виде

$$3\left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2}\right) = \frac{8\pi G}{c^2}\varepsilon - 3\frac{\Delta^2(a)}{a^2}, \quad (70)$$

$$\begin{aligned} 2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} &= \\ &= -\frac{8\pi G}{c^2}p - \frac{1}{a}\frac{d\Delta^2(a)}{da} - \frac{\Delta^2(a)}{a^2}. \end{aligned} \quad (71)$$

Эти уравнения названы в [21] обобщенными уравнениями А.А. Фридмана. Вселенную рассматриваем как однородную и изотропную гиперповерхность в четырехмерном пространстве. Считаем, что космологические уравнения А.А. Фридмана описывают движение этой гиперповерхности в четвертом пространственном измерении, которое в каждой точке перпендикулярно к ней. Это измерение является крупномасштабным и не искривленным.

В обобщенных космологических уравнениях А.А. Фридмана (70), (71) слагаемые $\sim\dot{a}^2$ описывают кинетическую энергию космической среды. Дополнительные слагаемые $\sim\Delta^2(a)$ описывают влияние некоторой энергии, являющейся источником космологических сил отталкивания. Предполагается, что описание кинетической энергии космической среды и энергии, являющейся источником космологических сил отталкивания в этих уравнениях, должно быть симметричным. Такое обобщение уравнений А.А. Фридмана в работе [21] и было произведено. Формально оно означает замену

$$\dot{a}^2 \Rightarrow \dot{a}^2 + \Delta^2(a), \quad (72)$$

$$\ddot{a} \Rightarrow \ddot{a} + \frac{1}{2}\frac{d\Delta^2(a)}{da}.$$

Эта замена приводит к уравнениям, которые могут описывать не только силы притяжения, но и космологические силы отталкивания в однородной изотропной Вселенной. Подставляя (72) в (53) и (54) и используя обозначения (65), заключаем, что замены (72) и (64)–(65) эквивалентны.

Обобщенные уравнения А.А. Фридмана (70), (71) можно преобразовать к виду

$$\frac{d\varepsilon}{da} + 3(\varepsilon + P)\frac{1}{a} = 0, \quad (73)$$

$$\ddot{a} = -\frac{4}{3}\pi G\frac{a}{c^2}(\varepsilon + 3P) - \frac{d}{da}\left(\frac{\Delta^2(a)}{2}\right). \quad (74)$$

Легко проверить, что первое из них является нулевой компонентой закона сохранения (67) для однородной изотропной Вселенной. Остальные компоненты уравнения (67) тождественно равны нулю при любом выборе функции $\Delta^2(a)$.

Отметим, что уравнение (73) является первым началом термодинамики, записанным для единицы массы однородной изотропной Вселенной. Учитывая, что расширение Вселенной является адиабатическим процессом (см., например, [1, 2]), первое начало термодинамики записываем в виде

$$dE = d(\varepsilon V) = -PdV. \quad (75)$$

Так как в рассматриваемом нами случае $V \sim a^3$, то заключаем, что (73) является следствием (75).

Из уравнения (74) видно, что использование преобразований (64), (65) фактически является методом описания влияния некоторой энергии $\Delta^2(a)/2$ на динамику Вселенной.

Система уравнений (73), (74) не является полной. Для ее замыкания необходимо учесть уравнения, описывающие термодинамические свойства космической среды. В общем случае такие уравнения записать сложно. В процессе эволюции Вселенной меняется компонентный состав космической среды и условия взаимодействия между ее компонентами (см., например, [1, 2, 7]).

Часто в теории рассматривают два следующих предельных случая.

7.1. Нерелятивистская Вселенная

Полагая $P \equiv 0$, $\varepsilon = \rho c^2$, из (73) находим, что при любых k и $\Delta^2(a)$ справедливо уравнение

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{3}{a} \frac{da}{dt} = 0. \quad (76)$$

Отсюда следует, что плотность космической среды $\rho(t)$ и радиус Вселенной $a(t)$ связаны соотношением

$$\rho a^3 = \text{const}. \quad (77)$$

В современной космологии считают, что уравнения (73), (74) с $P = 0$ описывают динамику Вселенной, когда вклад релятивистской компоненты космической среды в полную ее массу (энергию) пренебрежимо мал.

7.2. Релятивистская Вселенная

Полагая $P = (1/3)\rho c^2$, из (73) находим, что при любых k и $\Delta^2(a)$ справедливо уравнение

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{4}{a} \frac{da}{dt} = 0. \quad (78)$$

Отсюда заключаем, что в релятивистской Вселенной плотность, удельная энергия и давление связаны с ее радиусом кривизны соотношениями

$$\rho a^4 \sim \varepsilon a^4 \sim Pa^4 = \text{const}. \quad (79)$$

В современной космологии полагают, что уравнения (73), (74) с $P = (1/3)\rho c^2$ хорошо описывают раннюю Вселенную, когда вклад релятивистской компоненты в полную массу (энергию) Вселенной был определяющим.

8. МОДЕЛЬ РАВНОМЕРНО РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ ВСЕЛЕННОЙ

Приведем описание предлагаемой в настоящей работе космологической модели равномерно расширяющейся Вселенной (S-модели). Запишем также уравнения, описывающие наиболее распространенную современную космологическую модель (Λ CDM-модель). Эти уравнения используем для сравнения расчетных характеристик наблюдаемых зависимостей, получаемых в рамках S- и Λ CDM-моделей.

Учитываем многокомпонентность космической среды, заполняющей Вселенную. Для ее описания используем двухкомпонентное приближение. Полагаем, что среда состоит из двух однородно перемешанных компонент: (а) нерелятивистской, (б) релятивистской.

В нерелятивистскую компоненту включаются все составляющие космической среды, как наблюдаемые (“барионная компонента”), так и ненаблюдаемые (“темная материя”), которые заключают в себе частицы, масса покоя которых много больше их кинетической энергии. “Темная материя” является кластеризуемой и в настоящее время основной по массе частью нерелятивистской компоненты космической среды. Считаем, что влияние давления нерелятивистской компоненты на динамику Вселенной несущественно.

В релятивистскую компоненту включаем все составляющие космической среды, как наблюдаемые (реликтовое излучение), так и ненаблюдаемые, уравнение состояния для которых $P = (1/3)\varepsilon$. Эта компонента состоит из частиц, масса покоя которых либо равна нулю, либо много меньше их полной энергии. Считаем, что релятивистская составляющая является некластеризуемой. В настоящее время ее вклад в полную массу космической среды является малым (см., например, [6, 7]).

Отношение концентраций частиц нерелятивистской n_1 и релятивистской n_2 компонент, за исключением самых ранних стадий эволюции Вселенной, остается постоянным. Учитываем, что, согласно наблюдательным данным, $n_2/n_1 \sim 10^9$, но, возможно, это отношение и значительно больше.

Отметим, что описание некоторых из составляющих космической среды (например, нейтрино) должно быть более тщательным и должно учитывать возможную конечность их массы покоя.

Исходными при описании динамики Вселенной в рамках предлагаемой нами модели являются обобщенные космологические уравнения А.А. Фридмана (70), (71). Эти уравнения для двухкомпонентной космической среды запишутся в виде:

$$3 \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} \right) = 8\pi G(\rho_1 + \rho_2) - \frac{3\Delta^2}{a^2}, \quad (80)$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} \right) = -\frac{8}{3}\pi G\rho_2 - \frac{\Delta^2}{a^2} - \frac{1}{a} \frac{d\Delta^2}{da}. \quad (81)$$

Значки “1” и “2” здесь и далее используются для обозначения нерелятивистской и релятивистской компоненты, соответственно.

При написании уравнений (80), (81) считаем, что полное давление космической среды $P = P_1 + P_2 \approx P_2 = (1/3)\varepsilon_2$. Плотности энергий ε_1 и ε_2 связаны с плотностями ρ_1 и ρ_2 уравнениями $\varepsilon_1 = \rho_1 c^2$, $\varepsilon_2 = \rho_2 c^2$.

Уравнения (80), (81) легко преобразовать к виду

$$\ddot{a} = -\frac{4}{3}\pi G a (\rho_1 + 2\rho_2) - \frac{1}{2} \frac{d\Delta^2}{da}, \quad (82)$$

$$\frac{d}{da} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + (3\varepsilon_1 + 4\varepsilon_2) \frac{1}{a} = 0. \quad (83)$$

При $\Delta^2(a) \neq \text{const}$ уравнение (82) описывает не только действие сил гравитации, но и действие сил отталкивания. Уравнение (83) описывает закон изменения энергии двухкомпонентной космической среды в процессе эволюции Вселенной. Оно имеет такой вид при любом виде функции $\Delta^2(a)$ и значении параметра k .

В двухкомпонентной модели космической среды уравнение (83) распадается на два:

$$\frac{d\rho_1}{da} + 3\rho_1 \frac{1}{a} = 0, \quad (84)$$

$$\frac{d\rho_2}{da} + 3\rho_2 \frac{1}{a} = 0. \quad (85)$$

Интегрируя эти уравнения, заключаем, что плотности нерелятивистской ρ_1 и релятивистской ρ_2

компонент связаны с характерным размером Вселенной $a(t)$ соотношениями

$$\rho_1(a) = \rho_{10}(a_0/a)^3, \quad \rho_2(a) = \rho_{20}(a_0/a)^4. \quad (86)$$

Учитывая (86), уравнения (80), (81) запишем в виде

$$\frac{\dot{a}^2}{2} + \frac{\Delta^2}{2} - \frac{\tau_1}{a} - \frac{\tau_2}{2a^2} = -\frac{kc^2}{2}, \quad (87)$$

$$\ddot{a} = -\frac{d}{da} \left(-\frac{\tau_1}{a} - \frac{\tau_2}{2a^2} \right) - \frac{1}{2} \frac{d\Delta^2}{da}. \quad (88)$$

Постоянные величины τ_1 и τ_2 определяются формулами:

$$\tau_1 = \frac{4}{3}\pi G \rho_{10} a_0^3, \quad \tau_2 = \frac{8}{3}\pi G \rho_{20} a_0^4. \quad (89)$$

Уравнение (87) рассматриваем как закон сохранения энергии в расчете на единицу полной массы космической среды. Согласно этому уравнению, сумма кинетической энергии разлета космической среды ($\dot{a}^2/2$), энергии $\Delta^2(a)/2$, являющейся источником сил отталкивания, и потенциальной энергии, равной $-(\tau_1/a + \tau_2/2a^2)$ и являющейся источником сил притяжения, в процессе эволюции Вселенной остается постоянной.

Уравнение (88) описывает радиальное движение космической среды в четырехмерном фиктивном пространстве. Первое слагаемое правой части (88) описывает действие сил притяжения. Оно связано с изменением потенциальной энергии космической среды. Второе слагаемое описывает силы отталкивания. Они связаны с изменением энергии $\Delta^2(a)/2$. Видно, что необходимым условием присутствия объемных сил отталкивания в однородной и изотропной Вселенной является переменность энергии $\Delta^2(a)/2$ в процессе эволюции Вселенной.

Стандартным уравнениям А.А. Фридмана без учета Λ -члена соответствует $\Delta^2(a) \equiv 0$. Эти уравнения описывают старую классическую космологическую модель Вселенной (см., например, [1]). Уравнениям А.А. Фридмана с Λ -членом соответствует “темная энергия”

$$\frac{1}{2}\Delta_\Lambda^2(a) = -\frac{1}{6}\Lambda c^2 a^2, \quad (90)$$

где Λ — космологическая постоянная. С учетом (90) уравнения А.А. Фридмана (80), (81) запишутся в виде (58), (59). Эти уравнения являются компонентами уравнения Эйнштейна с Λ -членом для однородной и изотропной Вселенной. Они лежат в основе Λ CDM-модели [6, 7]. Запишем их в виде

$$\left(\frac{1}{\bar{a}} \frac{d\bar{a}}{d\bar{t}} \right)^2 = \Omega_{curv}(\bar{a})^{-2} + \Omega_M(\bar{a})^{-3} + \Omega_{rad}(\bar{a})^{-4} + \Omega_\Lambda, \quad (91)$$

$$\frac{d^2\bar{a}}{d\bar{t}^2} = -\frac{\Omega_M}{2\bar{a}^2} \left(1 + \frac{2\bar{a}_{eq}}{\bar{a}}\right) + \Omega_\Lambda \bar{a}, \quad (92)$$

где

$$\begin{aligned} \Omega_\Lambda &= \rho_\Lambda/\rho_c, & \rho_\Lambda &= \Lambda c^2/8\pi G, & (93) \\ \bar{a} &= a/a_0, & \bar{t} &= tH_0. \end{aligned}$$

При записи уравнений (91), (92) использованы стандартные обозначения [7]:

$$\begin{aligned} \Omega_M &= \rho_{10}/\rho_c, & \Omega_{rad} &= \rho_{20}/\rho_c, & (94) \\ \Omega_{curv} &= \rho_{curv,0}/\rho_c, & \bar{a}_{eq} &= \Omega_{rad}/\Omega_M, \end{aligned}$$

где ρ_{10}, ρ_{20} определяют современные значения плотностей нерелятивистской и релятивистской компонент, соответственно. Величины

$$\rho_c = 3H_0^3/8\pi G, \quad \rho_{curv,0} = -3kc^2/8\pi Ga_0^2, \quad (95)$$

по определению.

Решения уравнений (91), (92) должны удовлетворять начальным условиям

$$\bar{a}(\bar{t}_0) = 1, \quad (d\bar{a}/d\bar{t})(\bar{t}_0) = 1, \quad (96)$$

где \bar{t}_0 — возраст современной Вселенной, H_0 — постоянная Хаббла. Считаем, что $\bar{t} = 0$ соответствует моменту Большого взрыва. Обработка обширных наблюдательных данных дает [27, 28]

$$H_0 = 73 \pm 3 \text{ км/с Мпк}. \quad (97)$$

Постоянную Хаббла H_0 часто записывают в виде $H_0 = h \cdot 100 \text{ км/с Мпк}$. В расчетах обычно полагают $h = 0.7$ [7].

Величина критической плотности ρ_c определяется формулой

$$\rho_c = 3H_0^2/8\pi G = 1.88 \times 10^{-29} h^2 \text{ г/см}^3. \quad (98)$$

Параметры $\Omega_M, \Omega_{rad}, \Omega_\Lambda$ определяют в единицах плотности ρ_c нерелятивистской, релятивистской компонент и “темной энергии”, соответственно.

Решения, описывающие в рамках Λ CDM-модели динамику Вселенной, содержат особенности в поведении функции $a(t)$, определяющей изменение во времени характерного масштаба Вселенной. При $a(t) \rightarrow 0$ и при $a(t) \rightarrow \infty$ функции $\dot{a}(t)$ и $\ddot{a}(t)$ растут неограниченно (см. формулы (91), (92)).

В настоящее время природа космологических сил отталкивания не является окончательно установленной. В связи с этим считаем целесообразным рассмотреть отличный от эйнштейновского вариант выбора функции $\Delta^2(a)$, описывающей источник космологических сил отталкивания в рамках обобщенных уравнений Эйнштейна. В настоящей работе гипотетически предполагаем такой вид функции $\Delta^2(a)$, при котором оказываются устраненными отмеченные выше особенности в

поведении масштабного фактора $a(t)$, а обобщенные уравнения А.А. Фридмана имеют максимально простой вид. Считаем, что, возможно, Природа выбирала этот простейший из возможных путей эволюции. Функция $\Delta^2(a)$, при выборе которой поставленные цели достигаются, имеет вид

$$\Delta^2(a) = \frac{2\tau_1}{a} + \frac{\tau_2}{a^2} - (kc^2 + \gamma^2 c^2), \quad (99)$$

где γ — константа предлагаемой нами модели.

При выборе функции $\Delta^2(a)$ в виде (99), обобщенные уравнения А.А. Фридмана (87), (88) принимают вид

$$\dot{a}^2 = \gamma^2 c^2, \quad \ddot{a} = 0. \quad (100)$$

Согласно этим уравнениям, Вселенная расширяется с постоянной скоростью, равной γc . Величина γ является одним из параметров модели равномерно расширяющейся Вселенной (S-модели). Значение этого параметра должно быть взято таким, чтобы модель правильно описывала наблюдения.

Предполагается, что Вселенная возникла в результате Большого взрыва, и решение уравнений (100) удовлетворяет следующим начальным условиям:

$$a(0) = 0, \quad da/dt(0) = \gamma c. \quad (101)$$

Согласно (100), (101), масштаб $a(t)$ изменяется по закону

$$a(t) = \gamma ct. \quad (102)$$

В однородной изотропной расширяющейся Вселенной при любом виде функции $a(t)$ справедлив закон Хаббла:

$$da/dt = H(t)a(t). \quad (103)$$

Постоянная Хаббла $H_0 = H(t_0)$, где t_0 — возраст Вселенной. Учитывая (102), (103), находим:

$$H_0 = (da/dt)(t_0)/a(t_0) = 1/t_0. \quad (104)$$

Возраст Вселенной t_0 и постоянная Хаббла H_0 в S-модели связаны этим соотношением. Учитывая, что $H_0 = h \cdot 100 \text{ км/с Мпк}$, $h \approx 0.7$, находим $t_0 \approx 14 \times 10^9$ лет. Этот возраст, как считается в современной космологии, является временем жизни Вселенной (см., например, [6, 7]). Уравнения, определяющие изменение масштаба $a(t)$ в S-модели и в Λ CDM-модели, отличаются кардинально. В то же время уравнения, описывающие взаимосвязь $a(t)$ и параметров, определяющих термодинамические свойства космической среды (см., например, формулы (76)–(79)), не зависят от выбора вида функции $\Delta^2(a)$ и являются одинаковыми.

Температура излучения $T(t)$ и характерный масштаб $a(t)$ связаны соотношением

$$T(t)a(t) = T_0 a_0 = \text{const.} \quad (105)$$

Учитывая, что в S-модели $t_0 = H_0^{-1}$, $a(t) = \gamma ct$, из (105) находим момент времени, в который достигается температура T ,

$$t = t_0 \frac{T_0}{T}. \quad (106)$$

Согласно современным данным (см., например, [7]), $T_0 \approx 2.725$ К.

На рис. 2. приведено схематическое изображение важнейших эпох эволюции Вселенной и сравнение их датировок в S- и Λ CDM-моделях. Видно, что темп расширения ранней Вселенной, согласно S-модели, существенно меньше, чем в Λ CDM-модели. Это отличие может быть существенным при расчете первичного химического состава космической среды. Согласно S-модели, условия протекания космологического нуклеосинтеза более благоприятные, чем определяемые в Λ CDM-модели. Длительность эпохи высоких температур в S-модели на много порядков больше, чем в Λ CDM-модели.

9. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ НАБЛЮДАЕМОЙ ЗАВИСИМОСТИ “ВИДИМАЯ ЗВЕЗДНАЯ ВЕЛИЧИНА — КРАСНОЕ СМЕЩЕНИЕ” ДЛЯ СВЕРХНОВЫХ ТИПА IA

Одним из эффективных способов проверки правильности космологической модели считается способ, основанный на сравнении теоретически рассчитанной в рамках этой модели и наблюдаемой зависимости “видимая звездная величина — красное смещение” [1, 3, 4]. В расчетах используется формула, определяющая соотношение между видимой яркостью и красным смещением для источника, абсолютная светимость которого предполагается известной. Приведем краткий вывод этой формулы.

9.1. Зависимость “видимая звездная величина — красное смещение”

В расширяющейся Вселенной длина волны λ фотона, испущенного в момент времени t и его длина волны λ_0 , регистрируемая наблюдателем в момент времени t_0 , связаны соотношением

$$\lambda_0/\lambda = a_0/a. \quad (107)$$

Величины a и a_0 определяют характерный размер Вселенной в момент времени t и t_0 , соответственно.

Красное смещение наблюдаемого объекта z определяется формулой

$$z = (\lambda_0 - \lambda)/\lambda = a_0/a - 1. \quad (108)$$

Чем дальше находился объект, излучивший фотоны, тем дольше эти фотоны летели в расширяющейся Вселенной, тем больше отношение $a_0/a(t)$ и тем больше его красное смещение z в соответствии с формулой $a_0/a = 1 + z$ (см., например, [1]).

Красное смещение объекта z — непосредственно измеримая величина. Измерение z сводится к идентификации линии или системы линий излучения (или поглощения) атомов и определению того, насколько они смещены в область длинных волн. Формулы (107) и (108) имеют общий характер и справедливы при любых z .

В Λ CDM-модели обычно предполагается, что Вселенная является открытой, и используется метрика

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left\{ (d\chi)^2 + \text{sh}^2 \chi \left[(d\theta)^2 + \sin^2 \theta (d\varphi)^2 \right] \right\}, \quad (109)$$

(см., например, [7]). Основанием для такого предположения является следующее. В случае отсутствия космологических сил отталкивания условием реализации замкнутой модели Вселенной является выполнение неравенства $\Omega_M + \Omega_{rad} > 1$. Оно выполняется, если плотность космической среды больше, чем критическая (см., например, [1, 2]). При учете сил отталкивания значение $\Omega_M + \Omega_{rad}$, при котором Вселенная может быть замкнутой, должно быть большим, чем в случае их отсутствия, т.е. большим единицы.

В параметре Ω_M содержится вклад двух составляющих: “барионной компоненты” и “темной материи”. Оценка вклада “барионной компоненты” в Ω_M , основанная на наблюдениях, показывает, что он приблизительно равен 0.04–0.05 (см., например, [6, 7]). С другой стороны, для интерпретации многочисленных наблюдательных данных (см., например, [17–19]), приходится предполагать, что количество “темной материи” не менее чем в 5–6 раз превосходит количество видимой “барионной компоненты”. С учетом вклада “темной материи” полагают, что значение параметра Ω_M лежит в области 0.25–0.30 [16–19]. В современной космологии считается, что вклад релятивистской компоненты в полную плотность энергии современной Вселенной весьма мал. Предполагается, что значение параметра $\Omega_{rad} \approx (4.2/h^2) \times 10^{-5}$ [7, гл. 4].

С учетом приведенных выше данных о значениях параметров Ω_M и Ω_{rad} , заключают, что плотность космической среды заметно меньше критической, а поэтому Вселенная является открытой. Это служит основанием для использования метрики (109) при описании геометрии Вселенной в Λ CDM-модели. В предлагаемой нами S-модели также используем

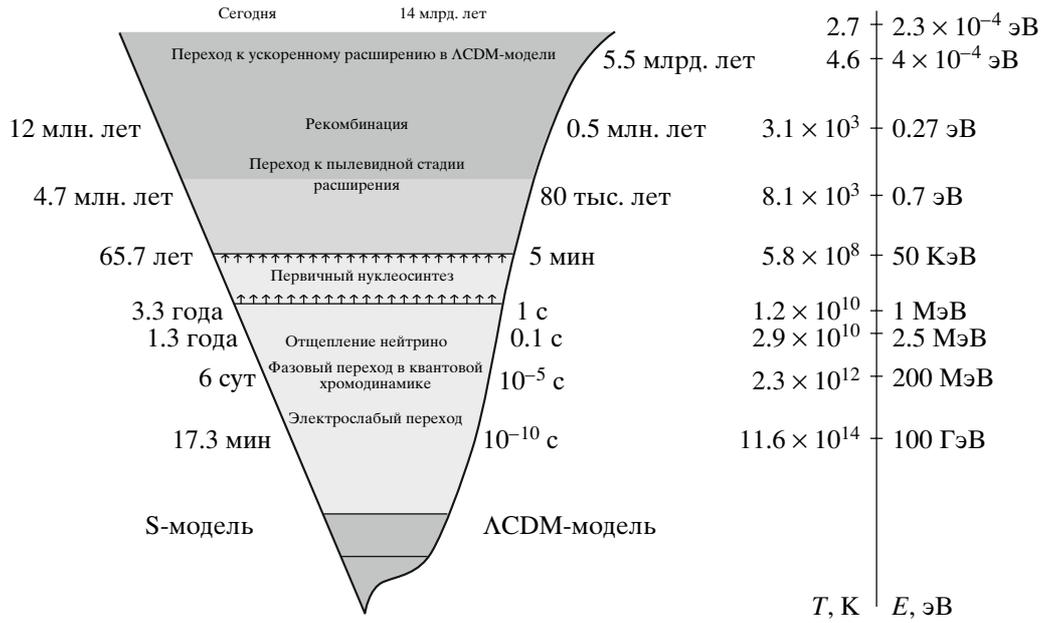


Рис. 2. Схематическое изображение важнейших эпох эволюции Вселенной и сравнение их датировок в S- и ΛCDM-моделях.

метрику (109) и считаем, что Вселенная является открытой.

Площадь поверхности, через которую пролетают фотоны, испущенные источником, имеющим красное смещение z , определяется формулой

$$S(z) = 4\pi r^2(z), \tag{110}$$

где

$$r(z) = a_0 \operatorname{sh} \chi(z), \tag{111}$$

$a_0 = a(t_0)$ — радиус кривизны современной Вселенной. Взяв за единицу измерения длины величину cH_0^{-1} , запишем $r(z)$ в безразмерном виде:

$$\bar{r}(z) = r(z)/cH_0^{-1}. \tag{112}$$

Плотность потока фотонов, падающих на приемник, пропорциональна $1/S(z)$. Вследствие красного смещения энергия каждого регистрируемого фотона $\hbar\omega_0$ отличается от энергии испущенного фотона $\hbar\omega$. Эти энергии связаны соотношением

$$\hbar\omega_0/\hbar\omega = a/a_0 = (1+z)^{-1}. \tag{113}$$

Видно, что энергия каждого принимаемого фотона в $(1+z)^{-1}$ раз меньше его энергии в момент испускания. Дополнительно видимая яркость объекта, имеющего красное смещение z , еще уменьшена на фактор $(1+z)^{-1}$. Это связано с тем, что единице времени приемника соответствует время $(1+z)^{-1}$ излучателя (см., например, [1, гл. 3].

Учитывая вышесказанное, формулу, определяющую видимую яркость E источника, имеющего абсолютную светимость L и красное смещение z , без учета поглощения и рассеяния фотонов, записываем в виде

$$E = L/[(1+z)^2 S(z)]. \tag{114}$$

Астрономы используют не величину E , а звездные величины m . По определению,

$$m = -2.5 \lg E + \text{const}. \tag{115}$$

Чтобы в зависимости $m(z)$ выделить влияние факторов, определяющих эволюцию Вселенной, и исключить влияние фактора “абсолютная светимость наблюдаемого объекта”, изучают объекты, имеющие предсказуемую светимость (“стандартные свечи”). Кроме звездной величины m , для этих объектов вводится понятие абсолютной звездной величины M . Величина M — это есть m при условии, что источник находится на расстоянии 10 пк от наблюдателя. По определению

$$M = -2.5 \lg E_1 + \text{const}, \tag{116}$$

где $E_1 = L/4\pi l_0^2$, $l_0 = 10$ пк. Учитывая выражения (112), (114), (115), (116), находим

$$m - M = 5 \lg [(1+z)\bar{r}(z)] + 5 \lg (cH_0^{-1}/l_0). \tag{117}$$

В зависимости $(m - M)(z)$ влияние факторов, определяющих свойства наблюдаемых объектов, исключены, и остается лишь зависимость от

факторов, определяющих эволюцию Вселенной. Формулу (117) используем для теоретического расчета зависимости $(m - M)(z)$ в рамках Λ CDM-модели и модели равномерно расширяющейся Вселенной.

Чтобы найти функцию $\bar{r}(z)$, входящую в (117), необходимо вычислить функцию $\chi(z)$, (см. формулы (111), (112)). Функция $\chi(z)$ однозначно связана с функцией $a(t)$, определяющей динамику Вселенной. Для фотона, движущегося к приемнику, который находится в начале системы координат χ, θ, φ , справедливо уравнение

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) d\chi^2 = 0. \quad (118)$$

Отсюда находим

$$d\chi = -cdt/a(t). \quad (119)$$

Знак минус взят потому, что рассматриваются лучи, приходящие к наблюдателю, находящемуся в начале системы координат.

Используя (108), от переменной t переходим к

переменной z , получаем

$$dt^2 = a^2 dz/a_0 (da/dt) \quad (120)$$

и формулу (119) записываем в виде

$$d\chi = cdz/a_0 (\dot{a}/a). \quad (121)$$

Отсюда находим функцию

$$\chi(z) = c \int_0^z \frac{dz'}{a_0 (\dot{a}/a)_{z'}}. \quad (122)$$

9.2. Зависимость $(m - M)(z)$ в Λ CDM-модели

Для расчета зависимости $(m - M)_\Lambda(z)$ предварительно вычисляем функцию $r(z)$. Учитывая выражения (111), (112) и (91) и формулу, которая определяет расстояние $r(z)$ до наблюдаемого объекта, имеющего красное смещение z , запишем в виде

$$\bar{r}_\Lambda(z) = \frac{\text{sh} \int_0^z \frac{\sqrt{\Omega_{curv}} dz'}{\sqrt{\Omega_{curv}(1+z')^2 + \Omega_M(1+z')^3 + \Omega_{rad}(1+z')^4 + \Omega_\Lambda}}}{\sqrt{\Omega_{curv}}}. \quad (123)$$

Здесь и далее величины, рассчитанные в рамках Λ CDM-модели, будем обозначать индексом Λ .

Параметры $\Omega_M, \Omega_{curv}, \Omega_{rad}$ и Ω_Λ не являются независимыми. Из (91), (96) следует:

$$\Omega_{curv} + \Omega_M + \Omega_{rad} + \Omega_\Lambda = 1. \quad (124)$$

Обычно для интерпретации наблюдений используется “плоская Λ CDM-модель”, в которой полагают $\Omega_{curv} = 0$. Предсказания Λ CDM-модели с величиной Ω_{curv} , заметно отличающейся от нуля, противоречат наблюдениям (см., например, [7]). Считая, что $\Omega_{curv} = 0$, формулы (123), (124) записываем в виде

$$\bar{r}_\Lambda(z) = \int_0^z \frac{dz'}{[\Omega_M(1+z')^3 + \Omega_{rad}(1+z')^4 + \Omega_\Lambda]^{1/2}}, \quad (125)$$

$$\Omega_M + \Omega_{rad} + \Omega_\Lambda = 1. \quad (126)$$

Если согласиться с утверждением о “плоскостности” пространства и полагать $\Omega_{rad} = 0$, а значение Ω_{rad} полагать равным $(4.2/h^2) \times 10^{-5}$ (см., например, [7]), то параметрами, определяющими $\bar{r}_\Lambda(z)$

в Λ CDM-модели, являются Ω_M и Ω_Λ , причем, вследствие соотношения (126), независимым является лишь один из них — например, Ω_M . В Λ CDM-модели чем больше значение Ω_M , тем больше влияние сил гравитации и меньше влияние сил отталкивания.

Стандартная математическая процедура выбора теоретически рассчитанной зависимости $(m - M)_\Lambda(z)$, наилучшим образом описывающей наблюдательные данные по сверхновым типа Ia, показывает, что это имеет место при $\Omega_M \approx 0.27, \Omega_\Lambda \approx 0.73$ (см., например, [7, 16–18]). Учитывая это, при расчетах обычно используют следующие значения параметров Λ CDM-модели:

$$\begin{aligned} \Omega_{curv} &= 0, & \Omega_M &= 0.27, & (127) \\ \Omega_{rad} &= (4.2/h^2) \times 10^{-5}, & \Omega_\Lambda &= 1 - \Omega_M - \Omega_{rad}, \\ H_0 &= h \cdot 100 \text{ км/с Мпк}, & h &= 0.7. \end{aligned}$$

9.3. Зависимость $(m - M)(z)$ в S-модели

Учитывая (122) и (102), формулу (112), определяющую расстояние $r(z)$ в S-модели, запишем в

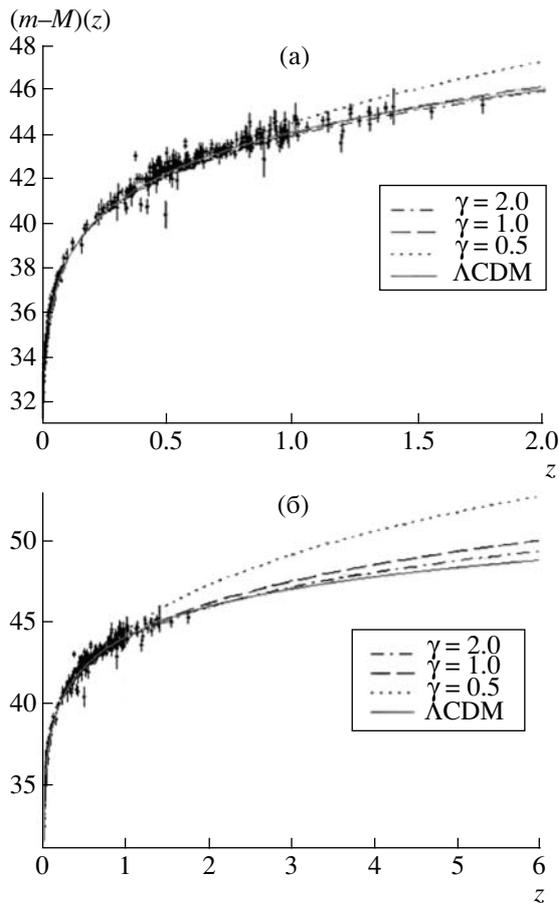


Рис. 3. Зависимость $(m - M)(z)$ в S-модели для $h = 0.7$ и различных значений параметра γ . Для сравнения приведен также график $(m - M)_\Lambda(z)$, рассчитанный в рамках Λ CDM-модели для значений параметров (127). Области значений z : (а) — $z \leq 2$, (б) — $z \leq 6$. Точками на графиках показаны наблюдаемые значения $(m - M)(z)$, вертикальными черточками — их неопределенность, связанная с ошибками измерений. Наблюдательные данные взяты из [17, 18].

виде

$$\bar{r}(z) = \gamma \text{sh} \left[\frac{1}{\gamma} \ln(1 + z) \right]. \quad (128)$$

Используя (117), (128), получаем формулу для расчета зависимости $(m - M)(z)$ в этой модели.

S-модель содержит два независимых параметра: γ и h . На рис. 3 приведены графики зависимости $(m - M)(z)$ для S-модели, рассчитанные по формуле (117) для нескольких значений параметра γ . Для сравнения приведен также график $(m - M)_\Lambda(z)$, рассчитанный в рамках Λ CDM-модели для значений параметров (127).

Сравнение приведенных на рис. 3. теоретически рассчитанных зависимостей $(m - M)(z)$ в рамках S- и Λ CDM-моделей показывает следующее. В области красных смещений $z < 2$ каждой

кривой $(m - M)_\Lambda(z)$ Λ CDM-модели, соответствующей определенным значениям параметров Ω_M , Ω_{rad} , Ω_Λ и h , можно сопоставить кривую $(m - M)(z)$ S-модели с соответствующим образом подобранными значениями параметров γ и h , которая будет мало отличаться от первой. Это означает, что S-модель, по крайней мере в области $z < 2$ (к которой и относятся наблюдательные данные по сверхновым типа Ia [17, 18]), так же хорошо, как и Λ CDM-модель, объясняет наблюдаемую зависимость $(m - M)(z)$ для сверхновых типа Ia. Как видно из рис. 3, значения параметра γ , при которых S-модель хорошо описывает наблюдательные данные по сверхновым типа Ia, мало отличаются от единицы.

Различие между расчетными кривыми $\bar{r}(z)$, а также между графиками $(m - M)(z)$, полученными в рамках S-модели и Λ CDM-модели, как видно из рис. 3, может стать значительным в области красных смещений $z > 2$. Чтобы проверить применимость S-модели для интерпретации наблюдений, относящихся к области $z \gg 1$, в следующем параграфе эта модель использована для объяснения наблюдаемой анизотропии реликтового излучения. Эти наблюдения относятся к области красных смещений $z \approx 1000$.

10. ИНТЕРПРЕТАЦИЯ АНИЗОТРОПИИ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

10.1. Анизотропия реликтового излучения

В современной космологии считают, что фундаментальным результатом последних лет является установление факта малости пространственной кривизны Вселенной — ее “плоскостности” [6, 7]. Полагают, что данные, которые убедительно подтверждают этот факт, связаны с наблюдаемой анизотропией реликтового излучения. Они были получены в результате обширных и систематических наблюдений анизотропии с помощью космических аппаратов “Реликт”, COBE и WMAP [16–18, 29–31].

Изучение тонкой структуры этого реликтового излучения показывает, что на равномерном реликтовом фоне имеются незначительные отклонения. Наблюдаются слабые вариации температуры реликтового фона на уровне нескольких тысячных долей процента. Они являются свидетельством существования слабых неоднородностей сжатий и разрежений в космической среде в эпоху рекомбинации. Эти неоднородности явились зародышами галактик и их скоплений. В сжатиях температура среды была слегка выше средней. Они видны как яркие (относительно среднего фона) пятна. В областях разрежения плотности температура была слегка ниже, и поэтому они наблюдаются как

относительно темные пятна. Степень отклонения яркости пятен от средней фоновой различна. Она меняется от пятна к пятну, а также среди ярких и темных пятен.

Особенно интересны самые яркие пятна на картине реликтового фона. Считают, что наблюдаемые соседние пятна в эпоху рекомбинации космической среды располагались на вполне определенном расстоянии один от другого. Следуя теории образования структур, основанной на классической работе Лифшица [32] (см. также [33]), считают, что это расстояние задается возрастом мира в эпоху рекомбинации. Этот возраст оказывается существенно различным в Λ CDM-модели и в модели равномерно расширяющейся Вселенной. В Λ CDM-модели он составляет приблизительно 440 тыс. лет, а в модели равномерно расширяющейся Вселенной — приблизительно 14 млн. лет. В Λ CDM-модели полагают, что наблюдаемые пятна являются протогалактическими. В модели равномерно расширяющейся Вселенной эти пятна являются сгущениями, из которых в дальнейшем образовались скопления галактик.

Наблюдения четко выявляют наличие определенного угла $\Delta\theta$ между направлениями в пространстве на центры двух соседних ярких пятен.

Соотношение между угловым и линейным размером наблюдаемого объекта зависит от того, какова геометрия пространства. Для того чтобы объяснить в Λ CDM-модели наблюдаемый угол $\Delta\theta$, необходимо считать, что пространство, в котором происходит космологическое расширение, является практически плоским и полагать $\Omega_{curv} \approx 0$. Размер наблюдаемой части Вселенной приблизительно равен cH_0^{-1} (см., например, [6, 7]). Считают, что на размерах cH_0^{-1} пространство можно рассматривать как плоское. Поэтому, решая уравнения, описывающие динамику Вселенной в рамках Λ CDM-модели, параметр Ω_{curv} обычно полагают равным нулю. При значениях Ω_{curv} , заметно отличающихся от нуля, получить согласие с наблюдениями не удается.

Принципиальная трудность согласования Λ CDM-модели с наблюдениями заключается в том, что, согласно этой модели, большую часть времени Вселенная расширяется неравномерно. В то же время наблюдения, по-видимому, указывают на то, что Вселенная расширяется равномерно.

Покажем, что не используя идею о “плоскостности” пространства, можно в рамках S-модели объяснить наблюдаемое угловое расстояние между центрами двух соседних ярких пятен на равномерном фоне реликтового излучения.

10.2. Угловые размеры удаленных объектов

Формула, определяющая угол $\Delta\theta$, под которым виден объект, имеющий размер d и красное смещение z , может быть записана в виде [7, § 4.7]

$$\Delta\theta = d(1+z)/r(z). \quad (129)$$

В этой формуле $r(z)$ — расстояние до наблюдаемого объекта, определяемое формулой (111). Учитывая, что физический размер объекта, испускающего фотоны в момент времени t_i , равен $d = a(t_i) \operatorname{sh} \chi$, отношение $a(t_i)/a_0 = (1+z)^{-1}$, а $r(z) = a_0 \operatorname{sh} \chi$, а также измеряя длины в единицах cH_0^{-1} , формулу (129) запишем в виде

$$\Delta\theta = \bar{d}(1+z)/\bar{r}(z), \quad (130)$$

где $\bar{d} = d/cH_0^{-1}$, $\bar{r}(z) = r(z)/cH_0^{-1}$.

В Λ CDM-модели $\bar{r}(z)$ вычисляют по формуле (125). Λ CDM-модель дает правильное значение для углового расстояния между центрами ярких пятен на однородном фоне реликтового излучения, если параметры Ω_M , Ω_{rad} , Ω_{curv} , Ω_Λ и h близки к приведенным в (127). Время t_{rec} , при котором в Λ CDM-модели $a(t_{rec}) = 1/(1+z_{rec})$, находят, решая уравнение (108) с граничными условиями (112). Расчет показывает, что при значениях параметров (127)

$$t_{rec} \approx 4.4 \times 10^5 \text{ лет}. \quad (131)$$

В модели равномерно расширяющейся Вселенной расстояние $\bar{r}(z)$ вычисляем по формуле (128). Момент рекомбинации t_{rec} в этой модели определяется формулой

$$t_{rec} = H_0^{-1}/(1+z_{rec}). \quad (132)$$

Учитывая, что $H_0^{-1} \approx 14 \times 10^9$ лет, а $z_{rec} \approx 1000$, находим, что

$$t_{rec} \approx 14 \times 10^8 \text{ лет}. \quad (133)$$

Поясним качественно, чем определяется характерный размер ярких пятен на равномерном фоне реликтового излучения. В расширяющейся Вселенной изначально существуют возмущения. Росту этих возмущений при $t < t_{rec}$ мешало расталкивающее влияние давления релятивистской компоненты. После рекомбинации его влияние на динамику нерелятивистской компоненты исчезает. Вследствие этого однородное распределение нерелятивистской компоненты становится неустойчивым.

В момент рекомбинации возмущения плотности имели небольшую амплитуду $\Delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$ (см., например, [7]). Области повышенной плотности являлись источниками неуровновешенного гравитационного поля. Стягивание под действием этого поля нерелятивистского вещества, находящегося

в причинно-связанных областях, имеющих на момент рекомбинации размеры $l_{rec} = ct_{rec}$ и меньше, привело к росту $\Delta\rho/\rho$ на этих масштабах. Уже незначительного превышения плотности на размерах $l \leq l_{rec}$ над средней плотностью в равномерно расширяющейся Вселенной достаточно, чтобы неоднородности с размерами $l \leq l_{rec}$ стали гравитационно-связанными. Это обусловлено тем, что в невозмущенной равномерно расширяющейся Вселенной имеет место точное равновесие сил притяжения и отталкивания.

Начиная с момента рекомбинации, нерелятивистская компонента космической среды стала фрагментироваться на гравитационно-связанные сгустки, имеющие размеры l_{rec} и меньше. Участвуя в общем космологическом расширении, эти фрагменты при $t \geq t_{rec}$ ведут себя как квазинезависимые гравитационно-связанные подсистемы.

В настоящее время в равномерно расширяющейся Вселенной внутри горизонта видимости находится порядка $(1 + z_{rec})^3 \sim 10^9$ неоднородностей, имеющих характерный размер, приблизительно равный $l_{rec} = ct_{rec}$. Учитывая, что $t_{rec} \approx 14 \times 10^9$ лет, находим: $l_{rec} \approx 4.6$ Мпк. Этот размер является типичным для размера скоплений галактик в современной Вселенной.

Отметим также, что в S-модели момент времени t_{eq} , когда сравниваются плотности релятивистской и нерелятивистской компонент, определяется формулой

$$t_{eq} = H_0^{-1} (\rho_{20}/\rho_{10}) = H_0^{-1} (\Omega_{rad}/\Omega_M). \quad (134)$$

Если считать, что $\left(\frac{\Omega_{rad}}{\Omega_M}\right) \approx \frac{4.2 \times 10^{-5}}{\Omega_M h^2}$, то $t_{eq} \approx \frac{4.2 \times 10^{-5} H_0^{-1}}{\Omega_M h^2}$. При $\Omega_M \approx 0.25$, $h \approx 0.7$ имеем $t_{eq} \approx 4.8 \times 10^6$ лет. Учитывая, что в предлагаемой нами модели $t_{rec} = 14 \times 10^6$ лет, а $t_{eq} = 4.8 \times 10^6$ лет, заключаем, что в момент рекомбинации плотность энергии космической среды в значительной степени определяется нерелятивистской компонентой.

Размер d , определяющий расстояние между центрами соседних пятен на однородном фоне реликтового излучения, в момент рекомбинации вычисляем по формуле

$$d = 2ct_{rec}. \quad (135)$$

Учитывая (135), запишем (129) в виде

$$\Delta\theta = \frac{2t_{rec}(1+z_{rec})}{\bar{r}(z_{rec})H_0^{-1}} \frac{180}{\pi}. \quad (136)$$

В этой формуле значение угла получается в градусах.

В Λ CDM-модели для значений параметров (127) и $z_{rec} = 1000$, $t_{rec} = 4.4 \times 10^5$ лет, $\bar{r}_\Lambda(z) = 3.3$ значение угла $\Delta_\Lambda\theta = 1.09$. В S-модели $t_{rec}(1+z_{rec}) = H_0^{-1}$, поэтому

$$\Delta\theta = \frac{2 \times 180}{\bar{r}(z_{rec})\pi}. \quad (137)$$

Учитывая (128), (137), находим, что в предлагаемой нами модели $\Delta\theta \approx 1^\circ$, если значение параметра γ взять равным 1.35. При этом значении параметра γ модель равномерно расширяющейся Вселенной хорошо описывает также и наблюдаемую зависимость “видимая звездная величина — красное смещение” для сверхновых типа Ia в области красных смещений $z \leq 2$ (рис. 3).

При описании динамики Вселенной в сопутствующей системе координат следует иметь в виду следующее. Величина da/dt не имеет смысла физической скорости каких-либо частиц. Нет основания считать, что da/dt не может быть больше, чем скорость света. В то же время скорость расширения $da/d\tau$ Вселенной в четырехмерном евклидовом пространстве всегда меньше скорости света. Убедимся в этом. Очевидно, справедливы формулы

$$da/dt = \gamma c, \quad c^2 dt^2 = c^2 d\tau^2 - da^2. \quad (138)$$

Отсюда находим

$$da/d\tau = c \frac{\gamma}{\sqrt{1+\gamma^2}}. \quad (139)$$

При любом значении параметра γ имеем $da/d\tau < c$. С ростом γ величина $da/d\tau$ монотонно растет. При $\gamma \gg 1$ имеем $da/d\tau \approx c$.

11. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Показано, что в уравнения ОТО могут быть введены не только космологические эйнштейновские силы отталкивания, описываемые Λ -членом, но и другие. Записаны обобщенные уравнения Эйнштейна, учитывающие возможность существования таких сил.

2. Подробно рассмотрен теоретически допустимый случай, когда космологические силы отталкивания и притяжения в точности уравновешивают друг друга. Предложена модель равномерно расширяющейся Вселенной (S-модель).

3. Записаны космологические уравнения, описывающие S-модель. В сопутствующей системе координат они имеют вид

$$\frac{da}{dt} = \gamma c, \quad \frac{d^2 a}{dt^2} = 0,$$

где γ — параметр S-модели, определяющий скорость изменения пространственного масштаба $a(t)$

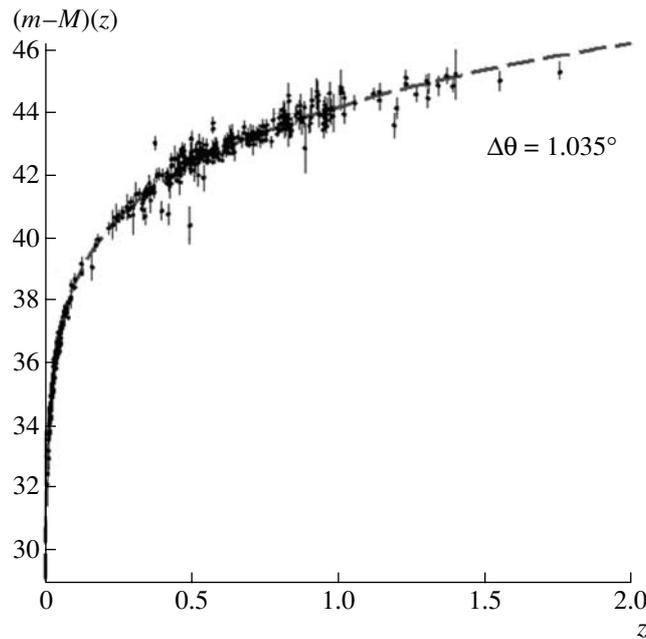


Рис. 4. Зависимость $(m - M)(z)$ в S-модели для значений $\gamma = 1.22$ и $h = 0.63$. Приведено значение угла между пятнами реликтового излучения для этих параметров.

(радиуса кривизны Вселенной). Кроме параметра γ , в S-модели динамика Вселенной зависит также от значения постоянной Хаббла H_0 .

4. Показано, что уравнения, определяющие изменение масштаба $a(t)$ в S-модели и Λ CDM-модели, отличаются кардинально. В то же время уравнения, описывающие взаимосвязь $a(t)$ и параметров, определяющих термодинамические свойства космической среды, в этих моделях оказываются одинаковыми.

5. В рамках S-модели дана интерпретация наблюдаемой зависимости “видимая звездная величина — красное смещение” $(m - M)(z)$ для сверхновых типа Ia. S-модель хорошо объясняет эти данные. Показано, что различие между расчетными кривыми $(m - M)(z)$, полученными в рамках S- и Λ CDM-моделях, может быть значительным в области красных смещений $z > 2$.

6. Показано, что в рамках S-модели без предположения о “плоскостности” пространства объясняется наблюдаемое угловое расстояние между центрами двух соседних ярких пятен ($\Delta\theta \approx 1^\circ$) на равномерном фоне реликтового излучения. Значения параметров γ и h , при которых $\Delta\theta \approx 1^\circ$ и расчетная кривая $(m - M)(z)$ хорошо описывает наблюдаемую для сверхновых типа Ia, оказываются следующими: $\gamma = 1.22$, $h = 0.63$ (рис. 4).

7. В S-модели время жизни Вселенной определяется значением постоянной Хаббла H_0 , и оно в точности равно H_0^{-1} . При $H_0 = 63$ км/с Мпк оно составляет приблизительно 15.5×10^9 лет, что не

противоречит современным представлениям о возрасте Вселенной.

8. S-Модель, в силу своей простоты, позволяет улучшить понимание закономерностей эволюции Вселенной. Она не содержит особенностей в поведении характерного масштаба Вселенной, имеющих место в других космологических моделях. Согласно S-модели, датировка протекания важнейших процессов ранней Вселенной оказывается совершенно не такой, как это считается в современной космологии. В этой модели длительность эпохи высоких температур, благоприятных для протекания реакций нуклеосинтеза, значительно больше, чем в Λ CDM-модели. В связи с этим соотношение между количеством водорода и более тяжелых элементов в первичном химическом составе космической среды может оказаться отличным от общепринятого. В настоящей работе S-модель для объяснения эволюции ранней Вселенной не применялась.

В заключение отметим, что, возможно, характер расширения Вселенной при $z > 1000$ отличается от предполагаемого в настоящей работе. В то же время применение S-модели для интерпретации наблюдений в области $z \leq 1000$ показывает, что предположение о равномерном расширении Вселенной в послереккомбинационный период является, по-видимому, правильным.

Возможность компьютерного моделирования динамики Вселенной, допускающего самостоятельное изменение параметров модели с наглядным графическим отображением результатов

расчета в рамках различных космологических моделей, в том числе и S-модели, представлена на нашем сайте, расположенном по адресу <http://www.cosmoway.ru/>.

Авторы благодарят А.А. Боярчука, В.Н. Лукаша, М.Л. Миллера, И.Д. Новикова и А.М. Черепашука за весьма полезные критические замечания, которые были учтены в процессе работы над рукописью статьи. Авторы выражают благодарность Е.В. Поляченко и Д.А. Ушакову за помощь в работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Я. Б. Зельдович, И. Д. Новиков, *Строение и эволюция Вселенной* (М.: Наука, 1975).
2. С. Вайнберг, *Гравитация и космология* (М.: Платон, 2000).
3. S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, *et al.*, *Astrophys. J.* **517**, 565 (1999).
4. A. G. Riess, A. V. Filippenko, P. Challis, *et al.*, *Astron. J.* **116**, 1009 (1998).
5. Э. Б. Глиннер, *Усп. физ. наук* **172**, 221 (2002).
6. А. Д. Чернин, *Усп. физ. наук* **178**, 267, 2008.
7. Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков, *Введение в теорию ранней Вселенной. Теория горячего большого взрыва* (М.: ЛКИ, 2008).
8. P. J. E. Peebles and B. Ratra, *Astrophys. J. (Letters)* **325**, L17 (1988).
9. P. J. Steinhardt, L. Wang, and I. Zlatev, *Phys. Rev. D* **59**, 123504 (1999).
10. U. Alam, V. Sahni, and A. A. Starobinsky, *J. Cosmol. and Astropart. Phys.* **02**, 011 (2007).
11. V. A. Rubakov, *Phys. Rev. D* **61**, 061501 (2000).
12. A. D. Chernin, D. I. Santiago, and A. S. Silbergleit, *Phys. Lett. A* **294**, 79 (2002).
13. M. P. Dabrowski and T. Stachowiak, *Ann. Phys. (New York)* **321**, 771 (2006).
14. M. Sami and A. Toporensky, *Mod. Phys. Lett. A* **19**, 1509 (2004).
15. M. Libanov, V. Rubakov, E. Papantonopoulos, *et al.*, *J. Cosmol. and Astropart. Phys.* **08**, 010 (2007).
16. D. N. Spergel, R. Bean, O. Dore, *et al.*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **170**, 377 (2007); e-Print arXiv:astro-ph/0603449 (2006).
17. P. Astier, J. Guy, N. Regnault, *et al.*, *Astron. and Astrophys.* **447**, 31 (2006).
18. A. G. Riess, L. G. Strolger, S. Casertano, *et al.*, *Astrophys. J.* **656**, 98 (2007); e-Print arXiv: astro-ph/0611572 (2006).
19. В. Н. Лукаш, В. А. Рубаков, *Усп. физ. наук* **178**, 301 (2008).
20. А. М. Черепашук, А. Д. Чернин, *Бюлл. РАН "В защиту науки"* №4, 177 (2008).
21. В. А. Клименко, А. М. Фридман, *О центробежной природе "темной энергии"*, Препринт ИАЭ-6597/1 (М.: РНЦ "Курчатовский институт", 2009).
22. А. Эйнштейн, *Основы общей теории относительности*, в сб.: *Собрание научных трудов*, т. 1 (М.: Наука, 1965), с. 452.
23. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля* (М.: Наука, 1967).
24. А. А. Фридман, *Усп. физ. наук* **80**, 439 (1963).
25. А. А. Фридман, *Усп. физ. наук* **80**, 448 (1963).
26. А. Эйнштейн, *Вопросы космологии и общая теория относительности*, в сб.: *Собрание научных трудов*, т. 1 (М.: Наука, 1965), с. 601.
27. A. Sandage, G. A. Tammann, A. Saha, *et al.*, *Astrophys. J.* **653**, 843 (2006); e-Print arXiv: astro-ph/0603647 (2006).
28. D. N. Spergel, L. Verde, H. V. Peiris, *et al.*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **148**, 175 (2003).
29. G. Hinshaw, M. R. Nolta, C. L. Bennett, *et al.*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **170**, 377 (2007).
30. А. М. Черепашук, А. Д. Чернин, *Вселенная, жизнь, черные дыры* (Фрязино: Век-2, 2003).
31. G. Hinshaw, M. R. Nolta, C. L. Bennett, *et al.*, e-Print arXiv: astro-ph/0603451 (2006).
32. Е. М. Лифшиц, *Журн. эксперим. и теор. физ.* **16**, 587 (1946).
33. Е. М. Лифшиц, И. М. Халатников, *Усп. физ. наук* **80**, 391 (1963).